

Capítulo 15

La Modelación Matemática, Estrategia Didáctica para Propiciar el Aprendizaje

Hugo Moreno Reyes¹

Pedro Oñate García²

Rodolfo Alcántara Rosales³

Resumen: En el presente trabajo se plantea la Modelación Matemática como una estrategia didáctica viable para propiciar la apropiación de contenidos y mejora de las competencias de aprendizaje en el alumno y de enseñanza para el docente. El planteamiento responde así a las necesidades del docente por entender y comprender los cambios y adecuaciones a su labor cotidiana en el aula con la idea de buscar mejores niveles de relación entre los requerimientos de un contexto complejo y cambiante, la complejidad de los saberes que implican la disciplina que enseña y despertar el interés de sus alumnos hacia los contenidos abordados en el aula. Se asume un nuevo rol del docente como sujeto potencialmente creador de condiciones didácticas para la construcción del conocimiento siendo un facilitador del mismo más que un poseedor repetidor de saberes imperecederos o ejecutor de un currículo previamente establecido, comprendiendo su función de guía y potenciador de aprendizajes.

En esta tesitura se presenta una propuesta para diseñar actividades de aprendizaje con base en la Modelación Matemática, los estilos de aprendizaje de los estudiantes, el estilo de enseñanza del profesor y el

¹hmoreno@ciidet.edu.mx. Centro Interdisciplinario de Investigación y Docencia en Educación Técnica.

²ponate@ciidet.edu.mx. Centro Interdisciplinario de Investigación y Docencia en Educación Técnica.

³roaltep@gmail.com. Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Jilotepec.

modelo de aprendizaje de David Kolb que contempla la integración de componentes como la percepción humana y el procesamiento humano, en un ciclo de aprendizaje formado por cuatro fases que son: la experiencia concreta, la observación reflexiva, la conceptualización abstracta y la experimentación activa.

Palabras clave: Modelación matemática, aprendizaje, diseño instruccional.

15.1 Introducción

Desde la perspectiva de la investigación en la educación matemática se pretenden construir explicaciones teóricas y coherentes que permitan entender el fenómeno educativo y que ayuden a resolver problemáticas objeto de estudio. Este artículo presenta una propuesta como resultado de la investigación educativa que se está desarrollando en el campo de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, particularmente del cálculo diferencial.

Puede señalarse que las matemáticas constituyen un área de conocimiento cuyo resultado es precisamente un gran campo teórico que da origen a una actividad científica, que de manera particular en el contexto escolar se presenta en dos perspectivas intrínsecamente vinculadas entre sí: la matemática vinculada a la actividad de enseñar y la matemática asociada a la tarea de aprender. En este sentido, la matemática presenta aspectos diferentes con relación a los actores y a sus propósitos.

Con respecto al primero, considerando a la matemática como objeto de enseñanza, la intención de las acciones del docente deberían promover aprendizajes significativos y duraderos en sus estudiantes, eligiendo para ello las estrategias, medios y actividades de aprendizaje adecuados. En el segundo caso, cuando la matemática es el objeto de aprendizaje del estudiante, el propósito es la construcción de conocimiento con sentido y significado propio que le permitan, en un momento dado, utilizarlo de manera concreta en la solución de situaciones que le demande su formación y vida profesional.

15.2 Educación matemática

A manera de hacer el señalamiento sobre la importancia de la educación matemática desde hace unas décadas, podrían citarse varios autores como Steiner, que analizó el papel de la Educación Matemática dentro de la universidad, proponiendo una función de vínculo entre las matemáticas y la sociedad por medio de dimensiones olvidadas de las matemáticas, como las dimensiones filosófica,

histórica, humana, social y, la dimensión didáctica [Steiner1985]. En esta tesitura, Brousseau define la concepción fundamental de la Didáctica de las Matemáticas como una ciencia que se interesa por la producción y comunicación de los conocimientos matemáticos, en lo que esta producción y esta comunicación tienen de específicos.

Balacheff puso de manifiesto la necesidad de tener en cuenta nuevos aspectos, como la investigación sobre el aprendizaje del conocimiento matemático, en donde se reconoce que el significado de los conceptos se apoya no sólo en su definición formal sino, de modo fundamental, en los procesos implicados en su funcionamiento, es decir, se pone más énfasis en el estudio de los procesos cognitivos de los estudiantes que en el de sus destrezas o producciones. Asimismo, Vergnaud pone un especial énfasis en el análisis de la conducta de los estudiantes y profesores, de sus representaciones y de los fenómenos inconscientes que tienen lugar en sus mentes [Vergnaud1988].

De acuerdo con lo anterior y con esta evolución de la problemática se hace necesario el desarrollo de más investigaciones que utilicen observaciones sistemáticas de la clase o que precisen de la organización de procesos didácticos específicos, por lo que se requiere de útiles teóricos y metodológicos para producir resultados que sean sólidos tanto teóricamente como por su significado para propósitos prácticos.

De esta manera, la propuesta presentada en este trabajo puede ser útil para su aplicación en otros contextos universitarios con los ajustes pertinentes que sean requeridos.

15.3 La Modelación Matemática como estrategia para la construcción de conocimiento

La modelación matemática ha sido utilizada como un proceso que ayuda a entender ciertos problemas o situaciones de interés, permite una comprensión profunda de un fenómeno o situaciones reales, apoyado en la obtención de un modelo matemático constituido por un conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que representa, de alguna manera, el fenómeno en cuestión. El modelo permite no sólo obtener una solución particular, sino también servir de soporte para otras aplicaciones o teorías [Biembengut1999].

El proceso de modelación involucra una serie de procedimientos, a saber, elección del tema; reconocimiento de la situación/problema (delimitación del problema); familiarización con el tema que va a ser modelado (referencial teórico); formulación del problema (hipótesis); formulación de un modelo matemático (de-

sarrollo); resolución del problema a partir del modelo (aplicación); interpretación de la solución y validación del modelo (evaluación).

En este sentido, la formalización de un problema en términos matemáticos es casi siempre el estadio más difícil de la modelación matemática, ya que poseer un buen bagaje matemático no siempre se traduce en tener éxito en la labor de modelización. El uso de la modelación matemática como un método de enseñanza-aprendizaje puede ser más eficaz que trabajar simplemente con el método tradicional teoría-aplicación, en donde los problemas propuestos por el docente tienen un aspecto de determinada artificialidad ya que mantienen cierta lejanía del mundo real y conocido del estudiante.

De tal manera que, la modelación matemática puede ser utilizada como estrategia para desarrollar el contenido del programa de la asignatura (estrategia de enseñanza) o como una estrategia para enseñar a los alumnos a modelar (estrategia de investigación). Usándola como estrategia de enseñanza, el profesor conduce a los alumnos a desarrollar investigaciones por medio de bibliografía especializada sobre el tema del modelo. Como estrategia de investigación solamente, el desarrollo del contenido del programa de la asignatura puede ser tratado en la forma tradicional. De una u otra forma el propósito fundamental es la promoción del conocimiento matemático y la habilidad para aplicarlo en otras áreas del conocimiento, es decir, proporcionar elementos para que el alumno desarrolle sus potencialidades, propiciando el pensamiento crítico e independiente.

Con relación a las bondades de la utilización de la estrategia didáctica de modelación matemática, puede mencionarse que, favorece una mejor comprensión en el alumno de los contenidos desarrollados y mejora su grado de interés por las matemáticas, dada su aproximación con el área afín y aplicabilidad; propicia la construcción propia de conocimiento por el alumno y no sólo recibe sin comprender el significado de lo que está estudiando, investiga con sentido crítico interactuando con sus demás compañeros, principalmente en la formulación y validación del modelo.

De entre los aspectos principales que debe ponerse especial énfasis para el éxito de la estrategia se encuentra la interpretación del contexto, componente importante de la situación-problema que posibilita una lectura e interpretación lo más aproximada al escenario para lograr formulaciones y explicaciones más cercanas a la realidad, ya que en los programas oficiales no se privilegia la capacitación del alumno para hacer una lectura del contexto; lectura en un sentido amplio de la palabra. Otro aspecto fundamental es la orientación durante el proceso, ya que conducirá al estudiante además de asegurar en cierta medida la calidad del trabajo.

15.4 Modelación matemática

La modelación matemática que se considera tiene sus bases en la propuesta de Burkhardt y Pollak que consiste en una transformación de un problema real a notaciones y representaciones matemáticas [Burkhardt2006].

El modelo que se propone está basado en el de los cuadrantes cerebrales y la forma cómo se aprende de Kolb [Kolb1984], que se relaciona con los estilos de aprendizaje de los estudiantes, y para determinar dichos estilos de aprendizaje se toma el instrumento elaborado por Honey Alonso que se encuentra en: SEP DGB/DCA/12-2004.

Manual de estilos de aprendizaje. Material autoinstruccional para docentes y orientadores educativos. Honey y Alonso presentan cuatro estilos de aprendizaje: activo, reflexivo, teórico y pragmático.

También se tienen estilos de enseñanza por parte de los profesores, de acuerdo a los cuadrantes cerebrales y de acuerdo a los siguientes rasgos: personalidad, relación con los alumnos, relación con los colegas, preparación de las clases, programa, control de la enseñanza, evaluación del aprendizaje, soportes pedagógicos y actitud en clase [Herrmann1999].

Se consideró también el modelo de Blum, Henn and Nis [Blum2007], así como elementos del modelo propuesto por el National Council of the Teachers of Mathematics [NCTM1989]. Refiriéndose a los modelos propuestos por Blum y Schuckajlow, dice que el modelo mencionado es suficientemente detallado para captar las actividades cognitivas esenciales para llevar a cabo la modelación, y a su vez es lo suficientemente sencillo para indicar las observaciones y análisis a realizar [Blum2007].

Para el modelo matemático específico se toman consideraciones del modelo de los esposos Van Hiele [VanHiele1957] con adaptaciones para el aprendizaje del cálculo diferencial [Ceballos2003]. La propuesta de los Van Hiele se basa en la psicología de la Gestalt, que nos dice en forma simple que el todo es más que la simple suma de sus partes; la cual a su vez se basa en la teoría de las percepciones, porque consideran que el conocimiento matemático entra por los sentidos.

El modelo de los Van Hiele tiene los siguientes niveles: 0. Predescriptivo (inquiry) 1. De reconocimiento visual o básico 2. De análisis. Descriptivo 3. De clasificación y relación teórico 4. Deducción formal para avanzar en los niveles se requiere de descriptores que indiquen cuándo saltar al siguiente nivel, para ello se requiere diseñar actividades, ambientes de aprendizaje y por supuesto actividades de evaluación.

El modelo propuesto es cíclico en forma de espiral ascendente, pero no algorítmico porque en cada situación requiere de la formulación matemática apropiada de la realidad.

Descripción del modelo

El modelo parte de una situación problemática real y consta de cinco etapas:

1. Entendiendo el problema. Que nos lleva al modelo de la situación real. Desde el modelo de Kolb [Kolb1984], nos encontramos en el primer cuadrante cerebral, y las actividades a realizar son para motivar, captar la atención y determinar la importancia y consecuencias de la situación problemática (enganchar), para ello se utilizan las ideas pegajosas [Heath2007]. Para el modelo matemático implica determinar las variables involucradas y sus relaciones. Con respecto al modelo de los Van Hiele estamos en el nivel 0, en el cual indagamos sobre la situación problemática y en el nivel 1 de reconocimiento.
2. Simplificar. Dentro de lo posible se debe simplificar el modelo real, con la finalidad de eliminar la excesiva e innecesaria complejidad de la realidad, para llegar al modelo real simplificado del problema que se está tratando de resolver. De acuerdo a Kolb, todavía estamos en el primer cuadrante relacionado con las implicaciones y la importancia del modelo. Para el modelo Van Hiele ya nos encontramos en el nivel 2, de análisis.
3. Matematizar. Hacer matemáticas. Para poder elaborar el modelo matemático, de acuerdo a Kolb, en el cuadrante dos se requiere de explicaciones y/o exposiciones por parte del profesor que justifiquen y/o fundamenten las acciones que lleven a la propuesta del modelo matemático, para ello el profesor se puede apoyar en el diseño de actividades de aprendizaje con demostraciones y argumentaciones [Weston2005].
También en esta parte, aunque se puede utilizar en todo el ciclo, se pueden emplear tecnologías de la información y la comunicación TIC, que apoyen en el proceso de llegar al modelo matemático. De acuerdo al modelo Van Hiele nos encontramos en el nivel 3, de clasificación y relación teórica de las variables involucradas en el problema.
4. Aplicación. Del modelo o trabajo matemático. De acuerdo al tercer cuadrante del modelo de Kolb, esto se puede lograr a través de ejercicios, prácticas de laboratorio, elaboración de prototipos o de alguna otra forma de ensayo. Ya con los resultados matemáticos, de acuerdo al modelo Van Hiele se inicia la deducción formal del modelo matemático.

5. Interpretación. Su importancia radica en la transferencia del conocimiento a otros casos o situaciones distintas de las cuales se generó en un inicio el modelo matemático. Conforme al modelo de los Van Hiele, en esta etapa se logra la deducción formal del modelo matemático y por tanto la solución de la situación problemática. Con respecto al modelo de Kolb estamos ubicados en el cuarto cuadrante cerebral.

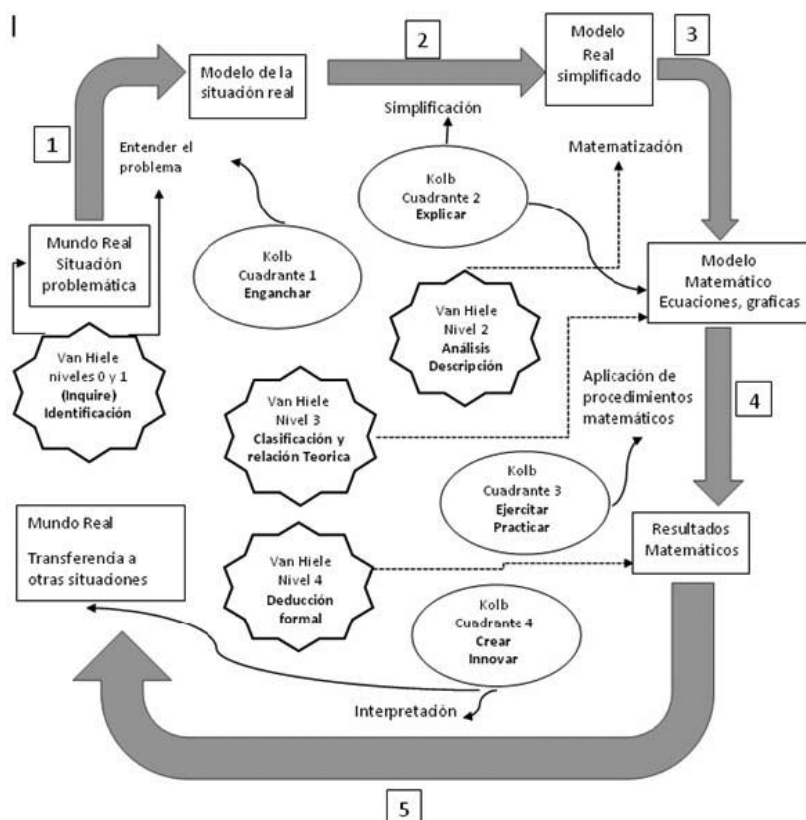


Figura 15.1: Modelo de enseñanza aprendizaje de matemáticas (Elaboración propia de los autores).

15.5 Conclusiones

Como se puede apreciar la modelación, considerada de forma general [Blum2007]; desde el punto de vista cognitivo [Kolb1984] o considerando el modelo específico matemático; es de suma importancia su utilización para apoyar, en parte, a la compleja labor docente de los profesores y es aún más importante en el proceso enseñanza aprendizaje, ya que para el entendimiento de las matemáticas es

esencial el recorrido constante entre la realidad y la abstracción de los modelos matemáticos.

De acuerdo a lo anterior, puede decirse que es conveniente comenzar siempre con problemas sencillos que involucren contenidos ya conocidos, para ir pasando gradualmente a modelos más complejos que utilicen argumentos matemáticos resultado del desarrollo del curso. Por otra parte, verificar su validez empírica en términos científicos pasando por la validación del modelo y el análisis de sus consecuencias, así como obtener expresiones gráficas de la solución para entenderla mejor, redundará en una mayor capacidad de previsión y de accesibilidad a una verificación.

En este mismo orden de ideas, puede señalarse que cuanto más se profundiza en el entendimiento de un problema, proporcionalmente más complejo se torna el modelo matemático para describirlo, alcanzando un mayor nivel de conocimiento y de aprendizaje cognitivo sobre los contenidos tratados.

Bibliografía

- [Alonso1999] Alonso, C., Gallego, D. y P. Honey, (1999). CHAEA: Cuestionario Honey–Alonso de estilos de aprendizaje. **Interpretación, baremos y normas de aplicación**. En: Estilos de aprendizaje. Procedimientos de diagnóstico y mejora. España: Ediciones Mensajero.
- [Balacheff1990] Balacheff, N. (1990). **Future Perspectives for Research in the Psychology of Mathematics Education**, en NESHER y KILPATRICK (1990), pp. 187-196.
- [Biem Bengut1999] Biembengut, M. S. y N. Heim (1999). **Modelación matemática: estrategia para enseñar y aprender matemáticas**. México, Educación Matemática, vol. 11, num. 1, pp. 119-134.
- [Blum2007] Blum, W., Galbraith, P., Henn, H. and Niss, M. (Eds.) **Modelling and Applications in Mathematics Education**. The 14th ICMI Study Series: New ICMI Study Series, Vol. 10. Springer 2007. http://www-lsvi.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/_personelles/people/henn/Webseite%20ICMI-Buch.pdf
- [Brousseau1986] Brousseau, G. (1986). **Fondement et méthodes de la didactique des mathématiques**, Recherches en Didactique des Mathématiques 2, vol. 7, pp. 33-115.
- [Burkhardt2006] Burkhardt, H. and Pollak H. (2006). **Modelling in Mathematics Classrooms: reflections on past developments and the future**. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik. Vol. 38, pp. 178-195. <http://subs.emis.de/journals/ZDM/zdm062a7.pdf>
- [Ceballos2003] Ceballos U., L. y López M., A. (2003). **Relaciones y funciones: conceptos clave para el aprendizaje del cálculo, y una propuesta para la aplicación del modelo de Van Hiele**. En: Revista Educación y Pedagogía. Medellín: Universidad de Antioquia, Facultad de Educación. Vol. XV, No. 35, enero-abril, pp. 131 -140.

- [Heath2007] Heath, C. and Heath, D. (2007). **Made to stick. Why Some Ideas Survive and Others Die.** United States of America:Random House.
- [Herrmann1999] Herrmann, N. (1999). **The Theory Behind the HBDI and Whole Brain Technology**
http://www.hbdi.com/uploads/100024_articles/100543.pdf
- [Kolb1984] Kolb, D.A. (1984). **Experiential learning: experience as the source of learning and development.** Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- [NCTM1989] National Council of Teachers of Mathematics Commission on Standards for School Mathematics (1989). **Curriculum and evaluation standards for school mathematics.** Reston, VA: The Council.
<http://www.standards.nctm.org/index.htm>
- [Schukajlow2011] Schukajlow, S., Leiss, D. and Pekrun, R. (2011). **Teaching methods for modelling problems and students' task-specific enjoyment, value, interest and self-efficacy expectations.** Educational Studies in Mathematics, February 2012, Volume 79, Issue 2, pp. 215-237.
<http://link.springer.com/article/10.1007/s10649-011-9341-2>
- [Steiner1985] Steiner, H. G. (1985). **Theory of Mathematics Education (TME): An Introduction,** For the Learning of Mathematics 2, vol. 5, pp. 11-17.
- [VanHiele1957] Van Hiele, P. M. (1957). **De Problematiek van het inzicht. Gedemonstreerd aan het inzicht van schoolkinderen in meetkunde-leerstof (El problema de la comprensión, en conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría).** Tesis de Doctorado en Matemáticas de la Universidad Real de Utrecht, Holanda. Traducción al español por Gutiérrez, A. y otros (1990).
- [Vergnaud1988] Vergnaud, G. (1988). **Why is Psychology Essential? Under Which Conditions?,** en Steiner, H.G. y Vermandel, A. (eds.), pp. 113-119.
- [Weston2005] Weston, A. (2005). **Las claves de la argumentación,** Barcelona: Ariel.