



UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE LA MIXTECA

DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DEL SISTEMA DE TRACCIÓN ELÉCTRICA BASADO EN MOTORES DE CD SIN ESCOBILLAS PARA UN VEHÍCULO DE DOS RUEDAS

TESIS

Para obtener el grado de:

Maestro en Electrónica Opción: Sistemas Inteligentes Aplicados

Presenta:

Ing. Gonzalo Curiel Olivares

Director de Tesis:

Dr. Jesús Linares Flores

Co-director:

Dr. Jorge Luis Barahona Ávalos

H. Cd. de Huajuapán de León, Oaxaca, México, Marzo de 2019

*Con cariño para mi familia.
A mis padres, Guadalupe y Gonzalo
por brindarme todo su apoyo.
A mis hermanos, Julio y Carlos*

A Dony por su amor y apoyo durante la maestría.

Agradecimientos

A mi padre Gonzalo y a mi padrino Samuel por apoyarme y guiarme en el campo de la ingeniería y transmitirme el interés por la investigación.

Al Dr. Jesus Linares Flores, le agradezco principalmente por su amistad y por sus valiosos consejos y enseñanzas para ser un investigador. También le agradezco por invitarme a realizar este trabajo de tesis y por su valioso apoyo en el desarrollo de este trabajo como director.

A mis compañeros y amigos: Arturo Hernández Méndez, José Antonio Juárez Abad, Cesar Gabriel Pérez Ibarra, Rubén Omar García Valladares por el apoyo en los momentos donde requería un par de manos extra para continuar con este trabajo.

Y finalmente quiero agradecer al Dr. José Fermi Guerrero Castellanos, al Dr. Carlos García Rodríguez, al Dr. Richard Márquez Contreras, al Dr. Marco Antonio Contreras Ordáz, al Dr. Jorge Luis Barahona Ávalos, al Dr. Edgardo Yescas Mendoza y al Dr. Fermín hugo Ramírez Leyva por sus observaciones y consejos para solucionar los diferentes retos que presentó este trabajo.

Índice general

Agradecimientos	v
Índice general	vii
Índice de figuras	xi
Índice de tablas	xv
Resumen	xvii
1. Introducción	1
1.1. Estado del arte	4
1.2. Planteamiento del problema	6
1.3. Justificación	7
1.4. Hipótesis	8
1.5. Objetivos	8
1.5.1. Objetivo general	8
1.5.2. Objetivos específicos	9
1.6. Metas	9
1.7. Limitaciones	9
1.8. Metodología	9
2. Modelo dinámico del vehículo eléctrico de dos ruedas de auto-balanceo	13
2.1. Resumen	13
2.2. Introducción	14
2.3. Modelo dinámico del vehículo eléctrico	16
2.3.1. Cinemática del vehículo	17
2.3.2. Energía del sistema	18
2.3.3. Ecuación de movimiento Euler-Lagrange	18

2.3.4.	Modelo dinámico del motor BLDC	19
2.3.5.	Modelo dinámico del vehículo eléctrico completo	21
2.3.6.	Linealización en forma aproximada	21
2.4.	Diseño del sistema de control del vehículo	22
2.4.1.	Parametrización diferencial del vehículo	23
2.4.2.	Controlador por rechazo activo de perturbaciones	25
2.4.3.	Implementación del controlador	28
3.	Plataforma experimental del vehículo eléctrico	31
3.1.	Resumen	31
3.2.	Sistema eléctrico y electrónico del vehículo	32
3.2.1.	Baterías	32
3.2.2.	Motores BLDC	33
3.2.3.	Inversor trifásico	34
3.2.4.	Unidad de potencia	36
3.3.	Sensores	38
3.3.1.	Sensor del ángulo de inclinación del manubrio	38
3.3.2.	Sensores de efecto Hall	40
3.3.3.	Sensores de corriente	42
3.3.4.	Sensores de corriente y voltaje de las baterías	44
3.3.5.	Mandos de giro	46
3.4.	Unidad de control digital	49
4.	Resultados experimentales	51
4.1.	Resumen	51
4.2.	Pruebas experimentales	52
4.2.1.	Implementación en tiempo real	53
4.2.2.	Prueba 1, auto-balanceo del vehículo sin movimiento de traslación	55
4.2.3.	Prueba 2, auto-balanceo del vehículo con movimiento de traslación	58
4.2.4.	Prueba 3, viraje del vehículo a la izquierda	61
4.2.5.	Prueba 4, viraje del vehículo a la derecha	64
5.	Conclusiones	67
5.1.	Trabajos futuros	69
	Referencias	71

A. Motor de cd sin escobillas	77
A.1. Estructura básica del motor de CD sin escobillas	78
A.1.1. Estator	79
A.1.2. Rotor de imanes permanentes	80
A.1.3. Sensores de posición	80
A.1.4. Circuito de potencia	81
A.1.5. Lógica de conmutación	82
A.2. Modelo dinámico del motor de CD sin escobillas	84
A.3. Medición de los parámetros del motor BLDC	91
A.3.1. Número de polos	91
A.3.2. Resistencia e inductancia del motor BLDC	92
A.3.3. Constante eléctrica (K_e) y mecánica (K_T) del motor	93
A.3.4. Fricción e inercia del motor	94
B. Elementos Mecánicos	97
B.1. El chasis	98
B.2. La carrocería	99
B.3. El manubrio	101
C. Trabajos publicados	103

Índice de figuras

1.1. Metodología.	11
2.1. Diagrama de cuerpo libre del vehículo de dos ruedas de auto-balanceo.	15
2.2. Diagrama de cuerpo libre del vehículo eléctrico, vista lateral.	17
2.3. Circuito eléctrico del motor de CD sin escobillas.	19
2.4. Diagrama del esquema de control	28
3.1. Sistema de control del vehículo.	32
3.2. Baterías.	33
3.3. Motor BLDC SG/F14.	33
3.4. Inversor trifásico del vehículo eléctrico.	34
3.5. Programación de las salida de pwm.	35
3.6. Control de giro del motor.	36
3.7. Etapas para el control del inversor.	37
3.8. Unidad de manejo de potencia.	37
3.9. Inclinómetro	38
3.10. Programación de la señal de salida del inclinómetro.	39
3.11. Máquina de estados para los sensores de efecto Hall	40
3.12. Programación de sensores de efecto Hall.	41
3.13. Lógica de conmutación.	41
3.14. Programación de la lógica de conmutación.	42
3.15. Sensores de corriente.	43
3.16. Programación de la lectura de los sensores de corriente.	43
3.17. Sensor de voltaje y corriente.	44
3.18. Programación de la lectura de los sensores.	45
3.19. Mando de giro.	46
3.20. Programación de la lectura de los sensores de corriente.	47
3.21. Diagrama de flujo de la señal de reloj (Clk).	48

3.22. Implementación del mando de giro en la señal de control.	48
3.23. DSP-F28335.	49
3.24. Programación de la configuración del DSP.	49
4.1. Vehículo eléctrico de dos ruedas de auto-balanceo.	52
4.2. Esquema de control implementado en el programa PSim.	53
4.3. Tracción eléctrica del vehículo eléctrico de dos ruedas de auto-balanceo. . .	54
4.4. a) Prueba 1, auto-balanceo del vehículo eléctrico sin movimiento de traslación.	56
4.5. b) Prueba 1, auto-balanceo del vehículo eléctrico sin movimiento de traslación.	56
4.6. c) Prueba 1, auto-balanceo del vehículo eléctrico sin movimiento de traslación.	57
4.7. d) Prueba 1, auto-balanceo del vehículo eléctrico sin movimiento de traslación.	57
4.8. Instrucción de avance y paro.	58
4.9. a) Prueba 2, auto-balanceo del vehículo con movimiento de traslación. . . .	59
4.10. b) Prueba 2, auto-balanceo del vehículo con movimiento de traslación. . . .	59
4.11. c) Prueba 2, auto-balanceo del vehículo con movimiento de traslación. . . .	60
4.12. d) Prueba 2, auto-balanceo del vehículo con movimiento de traslación. . . .	60
4.13. Giro hacia la izquierda.	61
4.14. a) Prueba 3, viraje del vehículo a la izquierda.	61
4.15. Prueba 3, diferencia en las posiciones de las ruedas.	62
4.16. b) Prueba 3, viraje del vehículo a la izquierda.	62
4.17. c) Prueba 3, viraje del vehículo a la izquierda.	63
4.18. d) Prueba 3, viraje del vehículo a la izquierda.	63
4.19. Giro hacia la derecha.	64
4.20. a) Prueba 4, viraje del vehículo a la derecha.	64
4.21. Prueba 4, diferencia en las posiciones de las rudas.	65
4.22. b) Prueba 4, viraje del vehículo a la derecha.	65
4.23. c) Prueba 4, viraje del vehículo a la derecha.	66
4.24. d) Prueba 4, viraje del vehículo a la derecha.	66
A.1. Rotación del motor BLDC.	78
A.2. Configuración de un motor BLDC.	78
A.3. Diagrama de un motor BLDC simplificado.	79
A.4. Sección cruzada de los imanes del rotor.	80
A.5. Inversor de puente completo.	81
A.6. Secuencia de conmutación de un motor BLDC.	82
A.7. Diagrama de la secuencia de conmutación del motor BLDC.	83

A.8. Diagrama esquemático del motor BLDC.	84
A.9. Flujo del imán permanente en la fase A.	86
A.10. Relación de fase entre la densidad de flujo, y la fuerza contra-electromotriz.	88
A.11. Circuito equivalente del motor BLDC.	89
A.12. Lógica de conmutación.	91
A.13. Implementación de la lógica de conmutación.	92
A.14. Prueba 1.	93
A.15. Prueba 2.	94
B.1. Diseño en solidworks del vehículo.	97
B.2. Ensamble del chasis.	98
B.3. Ensamble de la carrocería.	99
B.4. Ensamble del manubrio.	101

Índice de tablas

3.1. Caracterización de los sensores de corriente.	44
3.2. Implementación de los puertos en la tarjeta DSP-F28335.	50
4.1. Nomenclatura	54
B.1. Piezas del chasis.	99
B.2. Piezas de la carrocería.	101
B.3. Piezas del manubrio.	102

Resumen

Este trabajo presenta un esquema de control robusto para el vehículo eléctrico de dos ruedas de auto-balanceo. La presencia de entradas desconocidas, como es el par de carga en las flechas de los actuadores, la cual es variante con el tiempo, además de parámetros desconocidos del sistema y la falta de conocimiento de las fricciones estáticas y dinámicas que se adhieren al vehículo, sugiere el diseño de un controlador por rechazo activo de perturbaciones en combinación con un observador de estado extendido. Este control se calcula a través de la propiedad de planitud diferencial del sistema (controlabilidad). De ahí, la salida plana calculada linealiza al sistema entrada-salida alrededor del punto de operación del vehículo, la cual se mide a través de un inclinómetro. El controlador virtual o auxiliar del control por rechazo activo de perturbaciones tiene dos acciones básicas de control proporcional y derivativo, más una adaptación que ayuda a la minimización de las perturbaciones, y con ello se consigue auto-balancear al vehículo de una forma suave. Por otra parte, el sistema de tracción eléctrica se compone de dos motores de CD sin escobillas en las ruedas (SG/F14-48V, 800W), los cuales son alimentados por dos baterías de ion de litio de alto rendimiento (48V, 10AH). El algoritmo de control propuesto se implementa en tiempo real mediante un procesador digital de señales (DSP) con matrícula TMS320F28335 de la firma Texas Instruments. Los resultados experimentales muestran la robustez del controlador bajo perturbaciones internas y externas. Así como, los índices del desempeño del error cuadrático medio de posición y velocidad del manubrio que auto-balancea al vehículo eléctrico.

Capítulo 1

Introducción

Actualmente las sociedades modernas tienen la necesidad de desplazarse a diferentes lugares. Por mucho tiempo, los Vehículos de Combustión Interna (VCI) han ofrecido ser la solución a esta necesidad, gracias a que han logrado establecer conexiones entre distintas ciudades, pueblos, etc, de manera rápida, cómoda y segura [1]. De ahí que estos vehículos se han convertido en un elemento clave para el crecimiento económico, considerando que son el medio para realizar importaciones y exportaciones dentro de un país [2], además le ofrecen a la sociedad la capacidad de desplazarse dentro de las ciudades y de esta manera darles acceso a todos los beneficios que tienen que ofrecer [3].

Sin embargo, los VCI consumen una gran cantidad de recursos naturales no renovables. En todo el mundo se consumen alrededor de 18 millones de barriles de petróleo cada día conduciendo automóviles. En consecuencia las cifras anuales de las emisiones de dióxido de carbono superan los 2.7 mil millones de toneladas [3], representando aproximadamente una cuarta parte de las emisiones mundiales de Gases de Efecto Invernadero (GEI) relacionadas con la energía [2].

Hoy en día, hay más de mil millones de vehículos registrados en el mundo, aproximadamente uno por cada siete personas en la tierra, y se prevé que el número de vehículos se duplicará antes del 2050, debido a que la demanda de movilidad en los países en desarrollo sufrirá un aumento. En ausencia de nuevas políticas, se prevé que el consumo de energía en el transporte y las emisiones de GEI relacionadas aumentarán casi un 50 % en 2030 y en más del 80 % en 2050 [4]. Es evidente la necesidad de hacer estos vehículos más limpios, más eficientes y menos dañinos socialmente, a fin de evitar desastres ambientales y económicos durante el próximo siglo [5].

La aparición de los Vehículos Eléctricos (VE) tiene como fin formar parte de la solución para los problemas que presentan los VCI [6]. Teniendo en cuenta que los VE cuentan con

una eficiencia superior en comparación con los VCI, ya que los motores eléctricos pueden operar con niveles de eficiencia superiores al 90 % en comparación con menos del 30 % para los motores de combustión interna [5]. Además, los VE tienen ventajas de respuesta de par rápido, corto tiempo de aceleración, control directo de la velocidad de las ruedas, la opción de aplicar cuatro ruedas independientes, alta seguridad y fiabilidad de frenado. Esto hace que los VE muestren méritos significativos y una fuerte competitividad en el mercado [7].

En lo que se refiere al medio ambiente, los VE producen cero emisiones cuando operan utilizando electricidad extraída de fuentes de energía renovables. Los únicos gases de efecto invernadero producidos en el ciclo de vida de un VE son los que se asocian con la fabricación, montaje y transporte de las piezas del vehículo al ensamblador y al distribuidor. Por lo tanto, los VE ofrecen la esperanza de formar un impacto en los sistemas de transporte que reducirá radicalmente los niveles actuales de emisiones de GEI en las ciudades [5].

Los VCI y los VE son típicamente diseñados para reunir al menos todas las necesidades posibles para la transporte de personas y de carga en largas y cortas distancias, pero esta gran flexibilidad maneja costos considerables e ineficiencia (masa, espacio y energía) en el vehículo. Los vehículos convencionales suelen ser de cuatro plazas o más, sin embargo, una gran parte de la población se transporta sola, en un vehículo que excede las necesidades de espacio requeridas por el conductor. Esto ocasiona un incremento innecesario en el tráfico, uso ineficiente del espacio, y el uso de combustible que no es necesario para cumplir con los requerimientos de una persona, ya sea combustible fósil o energía eléctrica en el caso de los VE [8].

Con el objetivo de formar parte de la solución a los problemas que los VCI y los VE presentan y abordar las nuevas necesidades que las ciudades exhiben en el transporte personal, la utilización de los vehículos eléctricos monoplaza surge con el fin de optimizar el uso de la energía, el espacio y el tiempo en el transporte.

Las motocicletas son un claro ejemplo de este tipo de vehículos pero no pueden ser utilizadas en el área peatonal ni dentro de edificios. Otro ejemplo son las bicicletas que se pueden utilizar en una gama más amplia de lugares, pero tienen que ser accionadas con energía mecánica producida por su usuario y no ha ganado mucha aceptación para su uso dentro de edificios. Las sillas de ruedas también se utilizan para el transporte personal, el problema en la utilización de este vehículo es que están diseñadas para permitir el desplazamiento de aquellas personas con problemas de locomoción o movilidad reducida, debido a una lesión, enfermedad física, etc. [9].

El primer vehículo eléctrico monoplaza de dos ruedas de auto balanceo en formar parte de los sistemas de transporte fue el Segway Human Transporter producido por la empresa Segway en el año 2001 [10]. El Segway Human Transporter es un vehículo que transporta a una persona a velocidades relativamente bajas. La operación de baja velocidad (limitada a aproximadamente 20 km/h) combinada con su sistema de propulsión eléctrico convierte al Segway en un candidato para el transporte a corta distancia en las calles de la ciudad, las aceras y en interiores [9, 11, 12].

Estos vehículos consisten básicamente en un par de ruedas idénticas, un chasis, motores eléctricos, un manubrio (como analogía un “péndulo invertido”) y una unidad de control de movimiento. El chasis soporta el par de ruedas y el manubrio. Los motores eléctricos giran las ruedas con respecto al chasis. La unidad de control de movimiento controla los motores eléctricos para mover el vehículo y estabilizar el manubrio [13]. El operador se coloca encima de una plataforma cuyo centro de gravedad se encuentra por encima del eje de giro volviendo al sistema naturalmente inestable y de naturaleza no lineal [14, 15, 16].

La configuración general del vehículo consiste de tres subsistemas principales -propulsión eléctrica, fuente de energía y auxiliares. El subsistema de propulsión eléctrica se compone por el controlador electrónico, los convertidores de potencia, los motores eléctricos, la transmisión mecánica y las ruedas. El subsistema de la fuente de energía involucra a la fuente de energía, la unidad de manejo de energía y la unidad de recarga de energía [17]. El subsistema auxiliar está compuesto por la unidad de navegación que consiste en la odometría, la unidad de medición inercial, la dirección y la unidad auxiliar de potencia [18].

Este tipo de vehículos opera de la siguiente manera: Cuando el operador se inclina hacia adelante, las ruedas deben de girar en la misma dirección que el de la inclinación. Para detenerse, las ruedas deben acelerar hacia delante para estabilizar el centro de masa del sistema y aplicar un par de desaceleración para ralentizar el sistema sin causar que el operador caiga del dispositivo. Estos principios operativos se invierten para permitir que el sistema se mueva hacia atrás [19]. Para girar, las ruedas giran a velocidades diferentes haciendo que el sistema se desplace angularmente. Si el sistema no se está trasladando hacia delante o hacia atrás, las ruedas pueden girar en direcciones opuestas para girar al vehículo en su lugar [9].

En la siguiente sección se realiza una revisión del estado del arte, esto con la finalidad de identificar los estudios que se han realizado en el desarrollo de los vehículos eléctricos de dos ruedas de auto-balanceo, centrándose en las investigaciones que se han realizado en cuanto al modelo matemático, los sistemas de control utilizados para lograr el auto-

balanceo del vehículo, el sistema de sensado, la tecnología que se ha utilizado para procesar los algoritmos de control y la información del sistema, sin olvidar los tipos de motores que se han utilizado en la tracción eléctrica del vehículo.

1.1. Estado del arte

Los VE de dos ruedas atraen el interés de la sociedad gracias a sus numerosas ventajas como es su construcción compacta, bajo consumo de energía, operación conveniente y su alta maniobrabilidad [16]. Este interés se extiende hasta el campo de la investigación, debido a que la construcción de este tipo de vehículo presenta múltiples desafíos que se pueden encontrar en el modelado matemático del vehículo, en el diseño de controladores, en el sistema de sensado y en el sistema de tracción eléctrica.

Con respecto al modelo matemático, se ha demostrado que este sistema es incontrolable por medio del modelo cinemático [19]. Esto se debe a que, el vehículo cuenta con menos actuadores que grados de libertad [16], por lo que se puede considerar como un sistema mecánico subactuado [12, 13]. De hecho, el equilibrio de estos vehículos sólo se logra controlar considerando los efectos dinámicos, los cuales son no lineales [20].

Este tipo de vehículo es similar al sistema carro-péndulo y pendubot [21]. Sin embargo, a diferencia de estos sistemas, el movimiento del manubrio (“péndulo invertido”) en el presente sistema no se desarrolla en el plano X, Y debido a que su comportamiento se desenvuelve en los ejes X, Y, Z [22]. Generalmente, los métodos de Euler-Lagrange [22, 20] y de Newton [23, 24, 25] son utilizados para obtener el modelo matemático. Ambos métodos determinan que los estados del sistema son el desplazamiento y la velocidad lineal del vehículo, el ángulo y la velocidad de inclinación angular del vehículo.

Debido al efecto de las restricciones no-holonómicas, el modelo matemático no puede ser linealizado en forma exacta [26], por lo que es un sistema fuertemente no lineal, variable en el tiempo, inestable y acoplado. En consecuencia, los requerimientos para el diseño del controlador son más altos [27]. Sin embargo, la linealización en un punto de operación del sistema es controlable [28], lo que permite el diseño de controladores lineales.

Los controladores más utilizados para la estabilización del vehículo son: el algoritmo del tipo PID y PD utilizados en [1, 8, 29] y en [11, 30] respectivamente, el controlador LQR implementado en [12, 25, 31] y el método de colocación de polos utilizados en [24, 32, 33]. Sin embargo, la linealización conducirá a un modelo impreciso y los efectos de control no pueden ser adecuados ante la presencia de perturbaciones [34]. Para tolerar las situaciones

anteriormente mencionadas se han diseñado algoritmos de control adaptables como en [35]. Algunos trabajos han optado por manejar el modelo del vehículo y el modelo del motor de manera desacoplada como lo han realizado en [36], esto permite diseñar controladores para el vehículo y para los motores sin la necesidad de utilizar un modelo matemático complejo.

Por otro lado, el esquema de control por rechazo activo de perturbaciones (ADRC, por sus siglas en inglés) se ha utilizado en al menos todos los dominios de la ingeniería de control [28], por ejemplo: para el movimiento de robots humanoides [37], el diseño de filtros de potencia [38], el almacenamiento de energía [39], control de generadores [40], control de motores eléctricos [41, 42, 43], y control cooperativo en energías renovables y sistemas mecánicos [44, 45]. La idea principal de este enfoque es simplificar la descripción del sistema, ya que las perturbaciones endógenas y exógenas desconocidas se incluyen en un solo término de perturbación. En consecuencia, si este término de perturbación se estima y se utiliza como parte de la acción de control, su efecto no deseado se cancelará [28]. Recientemente, se ha informado en [46], [34] y [27] el uso del esquema de control ADRC basado en el controlador PID junto con un observador de estado extendido (ESO, por sus siglas en inglés) aplicado a robots de dos ruedas de auto-balanceo, donde los resultados de las simulaciones muestran un buen rendimiento.

Uno de los requerimientos claves para implementar un controlador con un buen desempeño recae en los sensores del sistema, pues éstos se encargan de retroalimentar los estados del vehículo. Para medir la inclinación del vehículo se utilizan acelerómetros y giroscopos, éstos miden el ángulo y la velocidad angular del cuerpo, respectivamente [30, 31, 33, 36]. Sin embargo, el acelerómetro proporciona datos con ruido y el giroscopio causa inestabilidades. Por lo que, estos dos sensores se combinan con un filtro complementario con el fin de obtener datos más precisos [11, 35, 25], siendo el filtro de Kalman uno de los más utilizados [1, 11, 12].

El cálculo del desplazamiento y la velocidad lineal se realiza por medio de sensores de desplazamiento angular colocados en las ruedas o en los motores del vehículo [35, 24, 25]. También se utilizan sensores de efecto Hall en el caso donde se requieran motores de CD sin escobillas como lo han hecho en [18, 47]. Para proporcionar la referencia de rotación en el desplazamiento angular del vehículo, se han utilizado potenciómetros acoplados al eje del manubrio [25, 29]. Los sensores muestran variedad con respecto al propósito del sistema. Cámaras y sensores de alcance láser detectan el entorno del vehículo para navegar. Además, los módulos bluetooth y xBee implementan la comunicación inalámbrica [1, 35, 25, 30].

Todo el procesamiento se realiza mediante una unidad de procesamiento central. Los microcontroladores son generalmente preferidos en la literatura debido a su accesibilidad [11, 25, 30]. Los procesador digital de señales (DSP, por sus siglas en ingles) se utiliza para aplicaciones en tiempo real como en [32, 36]. Además del DSP, se utilizan los Field Programmable Gate Array (FPGA) como hardware de control de los sistemas en [24, 31]. Por otra parte, módulos dSpace han sido utilizados para realizar pruebas en prototipos, antes de transferir los algoritmos a algún controlador portable [35, 25].

En cuanto al sistema de propulsión eléctrica, esta es la tecnología principal de los VE, pues la tecnología que está involucra, principalmente los motores eléctricos, son los responsables de convertir la energía eléctrica en energía mecánica y de esta manera transmitir el par necesario a las ruedas. En los vehículos de dos ruedas de auto-balanceo el sistema de propulsión eléctrica está basada principalmente en motores de CD [1, 12, 24, 32, 25, 29, 31, 33] y en motores BLDC [18, 47]. Sin embargo, también se han desarrollado investigaciones con motores de imanes permanentes de CA [36]. Es importante mencionar que se han reportado pocas investigaciones en donde se estudia la autonomía, el desempeño y la eficiencia eléctrica del sistema de propulsión y de los esquemas de control que se implementan en vehículos de dos ruedas de auto-balanceo.

Partiendo de esta revisión del estado del arte se ha identificado el problema principal a resolver, el cual es diseñar un sistema de control robusto que sea capaz de mantener al vehículo en un punto de equilibrio inestable y transportar a una persona de manera suave y rápida. A continuación se describe de problema.

1.2. Planteamiento del problema

Los vehículos eléctricos de dos ruedas de auto-balanceo son una buena opción para formar parte de la solución a los problemas del transporte personal dentro de las ciudades, puesto que este tipo de vehículos tienen ventajas sobre los VCI y los VE convencionales [3]. Sin embargo, el vehículo eléctrico de dos ruedas de auto-balanceo es un sistema mecánico subactuado [12, 13], pues cuenta con tres coordenadas generalizadas (la posición angular del vehículo y su desplazamiento lineal y angular), mientras que sus entradas de control provienen de los pares producidos internamente por los motores eléctricos. Además, al ser un sistema basado en el principio del péndulo invertido, éste presenta un comportamiento no lineal [16].

Debido a que el funcionamiento del vehículo consiste en mantener a éste en un punto de equilibrio inestable, el problema principal recae en estabilizar la plataforma que soporta al usuario y mantener erguido el manubrio. Esto sólo se puede lograr con el diseño de un sistema de control que sea capaz de estabilizar al vehículo de manera rápida y suave, además el controlador debe asegurar la estabilidad al experimentar cambios en la carga, pues de esta manera se garantizará la seguridad del usuario, dicho de otra manera el controlador debe ser robusto.

Puesto que el sistema presenta las características de ser un sistema mecánico subactuado y no lineal de 6to orden, es necesario desarrollar un modelo dinámico, en donde sólo se consideren las dinámicas necesarias del vehículo para su control y estabilización. Como los actuadores utilizados son motores BLDC, y éstos presentan sus propias características mecánicas y eléctricas, su modelo dinámico debe ser considerado en el modelo general del vehículo. De esta manera se podrá desarrollar un controlador de alto desempeño con un mínimo de error en el ángulo de inclinación del vehículo.

En cuanto a los sistemas de control utilizados en la literatura, se han reportado el uso de técnicas de control basadas en la planitud diferencial [28] y observadores de estado extendido en sistemas como el vehículo diferencial, el péndulo invertido y el sistema carro-péndulo. Puesto que este tipo de sistemas de control han tenido buenos resultados en la regulación de sistemas no lineales como puede verse en [28], su aplicación en el vehículo de dos ruedas de auto-balanceo resulta ser una buena opción para garantizar su estabilización y la robustez bajo cambios de carga y presencia de perturbaciones.

A pesar de los problemas que se deben de resolver para la fabricación y la utilización de los vehículos de dos ruedas de auto-balanceo, existen numerosas ventajas al utilizarlos para el transporte personal en lugar de los vehículos convencionales como se verá en la siguiente justificación.

1.3. Justificación

Hoy en día un automóvil pesa hasta 20 veces más que el conductor, puede viajar cerca de 500 kilómetros sin recarga de combustible, es capaz de superar velocidades arriba de 150 kilómetros por hora, requiere más de 100 pies cuadrados para estacionarse, y está estacionado más del 90 % del tiempo. A menos que se utilice un automóvil para transportar grandes cantidades de personas o carga pesada la mayor parte del tiempo y recorrer grandes

distancias, esto es considerablemente más de lo necesario para proporcionar una movilidad personal segura, conveniente y eficiente dentro de las ciudades [3].

Al diseñar vehículos con especificaciones que se ajusten más a las necesidades de la movilidad personal, se puede reducir el uso de materiales, ahorrar espacio y ahorrar energía. Los vehículos de dos ruedas de auto-balanceo han demostrado cumplir con las necesidades que el transporte en las ciudades necesita, ya que es extremadamente compacto, tanto estacionado como en movimiento, además consume poca energía en comparación con los VE convencionales y no emite ningún tipo de gas en el ambiente.

Teniendo en cuenta que este tipo de vehículos son sistemas mecánicos sub-actuados y de comportamiento no lineal, el diseño de un sistema de control de estabilización de alto rendimiento es difícil de alcanzar. Actualmente se han reportado diversos controladores que solucionan este problema de estabilización [1, 12, 35, 24, 30, 36], lo cual sugiere que esta línea de investigación continúa vigente.

Por otra parte, en [28] se ha presentado el desarrollo de sistemas de control basados en la planitud diferencial y en observadores de estado extendido para vehículos diferenciales, el sistema péndulo invertido y el sistema carro-péndulo. Puesto que éste tipo de sistemas de control han tenido buenos resultados en la regulación de los sistemas mencionados anteriormente, resulta ser una buena opción probar la capacidad que esta técnica de control tiene para la estabilización de este tipo de vehículo eléctrico de dos ruedas.

1.4. Hipótesis

Es posible realizar el diseño de un sistema de control robusto basado en la planitud diferencial y en observadores de estado extendido que sea capaz de estabilizar y mover al vehículo eléctrico de dos ruedas de auto-balanceo de manera rápida y suave.

1.5. Objetivos

1.5.1. Objetivo general

Diseñar e implementar un sistema de control basado en la planitud diferencial y observadores de estado extendido para estabilizar y mover al vehículo eléctrico de dos ruedas de auto-balanceo, mientras transporta a una persona.

1.5.2. Objetivos específicos

- Obtener y analizar las propiedades del modelo matemático del vehículo eléctrico de dos ruedas de auto-balanceo.
- Diseñar y validar un controlador basado en la planitud diferencial para lograr la estabilización del vehículo.
- Diseñar y validar observadores de estado extendido para volver al sistema de control más robusto ante perturbaciones y cambios de carga.
- Implementar el sistema de control en el DSP TMS320F28335 de Texas Instrument para controlar al sistema físico.
- Analizar el desempeño del sistema de control, mientras el vehículo transporta a una persona.

1.6. Metas

La realización de este trabajo alcanzará las siguientes metas:

- Construir un prototipo experimental.
- Transportar a una persona dentro de las instalaciones de la UTM.
- Publicar un artículo de congreso internacional en el área de electrónica y mecatrónica.

1.7. Limitaciones

- El vehículo será un sistema manual, no un sistema robótico autónomo.
- Para simplificar la dinámica y el modelo dinámico solo se considerarán los giros que no influyan de manera significativa en la dinámica del vehículo.

1.8. Metodología

En un vehículo eléctrico de dos ruedas de auto-balanceo, el objetivo principal es estabilizar la plataforma que soporta al usuario y mantener erguido el manubrio, de tal manera que nunca exista la posibilidad de dejar caer al usuario, debido a que el vehículo es un sistema

mecánico subactuado con comportamiento no lineal. Cumplir con este objetivo es una tarea compleja. Con el fin de lograr la estabilización del vehículo se desarrolla el modelo matemático del sistema utilizando las ecuaciones de Euler-Lagrange, pues el diseño del controlador se basa en tal modelo, además es necesario para simular al sistema y así validar el esquema de control.

Partiendo del modelo matemático linealizado alrededor del punto de equilibrio inestable, se diseña el sistema de control para la estabilización del vehículo, éste se basa en la propiedad de planitud diferencial del mismo y en observadores de estado extendido. Una vez diseñado el sistema de control es necesario obtener los parámetros mecánicos y eléctricos del vehículo, con el fin de realizar la simulación y la implementación del sistema de control.

Posteriormente, se realizan las pruebas experimentales en el vehículo para estabilizar su postura. Para esto el sistema de control se implementa en la tarjeta DSP TMS320F28335 de la firma Texas Instruments. Después de lograr la estabilización del sistema, se realizan pruebas en el vehículo con carga. Dicho de otra manera, el vehículo debe estabilizarse soportando al usuario. La metodología usada se describe de manera compacta con el siguiente diagrama de flujo.

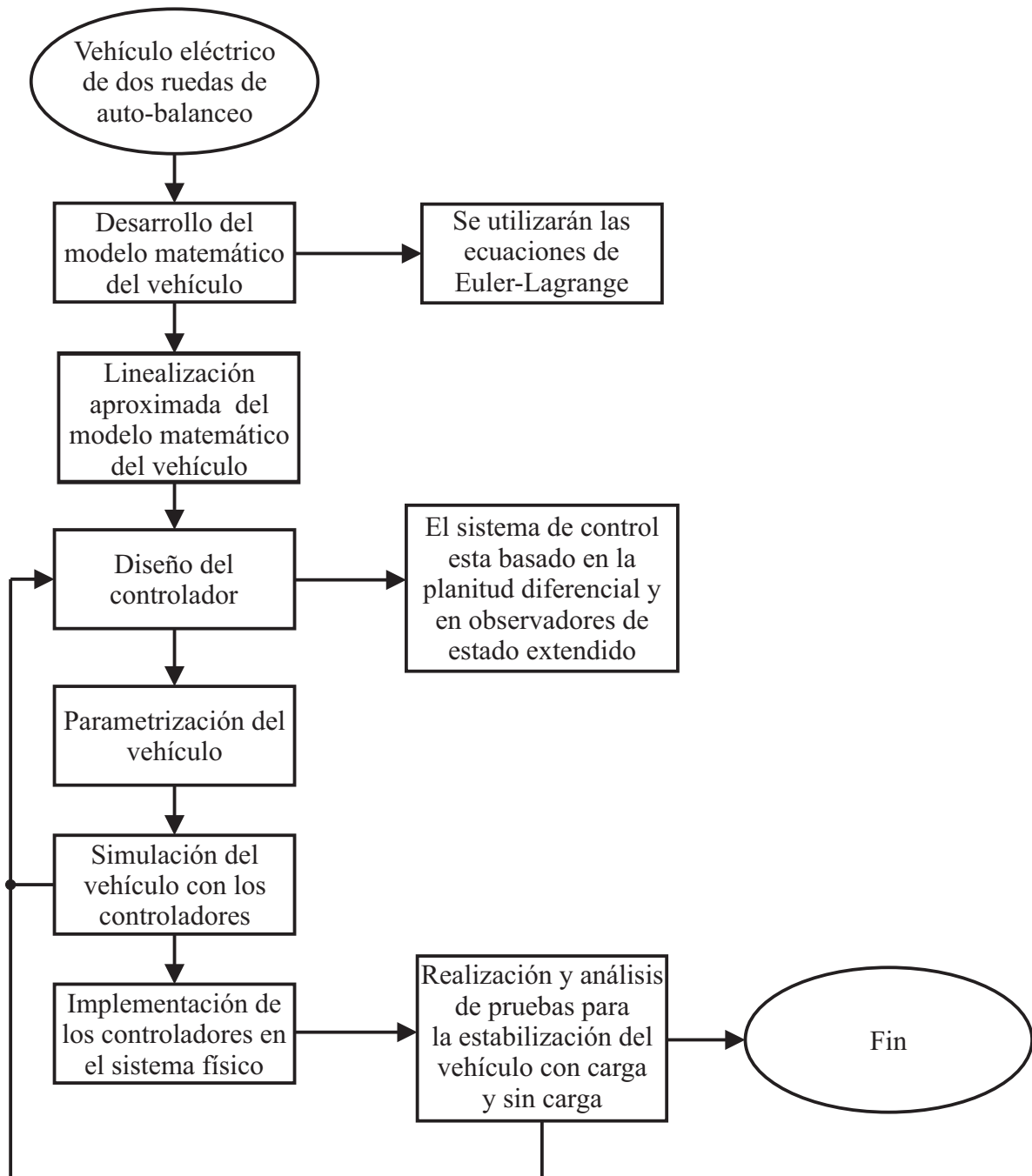


Figura 1.1: Metodología.

Capítulo 2

Modelo dinámico del vehículo eléctrico de dos ruedas de auto-balanceo

2.1. Resumen

En este capítulo se desarrolla el modelo matemático y las técnicas de control usadas en el vehículo eléctrico de dos ruedas de auto-balanceo. Primeramente, las restricciones y las consideraciones necesarias para el análisis dinámico del vehículo son descritas. Posteriormente, se hace uso de la metodología de Euler-Lagrange para obtener el modelo dinámico. Se realiza un análisis del modelo linealizado en forma aproximada incluyendo la dinámica del motor de CD sin escobillas. Una vez obtenido el modelo dinámico del vehículo, se parametriza diferencialmente el modelo en función de la salida plana y sus derivadas sucesivas con la finalidad de calcular el control por rechazo activo de perturbaciones.

2.2. Introducción

En general, al tratar de controlar un sistema dinámico es necesario tener el conocimiento de su comportamiento. Esto brinda información acerca de su configuración física, la naturaleza dinámica del sistema y sus restricciones de movilidad causadas por sus componentes. El modelo matemático de un sistema dinámico es la herramienta que proporciona esta información.

Un modelo matemático preciso del sistema puede resultar demasiado complejo para su análisis, por lo que se debe establecer un compromiso entre la simplicidad y la precisión del mismo. Por esta razón, al desarrollar el modelo matemático es conveniente tomar algunas consideraciones pertinentes, esto con el fin de simplificarlo sin comprometer la validez del comportamiento físico del sistema.

En el caso del vehículo eléctrico de dos ruedas de auto-balanceo se tiene un modelo matemático electro-mecánico, pues este cuenta con una parte mecánica, siendo esta toda la estructura del vehículo y una parte eléctrica, compuesta por los motores eléctricos. A continuación, y anticipando el desarrollo del modelo matemático, se realiza el análisis de las restricciones físicas del vehículo y se toman las consideraciones pertinentes para establecer ese compromiso entre simplicidad y precisión del modelo.

En lo que se refiere a la parte mecánica del vehículo se considera que:

- El ángulo entre el usuario y el manubrio es constante.
- El ángulo de inclinación del manubrio es lo suficientemente pequeño para que su función trigonométrica sea aproximada por una serie de Taylor.
- Los giros son lo bastante lentos, por lo que no afectan la dinámica general del vehículo.
- La resistencia del viento es despreciable, debido a que la velocidad del vehículo es relativamente lenta.
- La fricción en el contacto de las ruedas con la superficie se desprecia, puesto que el tipo de superficie se supone desconocida.
- Siempre habrá un punto de contacto entre la rueda y el suelo, por lo que no existirá deslizamiento en las ruedas.

Por otra parte, en lo referente a los motores eléctricos se considera que:

- Las auto-inductancias e inductancias mutuas tienen un valor pequeño, por lo cual se consideran despreciables, y esto da cabida a que se considere que la caída de potencial sea cero.

Al analizar el funcionamiento del vehículo de dos ruedas de auto-balanceo se puede concluir que éste posee 3 grados de libertad (GDL). Siendo el 1er GDL el movimiento que describe el manubrio del vehículo, véase el diagrama de cuerpo libre con vista lateral, a la izquierda de la Figura 2.1. El 2do y el 3er GDL son los que pueden experimentarse debido al funcionamiento de las ruedas, pues el vehículo puede moverse en el plano X-Y, al igual que un carro diferencial, como se muestra en el diagrama de cuerpo libre con vista superior, a la derecha de la Figura 2.1.

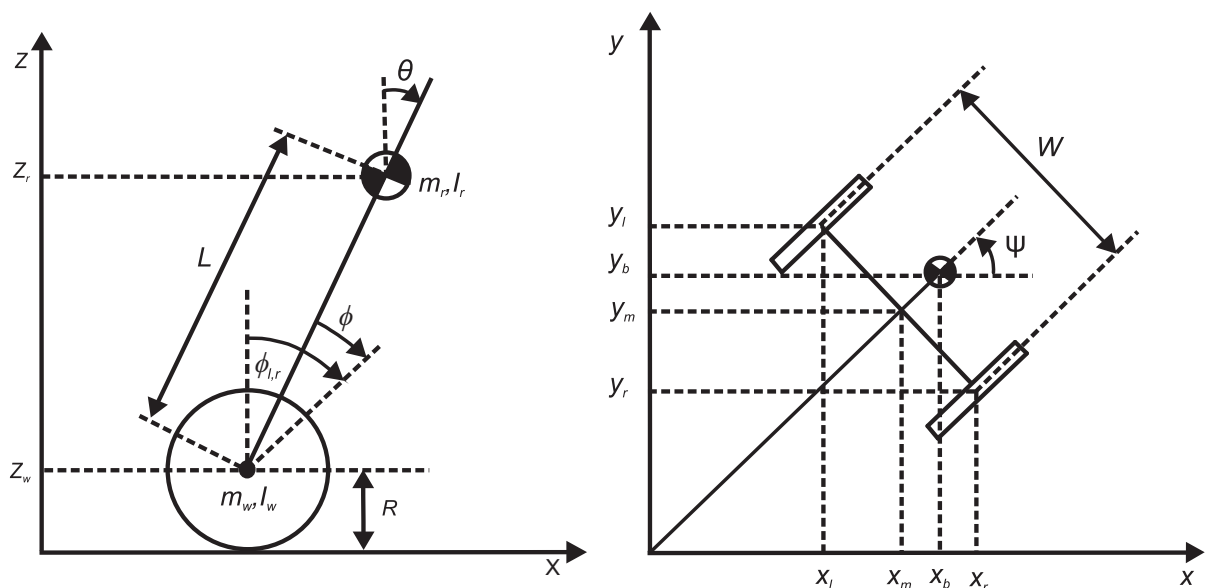


Figura 2.1: Diagrama de cuerpo libre del vehículo de dos ruedas de auto-balanceo.

Al considerar los 3 GDL del sistema daría como resultado un modelo matemático complejo. Se debe recordar que, el objetivo principal del controlador para este tipo de vehículos es estabilizar la plataforma y el manubrio en el punto de equilibrio inestable. Por lo que, analizar al vehículo, como si sólo tuviera 2 GDL, de acuerdo con los trabajos [48],[49],[50], es suficiente para alcanzar el objetivo de control propuesto en este trabajo.

Para esto, el análisis debe hacerse tomando como referencia el diagrama de cuerpo libre lateral del vehículo mostrado en la Figura 2.1. Esta consideración tendrá como resultado la reducción del modelo matemático a uno de 4to orden, sin comprometer el comportamiento dinámico de balanceo del vehículo.

Al analizar la dinámica del vehículo como si este fuera de 2 GDL imposibilitaría el control de sus giros. Sin embargo, esto no representa problema alguno, debido a que el vehículo funciona a bajas velocidades, además la forma correcta de girarlo es reduciendo la velocidad, pues de esta manera se garantiza la seguridad del usuario, ya que el usuario sólo cuenta con el apoyo del manubrio.

Cabe señalar que, esta consideración sólo se puede hacer cuando este tipo de sistemas se trabaja de manera manual, es decir, no son utilizados como sistemas robóticos autónomos. De otra manera, es necesario conocer las descripciones matemáticas que representen el comportamiento del sistema girando, con el fin de realizar un control de posición y así desplazarlo por cualquier superficie de manera autónoma.

Concluyendo con las consideraciones que se tomarán en cuenta para el desarrollo del modelo matemático del vehículo, se tiene que, su análisis se realiza como si este sólo funcionará en un plano 2D, ya que el modelo matemático se simplifica de gran manera sin perder la información necesaria para auto-balancear al vehículo de forma estable.

2.3. Modelo dinámico del vehículo eléctrico

Con las consideraciones anteriormente mencionadas, el diagrama de cuerpo libre del vehículo eléctrico de dos ruedas de auto-balanceo se reduce de la siguiente manera:

La nomenclatura asignada a las variables y constantes empleadas en el desarrollo del modelo dinámico se muestra en la siguiente lista:

m_w	Masa de la rueda.
m_r	Masa de la barra.
I_w	Inercia de la rueda
I_r	Inercia de la barra.
τ	Torque de los motores.
R	Radio de la rueda.
L	Distancia desde el eje hasta el centro de masa de la barra.
g	Fuerza de gravedad.
θ	Ángulo de inclinación del manubrio.
$\phi_{l,r}$	Ángulo de giro de las ruedas.
J_m	Inercia del motor de CD sin escobillas.

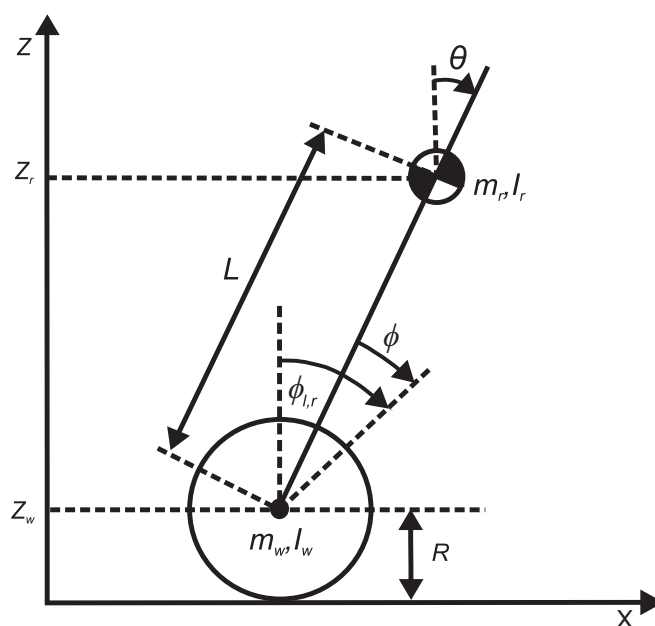


Figura 2.2: Diagrama de cuerpo libre del vehículo eléctrico, vista lateral.

2.3.1. Cinemática del vehículo

La localización de las coordenadas cartesianas de las masas m_w y m_r (véase la Figura 2.2) están dadas por:

$$\begin{aligned} x_r &= x + L \sin \theta, & y_r &= L \cos \theta \\ x_w &= x \end{aligned} \quad (2.1)$$

Mientras que sus velocidades correspondientes se establecen como:

$$\begin{aligned} \dot{x}_r &= \dot{x} + L\dot{\theta} \cos \theta, & \dot{y}_r &= -L\dot{\theta} \sin \theta \\ \dot{x}_w &= \dot{x} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Aplicando la condición de no-deslizamiento, para el movimiento traslacional del vehículo eléctrico, se tiene que:

$$\dot{x} = R\dot{\phi} \quad (2.3)$$

La condición de no-deslizamiento se define con la finalidad de analizar el modelo dinámico en función del desplazamiento angular de las ruedas ϕ y la posición angular del manubrio θ . Y así, trabajar con sólo dos coordenadas generalizadas en las ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange. Ahora bien, es posible utilizar las velocidades calculadas anteriormente para analizar las energías asociadas con las masas, como se muestra en el siguiente análisis.

2.3.2. Energía del sistema

La energía cinética asociada con las dos masas del vehículo eléctrico son:

$$\begin{aligned} T_w &= \frac{1}{2}m_w\dot{x}^2 \\ T_r &= \frac{1}{2}m_r(\dot{x} + L\dot{\theta}\cos\theta)^2 + \frac{1}{2}m_r(L\dot{\theta}\sin\theta)^2 + \frac{1}{2}I_r\dot{\theta}^2 \end{aligned} \quad (2.4)$$

Como se observa en el diagrama de cuerpo libre de la Figura 2.2, existe una energía asociada a la inercia de la rueda (I_w). Sin embargo, ésta es afectada por la dinámica de los motores, por esta razón la inercia se considera en el análisis del motor de CD sin escobillas, ya que $I_w = J_m$. Por otra parte, la energía potencial del sistema está dada por:

$$V = m_rgL\cos\theta \quad (2.5)$$

2.3.3. Ecuación de movimiento Euler-Lagrange

Para utilizar las ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange, primero se calcula el Lagrangiano del sistema. Este se define como la resta de la energía cinética del sistema menos la energía potencial del sistema, como se muestra en la siguiente ecuación:

$$L = T_w + T_r - V \quad (2.6)$$

Al sustituir T_w , T_r , y V , el lagrangiano resulta como sigue:

$$L = \frac{1}{2}m_wR^2\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}m_rR^2\dot{\phi}^2 + m_rRL\dot{\phi}\dot{\theta}\cos\theta + \frac{1}{2}m_rL^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}I_r\dot{\theta}^2 - m_rgL\cos\theta \quad (2.7)$$

Usando la ecuación de movimiento de Euler-Lagrange:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial L}{\partial q} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}} = \tau \quad (2.8)$$

Se realizan las derivadas necesarias para la coordenada generalizada ϕ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} &= m_wR^2\dot{\phi} + m_rR^2\dot{\phi} + m_rRL\dot{\theta}\cos\theta \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}}\right) &= m_wR^2\ddot{\phi} + m_rR^2\ddot{\phi} + m_rRL\ddot{\theta}\cos\theta - m_rRL\dot{\theta}^2\sin\theta \\ \frac{\partial L}{\partial \phi} &= 0 \end{aligned} \quad (2.9)$$

Y para la coordenada generalizada θ

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} &= m_r R L \dot{\phi} \cos \theta + m_r L^2 \dot{\theta} + I_r \dot{\theta} \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) &= m_r R L \ddot{\phi} \cos \theta - m_r R L \dot{\phi} \dot{\theta} \sin \theta + m_r L^2 \ddot{\theta} + I_r \ddot{\theta} \\ \frac{\partial L}{\partial \theta} &= -m_r R L \dot{\phi} \dot{\theta} \sin \theta + m_r g L \sin \theta\end{aligned}\quad (2.10)$$

Finalmente, se sustituyen las derivadas, previamente calculadas, en la ecuación de movimiento de Euler-Lagrange y se obtiene el modelo dinámico del sistema como sigue:

$$\begin{aligned}(m_w + m_r) R^2 \ddot{\phi} + m_r R L \ddot{\theta} \cos \theta - m_r R L \dot{\theta}^2 \sin \theta &= \tau \\ m_r R L \ddot{\phi} \cos \theta + (m_r L^2 + I_r) \ddot{\theta} - m_r g L \sin \theta &= -\tau\end{aligned}\quad (2.11)$$

Sin embargo, el modelo dinámico calculado en la ecuación (2.11) sólo considera el comportamiento mecánico del vehículo, pues aún no se incluyen los efectos dinámicos de los motores y la fricción presente en el sistema. A continuación se analizan las dinámicas relacionadas con los motores BLDC y las fricciones, esto con la finalidad de calcular un modelo más preciso del vehículo eléctrico de dos ruedas.

2.3.4. Modelo dinámico del motor BLDC

Como se vio en el estado del arte, el modelo dinámico del motor de CD sin escobillas se deriva en dos partes: la eléctrica y la mecánica. De acuerdo con la sección A.2, la representación del diagrama eléctrico del motor es como se muestra en la Figura 2.3.

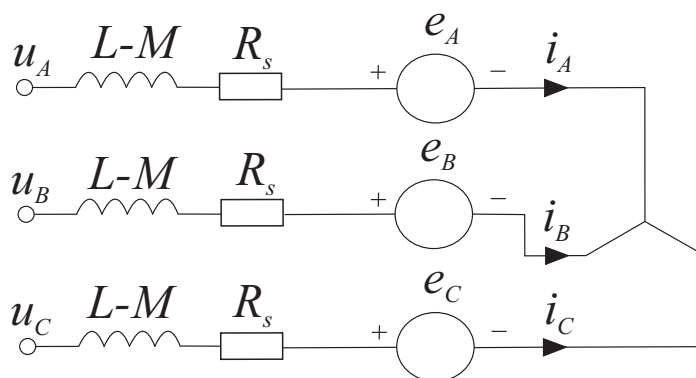


Figura 2.3: Circuito eléctrico del motor de CD sin escobillas.

Las ecuaciones que representan la parte eléctrica del modelo dinámico del motor son:

$$\begin{aligned}
L_s \frac{di_A}{dt} &= -R_s i_A - e_A + u_A \\
L_s \frac{di_B}{dt} &= -R_s i_B - e_B + u_B \\
L_s \frac{di_C}{dt} &= -R_s i_C - e_C + u_C
\end{aligned} \tag{2.12}$$

donde, $L_s = L - M$, $e_{A-C} = K_{e_{A-C}} w$; L es la inductancia de fase; M es la inductancia mutua; e_{A-C} es la fuerza electromotriz inducida; $K_{e_{A-C}}$ es la constante eléctrica del motor; w es la velocidad angular del motor; R_s es la resistencia de fase; i_{A-C} es la corriente de fase; u_{A-C} es el voltaje de fase. Debido a las consideraciones antes mencionadas, L_s se considera como una perturbación singular, por lo tanto $L_s = 0$. Por consiguiente, las ecuaciones de (2.12) se pueden re-escribir como sigue:

$$\bar{i}_A = \frac{u_A - e_A}{R_s}; \quad \bar{i}_B = \frac{u_B - e_B}{R_s}; \quad \bar{i}_C = \frac{u_C - e_C}{R_s} \tag{2.13}$$

Tomando en cuenta que el par desarrollado por el motor viene dado por la ecuación mecánica definida como:

$$\tau = T_{em} - J_m \dot{w} - \beta w \tag{2.14}$$

donde,

$$T_{em} = K_{e_A} \bar{i}_A + K_{e_B} \bar{i}_B + K_{e_C} \bar{i}_C \tag{2.15}$$

Ahora bien, sustituyendo la ecuación (2.13) en la ecuación (2.15) se obtiene T_{em} considerando las pérdidas eléctricas en el motor:

$$T_{em} = - \left[\frac{k_{e_A}^2}{R_s} + \frac{k_{e_B}^2}{R_s} + \frac{k_{e_C}^2}{R_s} \right] \omega + \left[\frac{k_{e_A} u_A}{R_s} + \frac{k_{e_B} u_B}{R_s} + \frac{k_{e_C} u_C}{R_s} \right] \tag{2.16}$$

Definiendo

$$T_s = \frac{k_{e_A}^2}{R_s} + \frac{k_{e_B}^2}{R_s} + \frac{k_{e_C}^2}{R_s} + \beta, \quad y \quad K_s u = \left[\frac{k_{e_A} u_A}{R_s} + \frac{k_{e_B} u_B}{R_s} + \frac{k_{e_C} u_C}{R_s} \right] \tag{2.17}$$

El par desarrollado por el motor representado por la ecuación (2.14), se re-escribe de la siguiente forma:

$$\tau = -T_s \omega + K_s u - J_m \dot{\omega}, \quad \text{con} \quad \omega = (\dot{\phi} - \dot{\theta}) \tag{2.18}$$

Siguiendo con el análisis del modelo dinámico del vehículo, ahora se considera la dinámica del motor dentro de la dinámica del vehículo eléctrico. Esto se hace al considerar que el par de entrada de (2.11) es el mismo que el de la ecuación (2.18).

2.3.5. Modelo dinámico del vehículo eléctrico completo

Considerando la dinámica del motor, dentro del modelo dinámico del vehículo eléctrico, éste se expresa como sigue:

$$\begin{aligned} ((m_w + m_r) R^2) \ddot{\phi} + m_r RL \ddot{\theta} \cos \theta - m_r RL \dot{\theta}^2 \sin \theta &= K_s u - T_s (\dot{\phi} - \dot{\theta}) - J_m (\ddot{\phi} - \ddot{\theta}) \\ m_r RL \ddot{\phi} \cos \theta + (m_r L^2 + I_r) \ddot{\theta} - m_r g L \sin \theta &= -K_s u + T_s (\dot{\phi} - \dot{\theta}) + J_m (\ddot{\phi} - \ddot{\theta}) \end{aligned} \quad (2.19)$$

Re-escribiendo (2.19) en forma matricial, se concluye con el siguiente modelo dinámico del vehículo:

$$\begin{bmatrix} \bar{M} & m_r RL \cos \theta - J_m \\ m_r RL \cos \theta - J_m & \bar{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_r RL \dot{\theta}^2 \sin \theta + K_s u - T_s (\dot{\phi} - \dot{\theta}) \\ m_r g L \sin \theta - K_s u + T_s (\dot{\phi} - \dot{\theta}) \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

donde

$$\bar{M} = (m_w + m_r) R^2 + J_m \quad \bar{I} = (m_r L^2 + I_r + J_m) \quad (2.21)$$

La ecuación (2.20) define la dinámica no-lineal del vehículo eléctrico, la cual es una dinámica de un sistema mecánico sub-actuado, y por lo que se sabe, este tipo de sistemas mecánicos no cumplen con la condición de involutividad [28]. De ahí que se busca que por lo menos la linealización aproximada alrededor del punto de equilibrio (inestable) de interés del vehículo, sea diferencialmente plano, i.e. sea controlable y observable.

2.3.6. Linealización en forma aproximada

Se supone que el manubrio del vehículo operará cerca de la posición angular de equilibrio. Se definen los puntos de equilibrio para las variables de estado, i.e., $\bar{\theta} = 0$, $\dot{\bar{\theta}} = 0$, $\bar{\phi} = 0$, $\dot{\bar{\phi}} = 0$. Por lo que, se define el nuevo vector de estado como: $\theta_\delta = \theta - \bar{\theta}$, $\dot{\theta}_\delta = \dot{\theta} - \dot{\bar{\theta}}$, $\phi_\delta = \phi - \bar{\phi}$ y $\dot{\phi}_\delta = \dot{\phi} - \dot{\bar{\phi}}$, de la misma manera se define para $\bar{u} = 0$ y $u_\delta = u - \bar{u}$. Como se observa en el modelo dinámico (2.20) existen términos trigonométricos, siendo éstos los únicos términos no lineales del modelo. Utilizando la aproximación por series de Taylor para senos y cosenos se tiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} \sin \theta &\approx \sin \bar{\theta} + \frac{d \sin \bar{\theta}}{d\theta} (\theta - \bar{\theta}) \approx \theta \\ \cos \theta &\approx \cos \bar{\theta} + \frac{d \cos \bar{\theta}}{d\theta} (\theta - \bar{\theta}) \approx 1 \end{aligned} \quad (2.22)$$

Se sustituyen las aproximaciones de las ecuaciones en (2.22) en (2.20). De ahí, el modelo dinámico linealizado queda expresado de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \bar{M} & m_r RL - J_m \\ m_r RL - J_m & \bar{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\phi}_\delta \\ \ddot{\theta}_\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_s u_\delta - T_s (\dot{\phi}_\delta - \dot{\theta}_\delta) \\ m_r g L \theta_\delta - K_s u_\delta + T_s (\dot{\phi}_\delta - \dot{\theta}_\delta) \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Con la finalidad de despejar las variables de estado de más alto orden, se calcula la matriz inversa que multiplica al vector de las aceleraciones (2.23), y se produce lo siguiente:

$$\begin{bmatrix} \ddot{\phi}_\delta \\ \ddot{\theta}_\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{M} & m_r RL - J_m \\ m_r RL - J_m & \bar{I} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} k_s u_\delta - T_s (\dot{\phi}_\delta - \dot{\theta}_\delta) \\ m_r g L \theta_\delta - k_s u_\delta + T_s (\dot{\phi}_\delta - \dot{\theta}_\delta) \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Siguiendo con el desarrollo algebraico de (2.24), se tiene:

$$\begin{bmatrix} \ddot{\phi}_\delta \\ \ddot{\theta}_\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\bar{I}[u_\delta k_s - T_s(-\dot{\theta}_\delta + \dot{\phi}_\delta)]}{c_1} + \frac{(J_m - LRm_r)[-u_\delta k_s + Lg\theta_\delta m_r + T_s(-\dot{\theta}_\delta + \dot{\phi}_\delta)]}{c_1} \\ \frac{\bar{M}[-u_\delta k_s + Lg\theta_\delta m_r + T_s(-\dot{\theta}_\delta + \dot{\phi}_\delta)]}{c_1} + \frac{(J_m - LRm_r)[u_\delta k_s - T_s(-\dot{\theta}_\delta + \dot{\phi}_\delta)]}{c_1} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

donde

$$c_1 = \bar{M}\bar{I} + 2LRJ_m m_r - J_m^2 - L^2 R^2 m_r^2$$

Se re-agrupan los términos con respecto a las variables de estado, y se obtiene el modelo dinámico linealizado y ordenado de la siguiente manera:

$$\ddot{\phi}_\delta = -\frac{c_2 T_s}{c_1} \dot{\phi}_\delta - \frac{(LRm_r - J_m) m_r g L}{c_1} \theta_\delta + \frac{c_2 T_s}{c_1} \dot{\theta}_\delta + \frac{c_2 k_s}{c_1} u_\delta \quad (2.26)$$

$$\ddot{\theta}_\delta = \frac{c_3 T_s}{c_1} \dot{\phi}_\delta + \frac{m_r g \bar{M} L}{c_1} \theta_\delta - \frac{c_3 T_s}{c_1} \dot{\theta}_\delta - \frac{c_3 k_s}{c_1} u_\delta \quad (2.27)$$

donde

$$c_2 = (\bar{I} - J_m + LRm_r), \quad c_3 = (\bar{M} - J_m + LRm_r)$$

El modelo dinámico representado por las ecuaciones (2.26) y (2.27), describe el comportamiento del vehículo cerca del punto de operación inestable de manera lineal, por lo que, dicho modelo se utiliza para calcular el diseño del sistema de control del vehículo eléctrico de dos ruedas de auto-balanceo.

2.4. Diseño del sistema de control del vehículo

En este apartado, se describe el diseño del sistema de control para la regulación de la posición del manubrio del vehículo en el punto de equilibrio inestable, el cual se calculará a través de la propiedad de planitud diferencial en combinación con un observador de estado extendido. Para diseñar el controlador se escribe el modelo dinámico del vehículo, en su

forma típica lineal (2.26) y (2.27), $\dot{x}_\delta = Ax_\delta + Bu_\delta$, para ello se definen las variables de estado de la forma: $x_{1\delta} = \phi_\delta$, $x_{2\delta} = \dot{\phi}_\delta$, $x_{3\delta} = \theta_\delta$, $x_{4\delta} = \dot{\theta}_\delta$, y se obtiene:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_{1\delta} \\ x_{2\delta} \\ x_{3\delta} \\ x_{4\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{c_2 T_s}{c_1} & -\frac{(LRm_r - J_m)m_r g L}{c_1} & \frac{c_2 T_s}{c_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{c_3 T_s}{c_1} & \frac{m_r g M L}{c_1} & -\frac{c_3 T_s}{c_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1\delta} \\ x_{2\delta} \\ x_{3\delta} \\ x_{4\delta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{c_2 k_s}{c_1} \\ 0 \\ -\frac{c_3 k_s}{c_1} \end{bmatrix} u_\delta \quad (2.28)$$

Es importante mencionar que la variable de estado $x_{1\delta}$ del modelo linealizado (2.28), no se utilizará para el diseño del controlador por retro-alimentación, ya que está será regulada indirectamente mediante las variables restantes. Cabe señalar que la dinámica de esta variable en todo momento es estable. De ahí, el modelo dinámico del vehículo eléctrico se expresa de la siguiente manera:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_{2\delta} \\ x_{3\delta} \\ x_{4\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{c_2 T_s}{c_1} & -\frac{(LRm_r - J_m)m_r g L}{c_1} & \frac{c_2 T_s}{c_1} \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{c_3 T_s}{c_1} & \frac{m_r g M L}{c_1} & -\frac{c_3 T_s}{c_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{2\delta} \\ x_{3\delta} \\ x_{4\delta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{c_2 k_s}{c_1} \\ 0 \\ -\frac{c_3 k_s}{c_1} \end{bmatrix} u_\delta \quad (2.29)$$

En la siguiente sección se estudiará a profundidad la propiedad de planitud diferencial del modelo linealizado del vehículo eléctrico de auto-balanceo de dos ruedas.

2.4.1. Parametrización diferencial del vehículo

PROPOSICIÓN 1 [51] *La salida plana de un sistema lineal controlable en la forma de espacios de estado:*

$$\dot{x} = Ax + bu \quad (2.30)$$

está dada, por la combinación lineal de los estados obtenidos de la última fila de la inversa de la matriz de controlabilidad de Kalman $[b, Ab, \dots, A^{n-1}b]$, i.e.

$$f = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b, Ab, \dots, A^{n-1}b \end{bmatrix}^{-1} x \quad (2.31)$$

La matriz de controlabilidad de Kalman [52], para un sistema de tercer orden viene dada como sigue:

$$C = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Utilizando las matrices A y B del modelo matemático del vehículo (ecuación (2.29)) en la ecuación (2.32), la matriz de controlabilidad del sistema resulta como sigue:

$$C = \begin{bmatrix} \frac{c_2 k_s}{c_1} & -\frac{T_s k_s c_2 (c_3 + c_2)}{c_1^2} & \frac{c_2 k_s T_s^2 (c_3 + c_2)^2}{c_1^3} + \frac{Lg c_3 k_s m_r (-J_m + LR m_r)}{c_1^2} \\ 0 & -\frac{c_3 k_s}{c_1} & \frac{T_s k_s c_3 (c_2 + c_3)}{c_1^2} \\ -\frac{c_3 k_s}{c_1} & \frac{T_s k_s c_3 (c_2 + c_3)}{c_1^2} & -\frac{LMg c_3 k_s m_r}{c_1^2} - \frac{c_3 k_s T_s^2 (c_2 + c_3)^2}{c_1^3} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

donde el determinante de la matriz de controlabilidad está dado por:

$$\det(C) = \frac{Lg c_3^2 k_s^3 m_r}{c_1^3} \quad (2.34)$$

Debido a que el determinante es diferente de cero, entonces el sistema es controlable y, por lo tanto, es diferencialmente plano en su aproximación lineal [51]. Ahora se calcula la salida plana F , a través de la siguiente expresión:

$$F_\delta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} C^{-1} \begin{pmatrix} x_{2\delta} & x_{3\delta} & x_{4\delta} \end{pmatrix}^T \quad (2.35)$$

$$F_\delta = -\frac{c_1}{m_r k_s g L} x_{2\delta} - \frac{c_1 c_2}{m_r k_s c_3 g L} x_{4\delta} \quad (2.36)$$

Una vez obtenida la salida plana (2.36), se calcula la parametrización diferencial de todas las variables de estado del sistema, incluyendo la entrada de control. Para realizar la parametrización diferencial, es necesario definir las derivadas temporales de la salida plana como sigue:

$$\begin{aligned} \dot{F}_\delta &= -\frac{c_1}{k_s c_3} x_{3\delta} \\ \ddot{F}_\delta &= -\frac{c_1}{k_s c_3} x_{4\delta} \\ \dddot{F}_\delta &= -\frac{T_s}{k_s} x_{2\delta} - \frac{m_r g M L}{k_s c_3} x_{3\delta} + \frac{T_s}{k_s} x_{4\delta} + u_\delta \end{aligned} \quad (2.37)$$

Se observa que la derivada de más alto orden de la salida plana es de tercer orden, por lo que no hay dinámica remanente del sistema. De ahí, se obtiene la parametrización diferencial de los estados y de la entrada de control, es decir, en términos de la salida plana y sus derivadas sucesivas:

$$\begin{aligned} x_{2\delta} &= -\frac{m_r k_s g L}{c_1} F_\delta + \frac{c_2 k_s}{c_1} \ddot{F}_\delta \\ x_{3\delta} &= -\frac{k_s c_3}{c_1} \dot{F}_\delta \\ x_{4\delta} &= -\frac{k_s c_3}{c_1} \ddot{F}_\delta \end{aligned} \quad (2.38)$$

$$u_\delta = \dddot{F}_\delta + \left(\frac{c_3 T_s}{c_1} + \frac{c_2 T_s}{c_1} \right) \ddot{F}_\delta - \frac{LMg m_r}{c_1} \dot{F}_\delta - \frac{Lg T_s m_r}{c_1} F_\delta \quad (2.39)$$

La parametrización diferencial de la entrada de control, u_δ , en función de la salida plana y sus derivadas sucesivas, representa la dinámica linealizada del sistema (2.29), de ahí, que (2.39) se puede considerar como un modelo linealizado entrada-salida del vehículo eléctrico.

2.4.2. Controlador por rechazo activo de perturbaciones

El objetivo de regulación del vehículo eléctrico de dos ruedas de auto-balanceo es mantener el auto-balanceo, mientras se transporta a un usuario. Esta tarea se realiza mediante la aplicación de tensión adecuada a los motores BLDC. Por lo tanto, se requiere un controlador robusto para lograr este objetivo. A continuación se diseña un controlador de estabilización basado en el rechazo activo de perturbaciones.

A partir de (2.39), se sustituye la salida plana de mas alto orden por una variable de control virtual, v_{aux} , en la cual se impone la dinámica deseada en lazo cerrado. En esta dinámica, se adapta una función de estimación para reducir los efectos de las perturbaciones internas y externas del vehículo. Debido a esto, ya no es necesario considerar los demás términos de la ecuación (2.39) en la ley de control. Por lo tanto, se tiene el siguiente controlador:

$$u_\delta = v_{aux} \quad (2.40)$$

con

$$v_{aux} = \ddot{F}^* - k_2(\hat{\ddot{F}}_\delta - \ddot{F}^*) - k_1(\hat{\dot{F}}_\delta - \dot{F}^*) - k_0(\hat{F}_\delta - F^*) - \eta \quad (2.41)$$

Los estados estimados de la salida plana, $\hat{\ddot{F}}_\delta$, $\hat{\dot{F}}_\delta$, \hat{F}_δ , y la función de perturbación estimada, η , son calculadas por medio de un observador lineal de estado extendido (LESO, - por sus siglas en ingles). Este observador se diseña a través del despeje de la derivada de más alto orden de (2.39), por lo que resulta:

$$\ddot{F}_\delta = u_\delta + \psi \left(\ddot{F}_\delta, \dot{F}_\delta, F_\delta \right) \quad (2.42)$$

donde,

$$\psi \left(\ddot{F}_\delta, \dot{F}_\delta, F_\delta \right) = - \left(\frac{c_3 T_s}{c_1} + \frac{c_2 T_s}{c_1} \right) \ddot{F}_\delta + \frac{LMgm_r}{c_1} \dot{F}_\delta + \frac{LgT_s m_r}{c_1} F_\delta \quad (2.43)$$

La función $\psi \left(\ddot{F}_\delta, \dot{F}_\delta, F_\delta \right)$ se considera desconocida, pero acotada, al igual que sus derivadas temporales. Para el diseño del observador se hace una copia del sistema (2.42), y se extiende la dinámica de la función de perturbación de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{F}}_1 &= \hat{F}_2 + \lambda_3 (F_\delta - \hat{F}_1) \\
\dot{\hat{F}}_2 &= \hat{F}_3 + \lambda_2 (F_\delta - \hat{F}_1) \\
\dot{\hat{F}}_3 &= u + \eta + \lambda_1 (F_\delta - \hat{F}_1) \\
\dot{\eta} &= \lambda_0 (F_\delta - \hat{F}_1)
\end{aligned} \tag{2.44}$$

donde la estimación de la salida plana y sus derivadas sucesivas se denotan por $\hat{F}_1 = \hat{F}_\delta$, $\hat{F}_2 = \dot{\hat{F}}_\delta$, y $\hat{F}_3 = \ddot{\hat{F}}_\delta$, mientras que la estimación de la función de perturbación desconocida se denota por η . Para calcular la dinámica del error de estimación se extiende la ecuación (2.42) en un arreglo de ecuaciones de primer orden como sigue:

$$\begin{aligned}
\dot{F}_1 &= F_2 \\
\dot{F}_2 &= F_3 \\
\dot{F}_3 &= u + \psi (F_\delta, \dot{F}_\delta, F_\delta)
\end{aligned} \tag{2.45}$$

donde $F_1 = F_\delta$, $F_2 = \dot{F}_\delta$ y $F_3 = \ddot{F}_\delta$. Se define la dinámica del error de estimación de la resta miembro a miembro de (2.45) con (2.44), y se obtiene la dinámica del error de estimación:

$$\begin{aligned}
\dot{\tilde{e}}_{F_1} &= \tilde{e}_{F_2} - \lambda_3 \tilde{e}_{F_1} \\
\dot{\tilde{e}}_{F_2} &= \tilde{e}_{F_3} - \lambda_2 \tilde{e}_{F_1} \\
\dot{\tilde{e}}_{F_3} &= \psi (F_\delta, \dot{F}_\delta, F_\delta) - \eta - \lambda_1 \tilde{e}_{F_1} \\
\dot{\eta} &= -\lambda_0 \tilde{e}_{F_1}
\end{aligned} \tag{2.46}$$

donde se define los errores de estimación como; $\tilde{e}_{F_1} = F_1 - \hat{F}_1$, $\tilde{e}_{F_2} = F_2 - \hat{F}_2$ y $\tilde{e}_{F_3} = F_3 - \hat{F}_3$. Se considera a (2.46) como la ecuación de la dinámica del error en términos de \tilde{e}_{F_1} :

$$\ddot{\tilde{e}}_{F_1} + \lambda_3 \ddot{\tilde{e}}_{F_1} + \lambda_2 \ddot{\tilde{e}}_{F_1} + \lambda_1 \dot{\tilde{e}}_{F_1} + \lambda_0 \tilde{e}_{F_1} = \dot{\psi} (F_\delta, \dot{F}_\delta, F_\delta) \tag{2.47}$$

Entonces la dinámica del error de estimación es un sistema dinámico lineal perturbado, cuya dinámica homogénea (es decir, no perturbada) es globalmente asintóticamente y exponencialmente estable cuando los parámetros de diseño λ_i se eligen estrictamente positivos [28].

A medida que aumenta el orden de la extensión del observador, se garantiza un decaimiento exponencial y asintóticamente uniforme de las variables de estado de error de estimación.

Esto supone que la señal de entrada de perturbación $\psi \left(\ddot{F}_\delta, \dot{F}_\delta, F_\delta \right)$ exhibe derivadas de tiempo de orden superior uniformemente acotadas. Además, las ganancias deben ser lo suficientemente altas para garantizar que los valores propios del observador estén ubicados lo suficientemente lejos en la parte izquierda del plano complejo [28].

Se dice que un polinomio en la variable compleja s con coeficientes reales es Hurwitz si las raíces del polinomio están todas ubicadas en la parte izquierda del plano complejo. En tal caso, los coeficientes constantes $\{\lambda_3, \lambda_2, \lambda_1, \lambda_0\}$ son seleccionados por medio de un polinomio Hurwitz de cuarto orden. Éste es dado por:

$$P_{Od}(s) = (s^2 + 2\zeta\omega_o s + \omega_o^2)^2 \quad (2.48)$$

Por lo tanto, las ganancias del observador están dadas por:

$$\begin{aligned} \lambda_3 &= 4\zeta\omega_o; \\ \lambda_2 &= 2\omega_o^2 + 4\zeta^2\omega_o; \\ \lambda_1 &= 4\omega_o^3\zeta; \\ \lambda_0 &= \omega_o^4 \end{aligned} \quad (2.49)$$

Por otra parte, para definir la dinámica del error en lazo cerrado del controlador, se sustituye \hat{F}_δ de la ecuación (2.41) por $\hat{F}_\delta = F_\delta - \tilde{e}_F$. Lo que da como resultado lo siguiente:

$$u_\delta = \ddot{F}_\delta^* - k_2(\ddot{F}_\delta - \ddot{\tilde{e}}_{F_1} - \ddot{F}_\delta^*) - k_1(\dot{F}_\delta - \dot{\tilde{e}}_{F_1} - \dot{F}_\delta^*) - k_0(F_\delta - \tilde{e}_{F_1} - F_\delta^*) - \eta \quad (2.50)$$

Reagrupando y simplificando la ecuación (2.50) se tiene:

$$u_\delta = \ddot{F}_\delta^* - k_2\ddot{\tilde{e}}_{F_1} - k_1\dot{\tilde{e}}_{F_1} - k_0\tilde{e}_{F_1} - \eta + \sum_{j=0}^2 K_j^{(j)} \tilde{e}_{F_1} \quad (2.51)$$

donde se define el error en lazo cerrado del controlador como: $e_F = F_\delta - F_\delta^*$, por lo que la dinámica del error resulta de sustituir la ecuación (2.51) dentro del sistema representado por la ecuación (2.42) como sigue:

$$\ddot{F}_\delta = \ddot{F}_\delta^* - k_2\ddot{\tilde{e}}_{F_1} - k_1\dot{\tilde{e}}_{F_1} - k_0\tilde{e}_{F_1} + \psi \left(\ddot{F}_\delta, \dot{F}_\delta, F_\delta \right) - \eta + \sum_{j=0}^2 K_j^{(j)} \tilde{e}_{F_1} \quad (2.52)$$

Ordenando la ecuación (2.52) la dinámica del error en lazo cerrado resulta:

$$\ddot{\tilde{e}}_{F_1} + k_2\ddot{\tilde{e}}_{F_1} + k_1\dot{\tilde{e}}_{F_1} + k_0\tilde{e}_{F_1} = \xi + \sum_{j=0}^2 K_j^{(j)} \tilde{e}_{F_1} \quad (2.53)$$

donde, $\xi = \psi \left(\ddot{F}_\delta, \dot{F}_\delta, F_\delta \right) - \eta$. Al igual que en el análisis del error de estimación del observador, se dice que el lado derecho de la ecuación (2.53) es un pequeño término de perturbación cuyas funciones son uniformemente y absolutamente acotadas, lo que permite obtener una dinámica exponencial y asintóticamente estable [28]. Por otra parte, las ganancias del controlador son sintonizadas por medio de un polinomio Hurwitz de tercer orden, dado por:

$$P_{Cd}(s) = (s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)(s + \alpha) \quad (2.54)$$

Por lo tanto, las ganancias del controlador están dadas por:

$$\begin{aligned} k_2 &= \alpha + 2\zeta\omega_n; \\ k_1 &= 2\zeta\alpha\omega_n + \omega_n^2; \\ k_0 &= \alpha\omega_n^2 \end{aligned} \quad (2.55)$$

2.4.3. Implementación del controlador

El análisis del modelo dinámico y el diseño del controlador se realizó considerando al sistema como si este sólo tuviera una entrada de control, y como si el vehículo sólo avanzara de manera recta. Debido a esto, es necesario aclarar la implementación del esquema de control con ayuda de la Figura 2.4. Como bien se sabe el vehículo cuenta con dos entradas de control, siendo los dos motores los que proporcionan las entradas de par para el auto-balanceo del vehículo, de ahí que el vehículo tiene la capacidad de realizar giros hacia ambos lados.

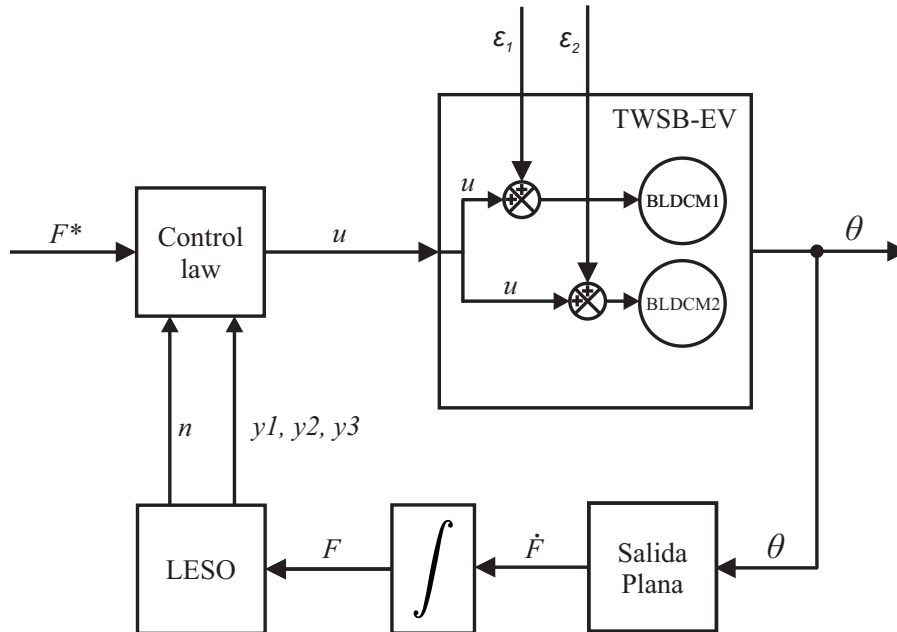


Figura 2.4: Diagrama del esquema de control

Se observa en la Figura 2.4 la implementación del esquema de control en un diagrama a bloques de manera simple. La señal de control u actúa sobre ambos motores. Sin embargo, esta señal es afectada por una entrada de perturbación arbitraria, conocida y acotada, pues ésta es generada a través de los mandos de giros por el usuario, ϵ_1 y ϵ_2 . Esto posibilita a que el usuario pueda aumentar y disminuir las velocidades de las ruedas de manera independiente para girar al vehículo.

Por lo tanto, la ley de control mostrada en la ecuación (2.40) se implementa en cada una de las ruedas como sigue:

$$\begin{aligned}u_1 &= u_\delta + \epsilon_1 \\u_2 &= u_\delta + \epsilon_2\end{aligned}\tag{2.56}$$

De modo que las ecuaciones (2.56), (2.40), (2.41), (2.44), (2.55) y (2.49) en conjunto engloban el esquema de control propuesto.

Capítulo 3

Plataforma experimental del vehículo eléctrico

3.1. Resumen

En este capítulo se describen los elementos eléctricos de la plataforma experimental. Estos son clasificados en base a su principio de funcionamiento, por lo que se agrupan en tres sistemas principales: el primer sistema es el de tracción eléctrica compuesto por dos motores eléctricos y el circuito de potencia que controla a los motores, las baterías y la unidad de manejo de tensión; el segundo sistema es el de sensado, cabe señalar que este sistema cuenta con elementos básicos para el funcionamiento del vehículo, pero este está sujeto a ser escalable, pues existen sensores que monitorean variables que son únicamente para el monitoreo del sistema, y no son usadas para el sistema de control.

Posteriormente se describe el tercer sistema: el sistema de control, el cual se compone por una unidad de procesamiento digital. Para la implementación en tiempo real del sistema de control se utiliza un dispositivo DSP TMS320F28335 de la firma Texas Instruments. Este dispositivo es programado por el software de simulación de circuitos PSim, cuenta con salidas PWM, entradas y salidas digitales, comunicación serial y entradas analógicas.

Con relación a las partes mecánicas del vehículo. La descripción del ensamble del chasis, la carrocería y el manubrio, así como las piezas necesarias para realizar dichos ensambles se muestran en el apéndice B.

3.2. Sistema eléctrico y electrónico del vehículo

El sistema eléctrico y electrónico del vehículo se compone de los elementos del sistema tracción eléctrica, el sistema de sensado y el sistema de control basado en un DSP. La Figura 3.1 muestra de manera general la implementación del sistema de control de movimiento del vehículo eléctrico.

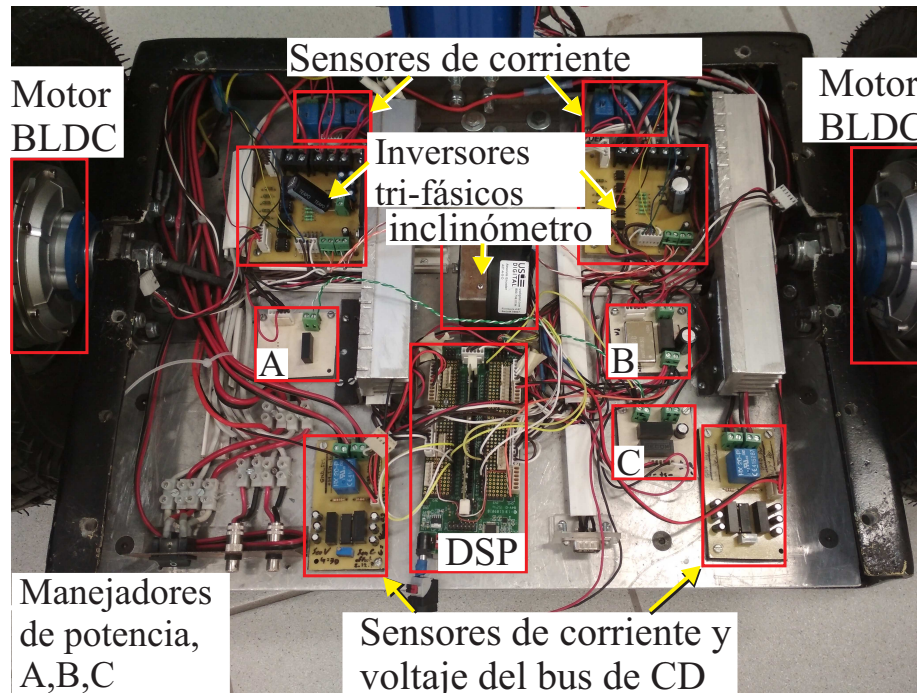


Figura 3.1: Sistema de control del vehículo.

En esta sección se detallan a los elementos que componen al sistema eléctrico y electrónico del vehículo. Esta descripción consiste en especificar sus características físicas y eléctricas, así como la descripción del funcionamiento y el método de implementación en el software de simulación de circuitos PSim.

3.2.1. Baterías

Las baterías utilizadas en el vehículo son del tipo ion de litio. Este tipo de baterías son utilizadas en aplicaciones de alta potencia. Cuentan con un cátodo basado en óxido de cobalto de litio y níquel manganeso (LiNiCoMn, NMC, NCM), y un ánodo basado en grafito. La celda NMC tiene una tensión de trabajo nominal de 3.6 ± 0.5 V. En la Figura 3.2 se muestran las baterías del vehículo.

Su modelo es NCM4810A115, con un voltaje de salida de 54 V, cuenta con una capacidad de 10 Ah, la capacidad de descarga es de 10-20 A, la corriente máxima de re-carga es de 5 A, sus dimensiones físicas son de 148*65*375 mm y pesan de 3.2 Kg.



Figura 3.2: Baterías.

3.2.2. Motores BLDC

Los motores seleccionados para el vehículo son motores de CD sin escobillas en las ruedas. Su modelo es SG/F14 de la compañía FreeGoPower. Es un motor trifásico con devanados en conexión tipo estrella, cuenta con un sólo eje, no tiene caja de engranes, las dimensiones de la rueda son 14.5 plg * 70 mm, el voltaje nominal es de 54 V, tiene una potencia de 800 W, su velocidad nominal es de 500 RPM, pesa 7 Kg, posee tres sensores de efecto Hall. El motor se encuentra sellado para repeler la humedad. El cableado del motor está configurado como sigue: fase A - color amarillo, fase B - color azul y fase C - color verde. La Figura 3.3 muestra al motor SG/F14.



Figura 3.3: Motor BLDC SG/F14.

3.2.3. Inversor trifásico

El inversor trifásico utilizado para accionar los motores BLDC del vehículo eléctrico, tienen la nomenclatura IRAM136-3063B. Este dispositivo cuenta con la integración de 6 IGBTs y un circuito de accionamiento. Su constitución física simplifica el diseño del hardware. Estos dispositivos trabajan con un voltaje máximo de 600 V y con una corriente máxima de 30 A. Al implementar este dispositivo se utilizaron 6 opto-acopladores, con la finalidad de desacoplar al inversor del resto de los dispositivos digitales. La Figura 3.4 muestra la implementación del inversor trifásico.

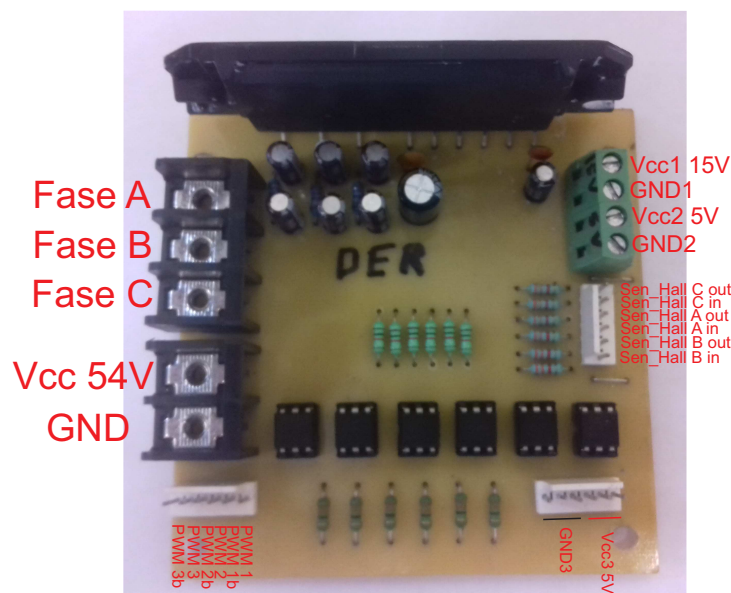


Figura 3.4: Inversor trifásico del vehículo eléctrico.

Implementación en software

Como se mencionó anteriormente, el inversor cuenta con 6 dispositivos IGBT, los cuales son controlados por 6 salidas PWM provenientes de la tarjeta con nomenclatura DSP-F28335. El software de simulación de circuitos PSim dispone de un módulo llamado simcoder, el cual cuenta con diferentes herramientas para simular el hardware y generar de manera automática el código para la implementación en tiempo real del DSP-F28335. Para implementar las salidas PWM, el software PSim cuenta con un módulo llamado “2-ph PWM”. Este módulo se presenta en la Figura 3.5, en el cual se configuran los pines digitales para funcionar como PWM, controlados por una entrada acotada entre 0-1, donde 1 equivale al 100% del ciclo de trabajo. Puesto que se utilizan dos inversores, uno para cada motor BLDC, de ahí que usen 6 bloques PWM.

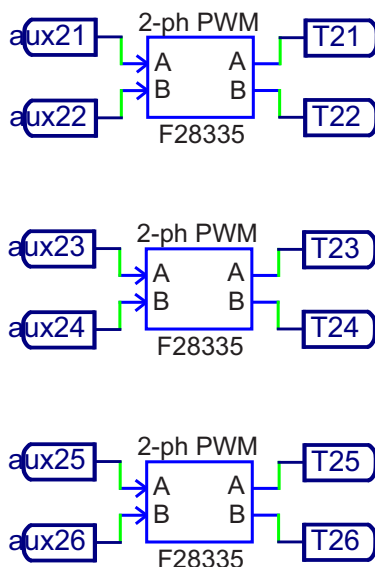


Figura 3.5: Programación de las salida de pwm.

De manera específica, el motor izquierdo utiliza el PWM-1 para la rama de la fase A del inversor, el PWM-2 para la rama de la fase B y el PWM-3 para la rama de la fase C. En cuanto al motor derecho, se utiliza el PWM-4 para la rama de la fase A, el PWM-5 para la rama de la fase B y el PWM-6 para la rama de la fase C. Por lo que, se habilitan los pines del GPIO_0 hasta el GPIO_12 como salidas PWM. La frecuencia de conmutación también se especifica en este bloque para un valor de 15 KHz. Las entradas de los bloques PWM son controladas por el módulo de control de giro, en el cual se definen los interruptores a conmutar dependiendo del signo de la señal de control. En la Figura 3.6 se muestra la implementación de este módulo.

Como se observa la señal de control entra a un bloque C, en el cual se reconoce el signo de la etiqueta 'u_izq', representado por la etiqueta 'dir2'. Esta variable toma un valor de 1 para el signo positivo y con el valor de 0 para el signo negativo. Los multiplexores tienen como salida una señal que habilita a los PWM en el orden definido por la combinación de los sensores de efecto Hall. Si se habilita un PWM, éste tendrá un ciclo de trabajo equivalente al valor de la señal 'u_izq'. En la Figura 3.7 se muestra el diagrama a bloques que definen las etapas que intervienen en la salida de PWM y el control de giro.

En la Figura 3.6, la salida de los tres multiplexores inferiores, los cuales controlan los tres IGBTs inferiores de las ramas del inversor, cuentan con un bloque C, este bloque tiene la función de habilitar al 100 % el ciclo de trabajo, cuando es necesario accionar al dispositivo.

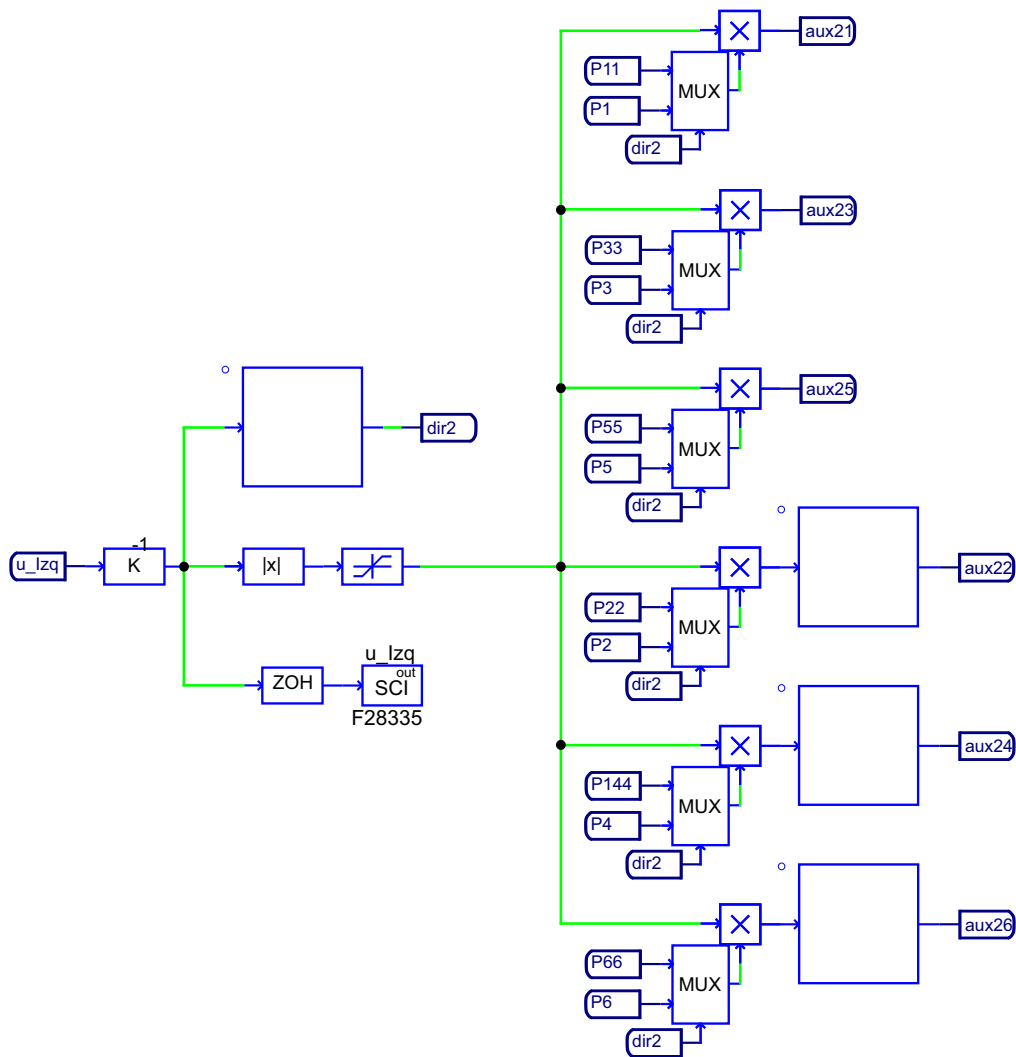


Figura 3.6: Control de giro del motor.

3.2.4. Unidad de potencia

La unidad de potencia se encarga de regular el nivel de voltaje de las baterías, de 54 V a los niveles de voltaje necesarios para alimentar todos los circuitos del vehículo. La primera función de esta unidad es energizar a los dos inversores. Para esto, el módulo utiliza un convertidor CD\CD AM5T-4815SZ. El voltaje de entrada de estos dispositivos es de 36-72 V, con una salida de 15 V y con una demanda de corriente máxima de salida de 330 mA. Este convertidor se encuentra en el módulo 1 de la Figura 3.8.

La segunda función se encarga de energizar los opto-acopladores 4N26, los cuales aíslan a las salidas del PWM del DSP con las entradas del dispositivo IRAM. Para esto se utiliza un convertidor CD\CD RS3-4805S, ubicado en el módulo 3 de la Figura 3.8, este dispositivo

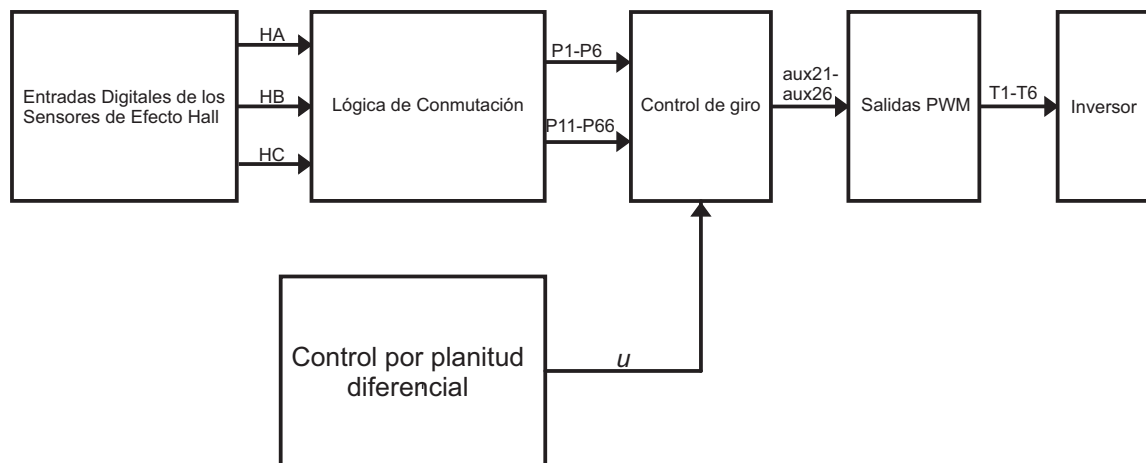


Figura 3.7: Etapas para el control del inversor.

reduce la tensión de las baterías de 54 V a 5 V. El voltaje de entrada de este dispositivo es de 36-72 V y la corriente máxima de salida es de 600 mA.

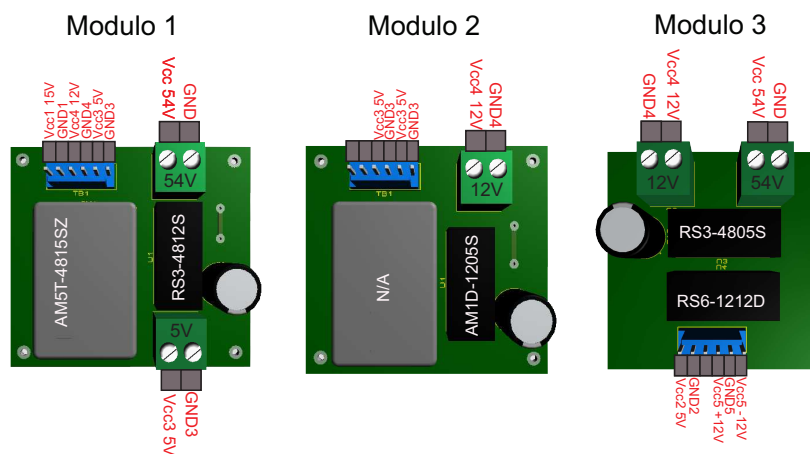


Figura 3.8: Unidad de manejo de potencia.

La tercera función de esta unidad se encarga de energizar los dispositivos digitales y los sensores del vehículo. Para esto se utiliza un dispositivo con matricula AM1D-1205S para alimentar los mandos de giro, los sensores de efecto Hall y la tarjeta DSP. Este dispositivo está ubicado en el módulo 2 y reduce de 12 V a 5 V. También se utiliza un dispositivo RS3-4812S, encargado de reducir el nivel de voltaje de las baterías a una tensión de salida de 12 V. Este nivel de voltaje se utiliza para alimentar al inclinómetro y a los sensores de voltaje, ubicados en el módulo 1. Por último, se utiliza un dispositivo RS6-1212D, ubicado en el módulo 3 para alimentar a los sensores de corriente.

3.3. Sensores

En este apartado se describe el sistema de medición del vehículo eléctrico, el cual se compone de un sensor de posición angular para el monitoreo del ángulo de inclinación del manubrio, sensores de efecto Hall para el monitoreo del desplazamiento angular de cada uno de los rotores de los motores BLDC, sensores de voltaje, sensores de corriente y las señales de mando para hacer girar al vehículo. La descripción de cada uno de ellos se trata a detalle a continuación.

3.3.1. Sensor del ángulo de inclinación del manubrio

El ángulo de inclinación del manubrio del vehículo eléctrico se adquiere a través del uso de un inclinómetro. Su salida se conecta a un puerto ADC del dispositivo DSP. La información del sensor sirve para calcular dos variables de estado del sistema de control. Éstas definen la posición y velocidad angular del vehículo eléctrico. La Figura 3.9 muestra el inclinómetro utilizado en el vehículo.



Figura 3.9: Inclinómetro

Este dispositivo (“A2T Absolute Optical Inclinometer” de la firma US Digital) es un sensor para medir un ángulo de inclinación en un sólo eje, puede medir hasta 360° y cuenta con una salida analógica. Internamente usa un sensor de posición angular con una barra giratoria montada en una rueda impulsada por el efecto de la gravedad. Un microcontrolador interno en el dispositivo se encarga de decodificar la información cada 2 mseg. El sensor cuenta con un amortiguamiento magnético que proporciona una rápida respuesta, con un tiempo de asentamiento rápido, lo que elimina sobre tiros y oscilaciones.

Implementación en software

Como se mencionó anteriormente, la señal del inclinómetro es procesada por la tarjeta con nomenclatura DSP-F28335 por medio de su puerto ADC. El software de simulación de circuitos PSim incluye la herramienta para la generación de código ‘ADC-F28335’ para habilitar y deshabilitar los puertos ADC del dispositivo DSP. En la Figura 3.10 se muestra el diagrama esquemático del módulo de adquisición. Para habilitar un puerto se coloca un valor constante del lado izquierdo del bloque y los puertos que no se desean habilitar se les coloca una señal a GND. La entrada ADC-A3 se utiliza para el monitoreo de la señal de salida del inclinómetro.

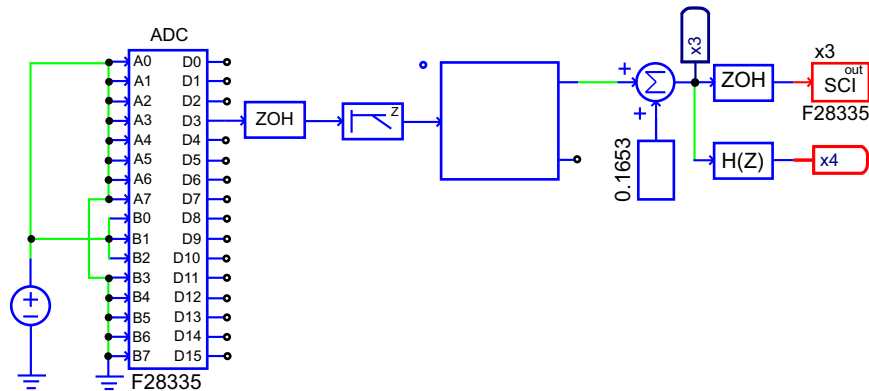


Figura 3.10: Programación de la señal de salida del inclinómetro.

Cuando se adquiere la señal, esta información se procesa a través de un muestreador reductor de orden cero, con el fin de controlar el número de muestras por segundo que el DSP procesará. Posteriormente, esta misma señal pasa a través de un filtro pasa bajas de primer orden, pues con ellos se atenuan componentes de alta frecuencia de la señal. Por último, la señal procesada pasa por un ‘bloque C’, el cual convierte los valores obtenidos del ángulo dado en voltaje a valores en radianes, a través de la siguiente fórmula:

$$y = (x_1/3.75) * (2 * 3.1416) - 3.178 \quad (3.1)$$

A la señal adquirida en radianes se le aplica una suma con el fin de ajustar su valor a cero dependiendo del equilibrio del vehículo. Con ello se adquiere la posición angular del vehículo eléctrico, denotada como: x_3 . La velocidad del ángulo de inclinación del vehículo se denota por la variable x_4 , la cual se calcula via un filtro digital. Por último, la Figura 3.10 también muestra un bloque SCI, el cual es necesario para el monitoreo en tiempo real la señal x_3 .

3.3.2. Sensores de efecto Hall

Como se menciona en el apéndice A, el motor BLDC tiene integrado en el estator tres sensores de efecto Hall. Específicamente en el motor utilizado para el vehículo, el sensor A viene marcado en color amarillo, el sensor B en color azul y el sensor C en color verde. Estos sensores están separados 120° eléctricos uno del otro y la información que proporcionan es la posición angular del rotor cada 60° eléctricos. El hardware necesario para procesar sus señales es un divisor de voltaje, una fuente de 5 V y tierra (GND). La implementación del hardware se encuentra en el circuito impreso del inversor y se muestra en la Figura 3.4.

Medición del desplazamiento angular de las ruedas

Los sensores de efecto Hall también son utilizados para medir el desplazamiento angular de las ruedas. Se sabe que el motor tiene 16 pares de polos en el rotor y al combinar la lectura de los sensores de efecto Hall, éstos tienen 6 cambios de estados por par de polos, como se muestra en la Figura 3.13. Por lo que al girar una revolución, la lectura experimenta hasta 96 cambios de estados. Con esto se crea una señal cuadrada con 48 pulsos en alto, 1, y 48 pulsos en bajo, 0, por cada revolución. Posteriormente se utiliza un contador para registrar los pulsos, cuando el vehículo está en funcionamiento. La Figura 3.11 muestra la máquina de estados utilizada para generar la señal cuadrada, Clk, y la señal de dirección de giro de la rueda, Dir.

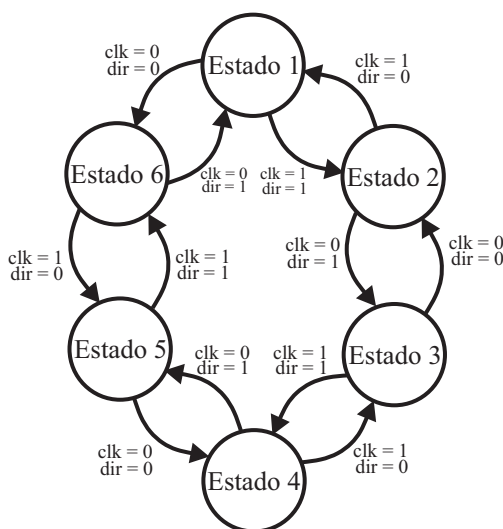


Figura 3.11: Máquina de estados para los sensores de efecto Hall

Es importante mencionar acerca de la resolución que tienen los sensores de efecto Hall para la medición del desplazamiento de las ruedas. Las ruedas tiene un diámetro de 37.12 cm,

por lo que su perímetro es de 116.61 cm. Al dividir el perímetro entre el número de pulsos, 48, se tiene una resolución de 2.429 cm.

Implementación en software

La adquisición de las señales de los sensores se realiza por medio de seis entradas digitales, de manera específica, los sensores del motor izquierdo utilizan los pines 86, 84 y 48, estos corresponden al sensor A, B y C respectivamente, y los sensores del motor derecho utilizan los pines 13, 85 y 49, de igual manera, éstos corresponden a los sensores A, B y C respectivamente. La Figura 3.12 muestra uno de los dos módulos de entradas digitales para la lectura de los sensores. Una vez configurado las entradas digitales se utilizan los bloques de muestreador-reductor (ZOH) para controlar la frecuencia de muestreo a 1000 datos por segundo.

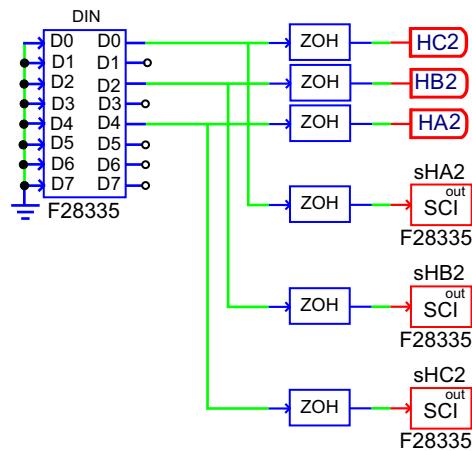


Figura 3.12: Programación de sensores de efecto Hall.

Como se menciona en el apéndice A, la combinación de las señales de los sensores de efecto Hall sirve para controlar la secuencia de conmutación del inversor en función de la posición del rotor. Esta secuencia se resume en la tabla de la Figura 3.13.

Time	Hall Input			Phase A		Phase B		Phase C	
	A	B	C	T1	T2	T3	T4	T5	T6
1	0	0	1	1	0	0	1	0	0
2	1	0	1	1	0	0	0	0	1
3	1	0	0	0	0	1	0	0	1
4	1	1	0	0	1	1	0	0	0
5	0	1	0	0	1	0	0	1	0
6	0	1	1	0	0	0	1	1	0

Figura 3.13: Lógica de conmutación.

La implementación en software de esta tabla se realizó por medio de bloques de lógica combinacional como lo muestra la Figura 3.14, cabe mencionar que esta implementación se realiza dos veces, una por cada motor con diferentes etiquetas.

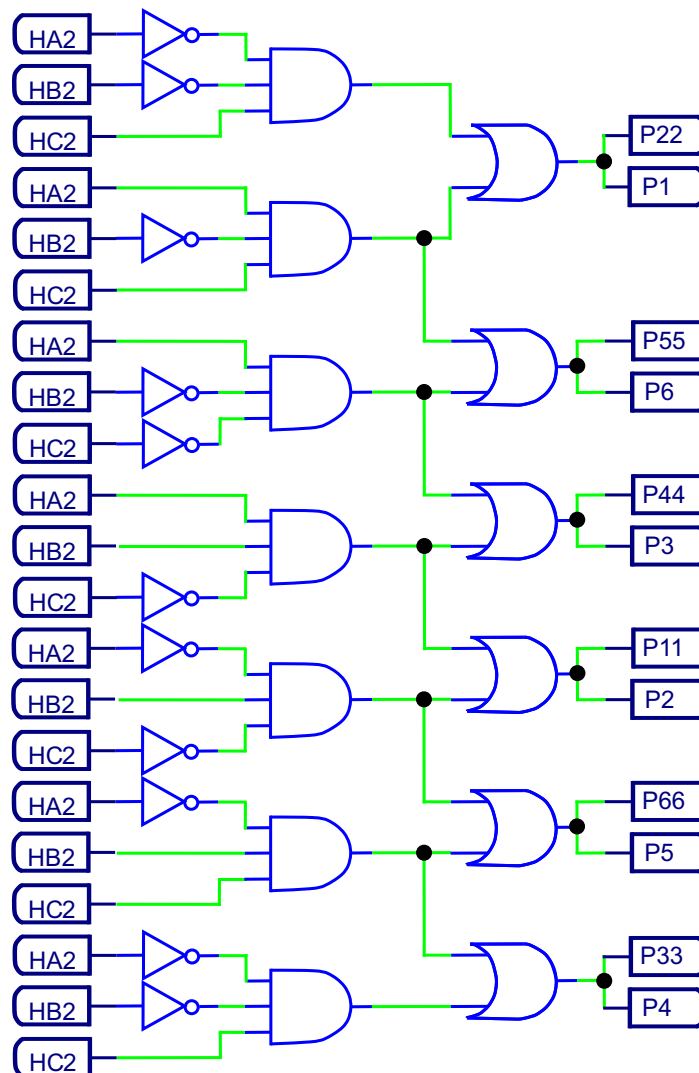


Figura 3.14: Programación de la lógica de conmutación.

Las señales P1-P6 se utilizan para girar el motor en el sentido positivo, y las señales P11-P66 se utilizan para girar en sentido negativo. En la sección 3.2.3 se explica en que momento son utilizadas las señales de P1-P6 y cuando de P11-P66.

3.3.3. Sensores de corriente

El vehículo cuenta con seis sensores de corriente HX-20P ubicados en dos tarjetas como se muestra en la Figura 3.15, cada sensor mide la corriente de una de las fases del motor.

Éstos sensores son de efecto Hall, los cuales se alimentan con un nivel de tensión de 12 a 15 V, la corriente nominal rms que pueden medir es de 20A, cuenta con aislamiento galvánico y la salida del sensor es una señal analógica.

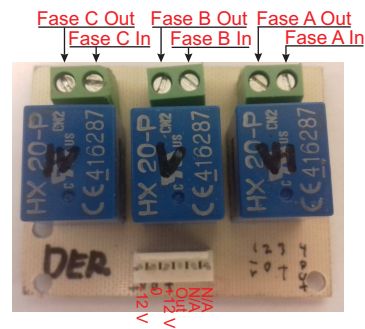


Figura 3.15: Sensores de corriente.

Implementación en software

La lectura de estos sensores se realiza por medio del módulo ADC del DSP-F28335, por lo que, se deben configurar 6 entradas del ADC para leer los sensores, de manera específica para el motor derecho, el sensor IV, V y VI miden las fases A, B y C respectivamente. Para el motor Izquierdo, el sensor I, II y III miden las fases A, B y C respectivamente. Posteriormente la información pasa por un muestreador-reductor (ZOH) con el fin de controlar el tiempo de muestreo de los sensores. La Figura 3.16 muestra el software configurado.

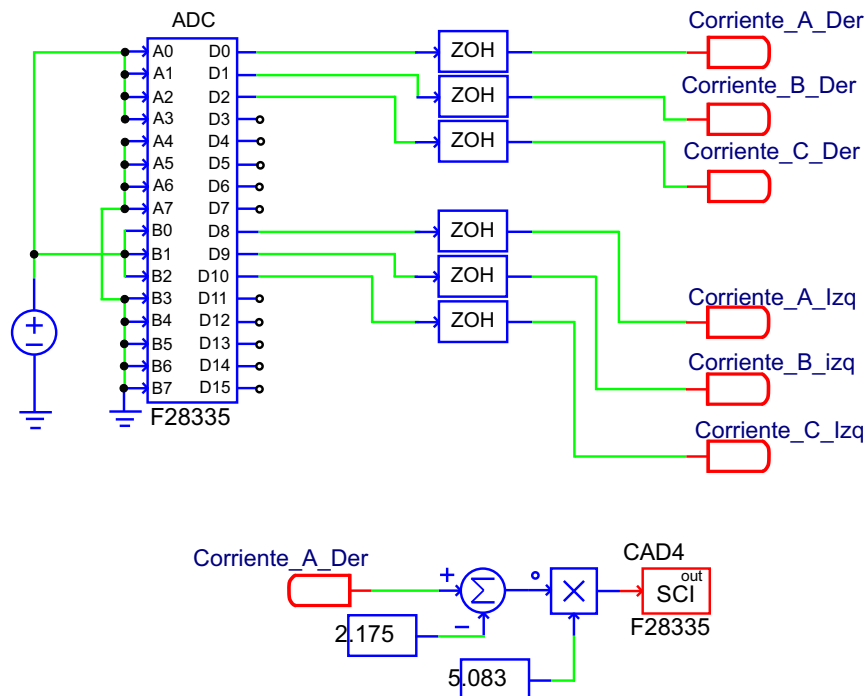


Figura 3.16: Programación de la lectura de los sensores de corriente.

La Figura 3.16 también muestra el procesamiento de la señal de un sensor. Este bloque de procesamiento se repite para los seis sensores. Esto es necesario debido a que los sensores cuentan con un offset y una ganancia, pues están acondicionados para tomar lecturas de corriente bipolares. La siguiente tabla muestra el offset y la ganancia para cada sensor.

No.	Offset	Ganancia
I	2.1535	5.102
II	2.1155	5.0916
III	2.1805	5.144
IV	2.175	5.083
V	2.1868	5.053
VI	2.1168	5.089

Tabla 3.1: Caracterización de los sensores de corriente.

3.3.4. Sensores de corriente y voltaje de las baterías

El sensor de corriente y voltaje de la Figura 3.17 es un módulo diseñado para medir el bus de CD de salida de las baterías. Al igual que los sensores de corriente de las fases, la información de este módulo no se utiliza en los cálculos del controlador.

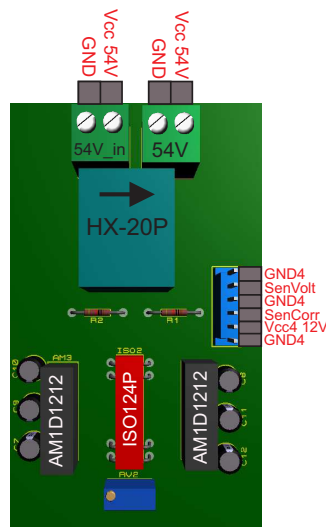


Figura 3.17: Sensor de voltaje y corriente.

El vehículo cuenta con dos módulos, uno para la batería izquierda y el otro para la batería derecha. Estos módulos cuentan con un sensor de voltaje basado en el circuito integrado ISO124P y el sensor de corriente HX-20P. Es importante mencionar que ambos sensores cuentan con aislamiento galvánico.

El sensor de voltaje tiene un límite de lectura en la entrada de 0 a 10 V. Debido a que el voltaje de la batería es de aproximadamente 54 V, se utiliza un divisor de voltaje, lo que reduce al bus de CD en un factor de 10. A la salida del sensor se implementa un potenciómetro de precisión, esto con el fin de calibrar la salida en un rango de 0 a 3.3 V.

Implementación en software

La lectura de estos sensores se realiza por medio de las entradas analógicas de la DSP-F28335 como se muestra en la Figura 3.18. La entrada A4 monitorea la señal de voltaje y la entrada A5 monitorea la señal de corriente del módulo 1, la entrada B3 y B4 monitorean la señal de voltaje y corriente respectivamente del módulo 2.

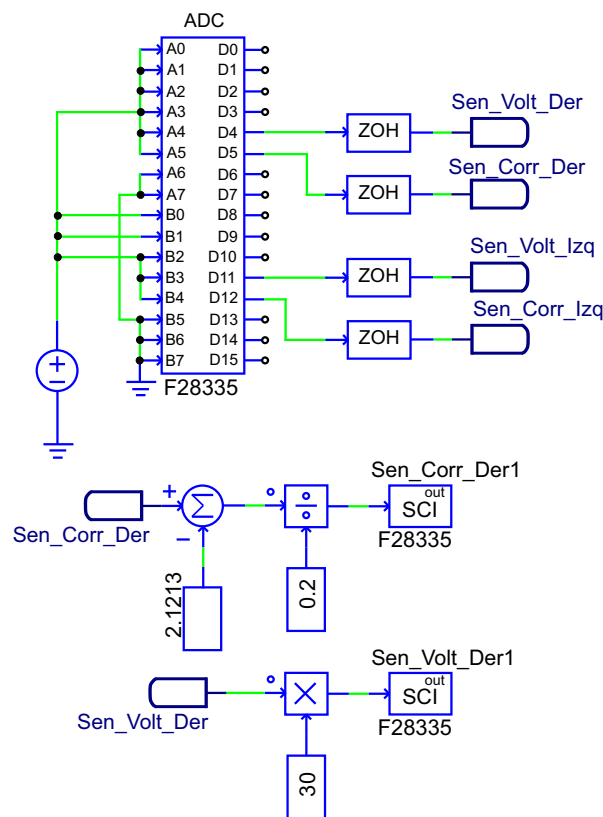


Figura 3.18: Programación de la lectura de los sensores.

La Figura 3.18 también muestra el offset y la ganancia de los sensores. En ambos módulos, los sensores de corriente tienen un offset de 2.1213 y una ganancia de 5. Por otro lado, los sensores de voltaje tienen una ganancia de 30. De igual manera que los sensores de corriente de cada una de las fases, la cantidad de muestras por segundo deben ser controladas por un bloque muestreador-retenedor (ZOH).

3.3.5. Mandos de giro

Los mandos de giros se muestran en la Figura 3.19, los cuales se componen de dos botones. Éstos se ubican en cada uno de los extremos del maneral. Estos botones envían una señal digital a los puertos digitales del DSP-F28335. Lo que produce la activación y des-activación de dos contadores, cuyas señales posteriormente se utilizan en las señales de control de las ruedas para hacer girar al vehículo eléctrico.



Figura 3.19: Mando de giro.

Implementación del software

Como se mencionó anteriormente, se deben monitorear dos señales digitales provenientes de los botones y controlar el funcionamiento de dos contadores. El programa de simulación de circuitos PSim cuenta con una herramienta que realiza la función de un contador ascendente-descendente, esta herramienta utiliza dos entradas digitales de la DSP-F28335, en una de ellas, Clk (pin 20), entran los pulsos que se desean contar, y en la otra, Dir (pin 21), se selecciona la dirección de conteo. En el segundo bloque se implementa, la entrada de reloj (Clk) en el pin 24, mientras que en el pin 25 el comando de la dirección.

Cabe señalar que es necesario crear dos señales lógicas para activar y desactivar las entradas de los contadores (Clk, Dir). Por lo que, se necesita implementar un bloque para salidas digitales (DOUT). La señal Dir se toma de la señal proveniente de los botones, por lo que esta señal entrará al pin 21 y al pin 14 para el botón 1 y en el pin 25 y pin 16 para el botón

2. Por otra parte, las señales de reloj (Clk) se crean en el software PSim y son direccionadas al pin 15 y el pin 18 en el bloque de salidas digitales, después entran en el pin 20 y el pin 24 correspondientes a las señales de reloj (clk) de los bloques contador. Ver figura 3.20.

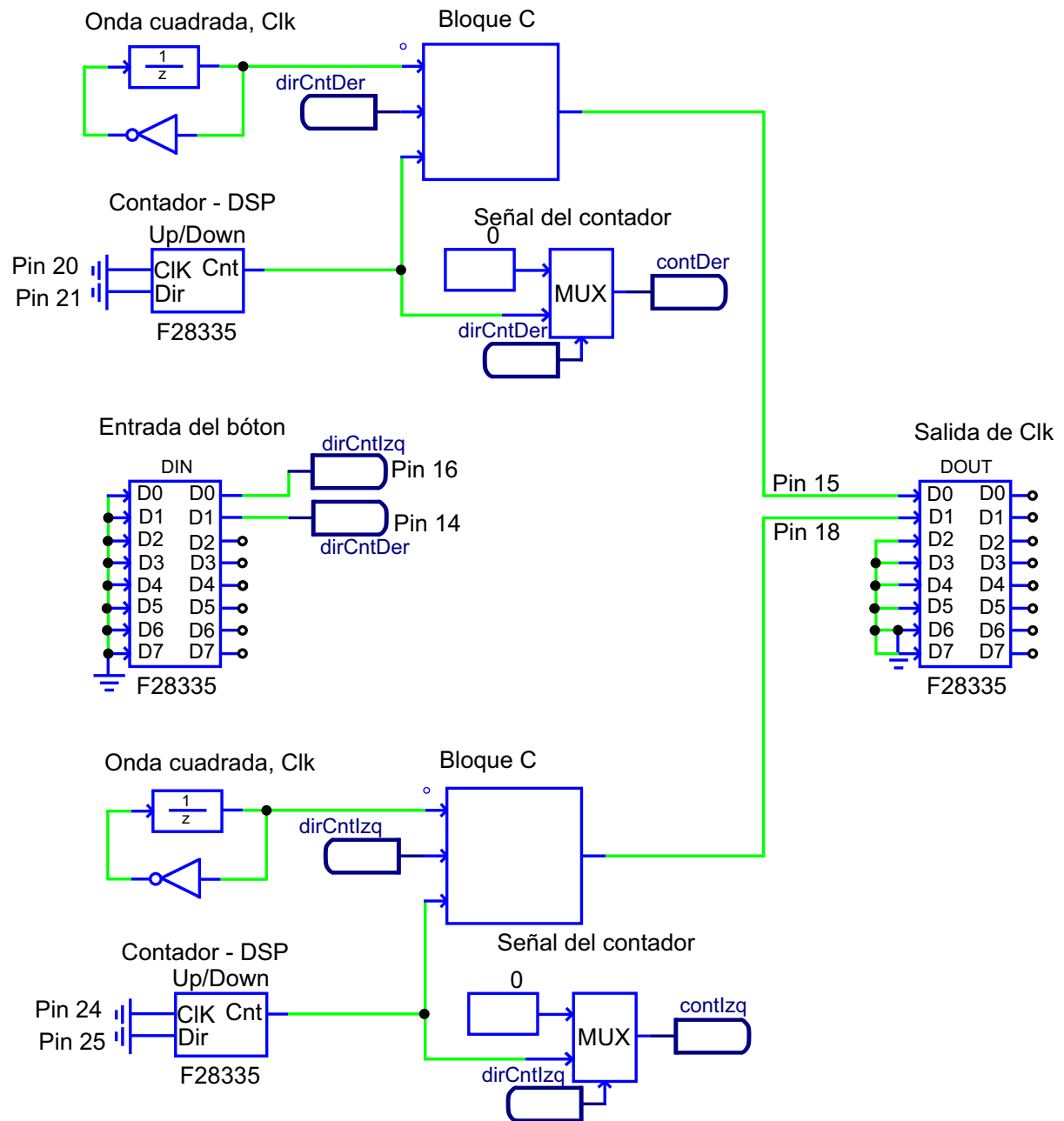


Figura 3.20: Programación de la lectura de los sensores de corriente.

Para generar la señal de reloj (Clk) se implementa un arreglo con una unidad de retardo (unit delay) y la función lógica negada (not), como se muestra en la Figura 3.20. Con esto se generará una onda cuadrada, la frecuencia de la señal se controla a 100 Hz, para esto, se

configura la unidad de retardo a 100. El bloque C tiene la función de habilitar y deshabilitar la señal de reloj (Clk). Esto se explica en el diagrama de flujo que se muestra en la Figura 3.21.

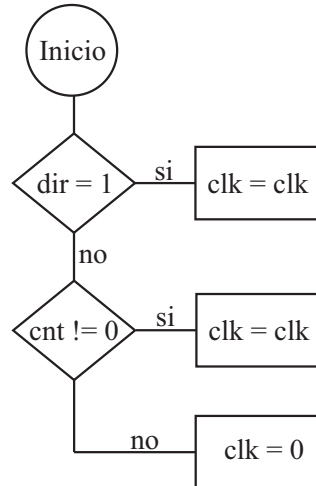


Figura 3.21: Diagrama de flujo de la señal de reloj (Clk).

Interpretado de manera simple, cuando no se presiona el botón y el contador está en 0, la señal de reloj (Clk) se deshabilita. Por último, la información adquirida del contador sólo se utiliza cuando éste se encuentra incrementando el conteo. Cuando se decrementa, el multiplexor (mux) manda una señal de 0 con la finalidad de no afectar a la señal de control, de esta manera el vehículo deja de girar cuando no se presiona ninguno de los botones.

En la Figura 3.22 se observa la implementación del contador en la señal de control. Debe recordarse que cuando se desea girar hacia la izquierda al vehículo eléctrico, la rueda derecha debe tener una velocidad mayor a la velocidad de la rueda izquierda, e inversamente para girar a la derecha. Por esta razón el contador derecho afecta a la ley de control para la rueda izquierda e inversamente para la rueda derecha. La Figura 3.22 es la modificación que se debe realizar a la Figura 3.6.

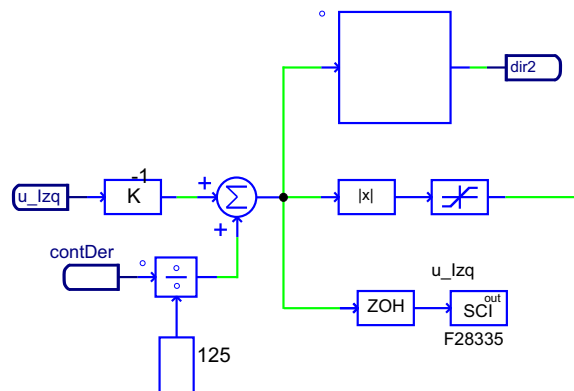


Figura 3.22: Implementación del mando de giro en la señal de control.

3.4. Unidad de control digital

Esta unidad se encarga de la lectura de todas las señales digitales y las señales analógicas provenientes del vehículo, así como su procesamiento, el cálculo de algoritmos y la generación de las salidas digitales para el control del vehículo. Esta unidad es un dispositivo que tiene los siguientes periféricos: Puertos digitales I/O, Puertos ADC, salida PWM a 15 KHz, comunicación serial.

La tarjeta C2000 DIMM100 Experimenter's kit cumple con los requerimientos de procesamiento y de periféricos, además provee una manera de evaluar la familia de dispositivos TMS320F28x de forma rápida, fácil y de bajo costo. El kit experimental consiste de una estación de acoplamiento y un DSPF28x controlCARD. La estación de acoplamiento permite el acceso a todos los pines GPIO y ADC del dispositivo F28x. La Figura 3.23 muestra el dispositivo utilizado en el vehículo eléctrico. Este dispositivo es un DSP con número de matrícula F28335.

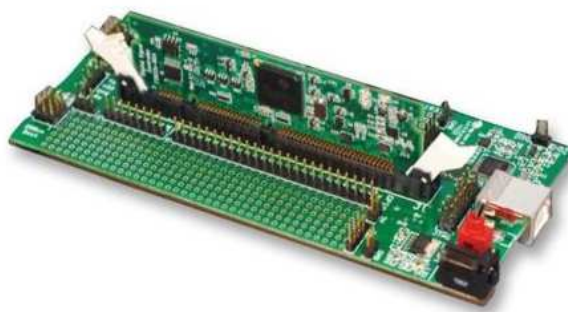


Figura 3.23: DSP-F28335.

Implementación del software

La configuración básica del programa de simulación de circuitos PSim para habilitar el uso de la tarjeta DSP-F28335 se muestra en la Figura 3.24. Estos bloques son el 'Simulation Control', 'DSP Clock', 'Hardware Config' y el 'SCI config'.

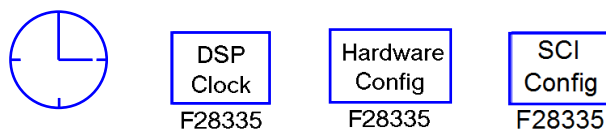


Figura 3.24: Programación de la configuración del DSP.

En el bloque 'Simulation Control' se habilita el uso de la tarjeta DSP-F28335. Esto permite generar el código específico para el dispositivo. El bloque 'DSP Clock' configura las la

frecuencia de trabajo del DSP. El bloque ‘SCI config’ habilita la comunicación serial de la tarjeta DSP. Para configurar los puertos digitales del GPIO, ya sea como entrada, salida, salida PWM, lector de encoder o como salida de comunicación serial, se necesita utilizar el bloque llamado ‘Hardware Config’. La siguiente tabla muestra un condensado de todos los puertos GPIO utilizados en la implementación del controlador.

Descripción	GPIO/ADC
Botón derecho.	GPIO-14
Entrada Dir para el contador derecho	GPIO-21
Salida del Clk botón derecho	GPIO-15
Entrada Clk para el contador derecho	GPIO-20
Botón izquierdo	GPIO-16
Entrada Dir para el contador izquierdo	GPIO-25
Salida del Clk botón izquierdo	GPIO-18
Entrada Clk para el contador izquierdo	GPIO-24
Sen. de efecto Hall A mot. Der.	GPIO-13
Sen. de efecto Hall B mot. Der.	GPIO-85
Sen. de efecto Hall C mot. Der.	GPIO-49
Sen. de efecto Hall A mot. Izq.	GPIO-86
Sen. de efecto Hall B mot. Izq.	GPIO-84
Sen. de efecto Hall C mot. Izq.	GPIO-48
PWM1 para la rama 1 del inv. del mot. Der.	GPIO-0/GPIO-1
PWM2 para la rama 2 del inv. del mot. Der.	GPIO-2/GPIO-3
PWM3 para la rama 3 del inv. del mot. Der.	GPIO-4/GPIO-5
PWM4 para la rama 1 del inv. del mot. Izq.	GPIO-6/GPIO-7
PWM5 para la rama 2 del inv. del mot. Izq.	GPIO-8/GPIO-9
PWM6 para la rama 3 del inv. del mot. Izq.	GPIO-10/GPIO-11
Inclinómetro.	ADC-A3
Sensor de corriente I	ADC-A0
Sensor de corriente II	ADC-A1
Sensor de corriente III	ADC-A2
Sensor de corriente VI	ADC-B0
Sensor de corriente V	ADC-B1
Sensor de corriente VI	ADC-B2
Sensor de corriente de la batería izquierda	ADC-B4
Sensor de voltaje de la batería izquierda	ADC-B3
Sensor de corriente de la batería derecha	ADC-A5
Sensor de voltaje de la batería derecha	ADC-A4
Comunicación Seria - pin RX	GPIO-28
Comunicación Seria - pin TX	GPIO-29

Tabla 3.2: Implementación de los puertos en la tarjeta DSP-F28335.

Capítulo 4

Resultados experimentales

4.1. Resumen

En este capítulo se presentan los resultados experimentales obtenidos de las pruebas realizadas a la plataforma del vehículo eléctrico de dos ruedas de auto-balanceo. El desempeño estático y dinámico de cada una de las variables de estado que describen el movimiento del vehículo, se presentan con un mínimo de error comparado con su referencia. El auto-balanceo del vehículo eléctrico se consigue a pesar de cambios súbitos que sufre la masa que transporta el vehículo. Este objetivo se logra a través de adaptar el valor estimado de la función que contiene perturbación interna y externa, al controlador, la cual se estima via un observador de estado extendido.

4.2. Pruebas experimentales

En esta sección se analiza el desempeño del esquema de control propuesto, basado en un control por planitud diferencial y un observador de estado extendido, llamado rechazo activo de perturbaciones. Para este propósito, se sometió al vehículo a cuatro pruebas sobre una superficie plana transportando a un usuario. Estas pruebas consisten en el funcionamiento del vehículo sin desplazamiento, realizando un desplazamiento y efectuando giros hacia la derecha y a la izquierda. Las pruebas se describen con más detalle en las secciones siguientes.

Para ser más preciso, el desempeño del esquema de control se basa en la capacidad que el vehículo eléctrico tiene para transportar a un usuario, mientras el sistema de control mantiene con un error mínimo la inclinación del manubrio durante las cuatro pruebas. Incluso cuando se desconoce el peso (92 Kg) y la altura (1.83 m) del usuario. La Figura 4.1 muestra a la izquierda al sistema eléctrico y electrónico, señalando el hardware más significativo, y a la derecha, se encuentra el vehículo eléctrico de dos ruedas de auto-balanceo.

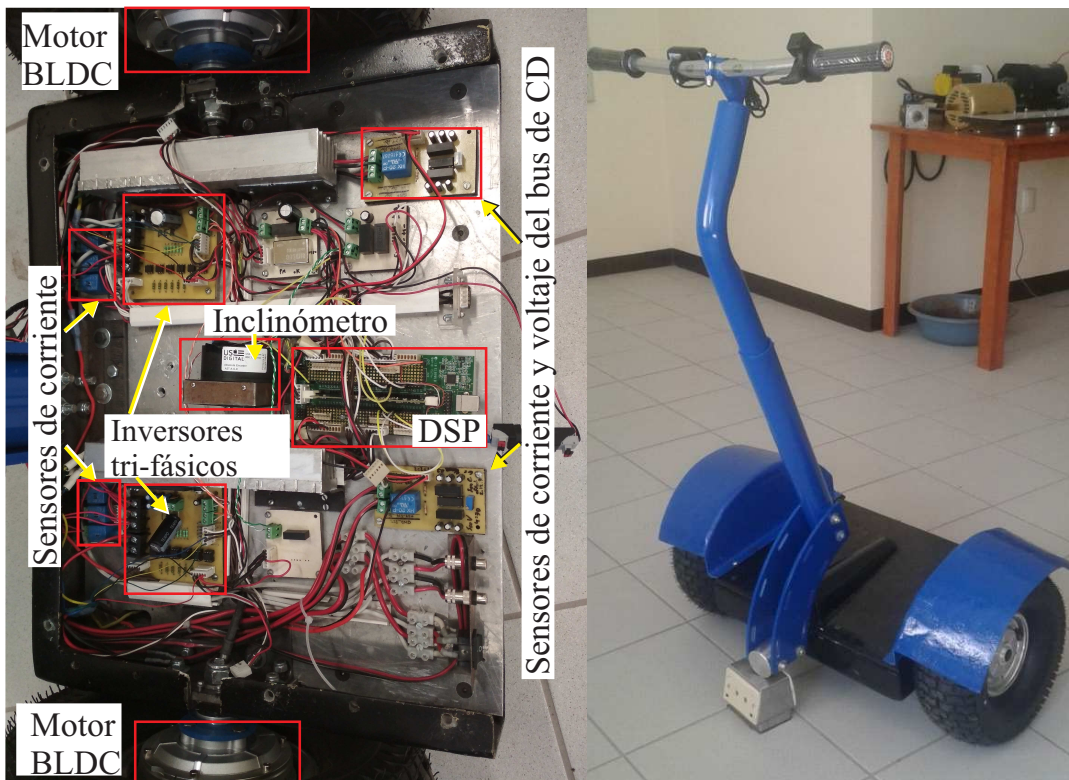


Figura 4.1: Vehículo eléctrico de dos ruedas de auto-balanceo.

4.2.1. Implementación en tiempo real

La implementación en tiempo real del esquema de control se observa en la Figura 4.2. Como se mencionó anteriormente, la implementación de dicho esquema de control se realizó a través del simulador de circuitos PSim, con los elementos de generación de código de SimCoder para la tarjeta DSP-F28335. La implementación consistió en programar el control por planitud diferencial, (2.40) y (2.41), el observador de estado extendido, (2.44), y el cálculo de la salida plana y sus derivadas, ecuaciones (2.36) y (2.37).

Con la finalidad de comparar la función de perturbación que estima el observador a través de la variable η , también se calcula la función de perturbación $\psi \left(\ddot{F}_\delta, \dot{F}_\delta, F_\delta \right)$, dada por (2.43). Debido a que, los bloques que calculan la salida plana y la función de perturbación dependen de los parámetros internos del modelo del vehículo eléctrico, éstos se programaron a través de las ecuaciones (2.17), (2.21), (2.25), (2.27). Las ganancias para el controlador se seleccionaron con los siguientes valores: $\zeta = 0.85$, $w_n = 18$ y $\alpha = 18$. Mientras que el observador tiene los valores de: $w_o = 25$ y $\varsigma = 0.707$.

La salida del controlador se normaliza para tener valores entre 0 a 1, ya que este es el rango de valores válidos para los bloques de PWM. Como el modelo dinámico considera al voltaje de entrada del motor BLDC como u , este valor se dividió entre 54 para ser normalizarlo (voltaje nominal del motor BLDC 54 V).

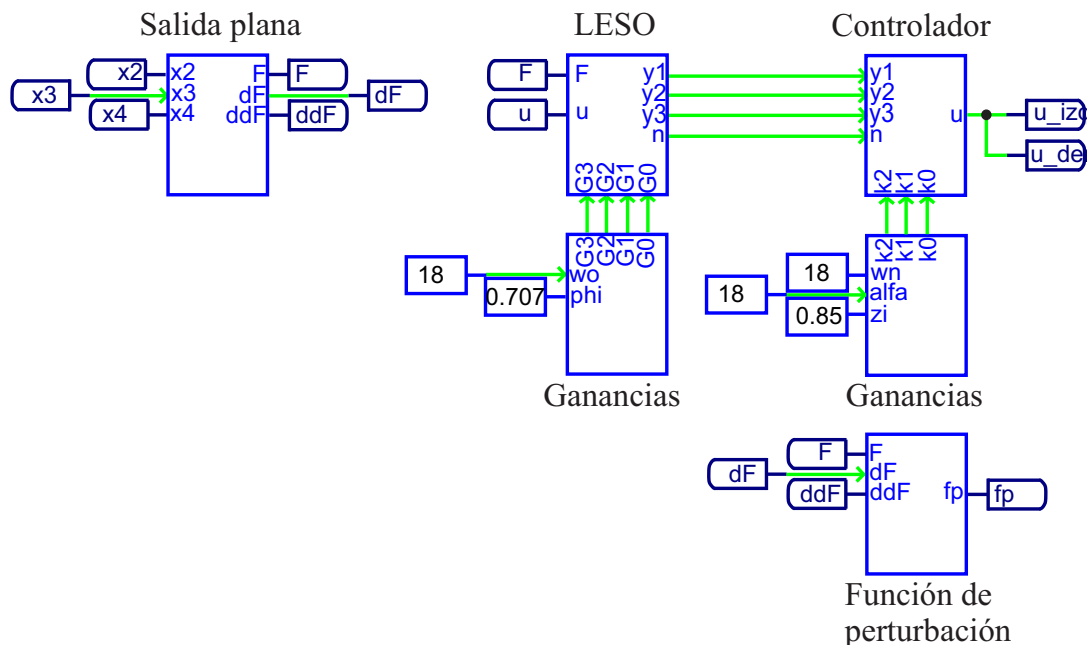


Figura 4.2: Esquema de control implementado en el programa PSim.

Los parámetros internos del vehículo eléctrico se proporcionan en la siguiente Tabla 4.1:

Descripción	Símbolo	Valor	Unidades
Resistencia de fase	R_s	0.15	Ω
Inductancia de fase	L_s	918	μH
Inductancia mutua	M	367	μH
Constante electromotriz del motor	K_e	0.311	$\frac{V}{rad/s}$
Fricción del motor	β	$6.7E - 3$	Kgm^2/s
Momento de inercia del motor	J_m	$1.58E - 3$	Kgm^2
Masa de la rueda	m_ω	7.4	Kg
Masa del manubrio	m_r	13	Kg
Momento de inercia del manubrio	I_r	9	Kgm^2
Radio de la rueda	R	0.19	m
Longitud del centro de masa del manubrio	L	0.3	m
Gravedad	g	9.81	m/s^2

Tabla 4.1: Nomenclatura

El sistema de tracción eléctrica del vehículo eléctrico de dos ruedas de auto-balanceo se muestra en la Figura 4.3.

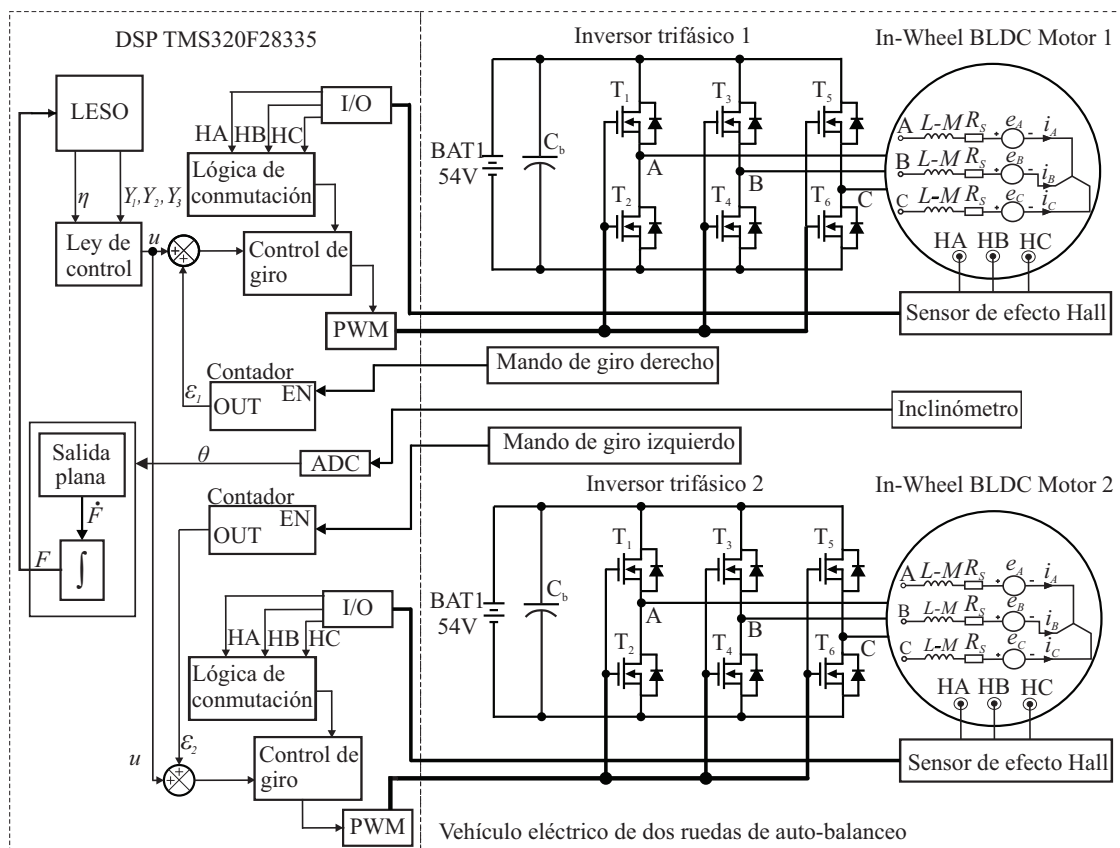


Figura 4.3: Tracción eléctrica del vehículo eléctrico de dos ruedas de auto-balanceo.

4.2.2. Prueba 1, auto-balanceo del vehículo sin movimiento de traslación

La primera prueba consiste en energizar al vehículo sin que el usuario este arriba del vehículo, para posteriormente subirse, esto con la finalidad de observar el desempeño que tiene el controlador para auto-balancear al vehículo sin desplazarlo, mientras se tiene un error mínimo en el ángulo de inclinación del manubrio. La situación real que presenta esta prueba es muy común, siempre que se desea utilizar al vehículo. La Figura 4.4 muestra el desempeño dinámico del controlador de auto-balanceo del vehículo sin movimiento de traslación. Esta primera prueba se explica en tres fases. La primera fase, se explica de manera gráfica mediante la respuesta de la posición angular del manubrio (x_3) y su velocidad (x_4) en el intervalo de 0 a 4.5 segundos. En la gráfica de la posición del manubrio, la respuesta se mantiene muy cerca de cero radianes, mientras que la respuesta de velocidad angular del manubrio, también se mantiene muy cerca de cero rad/seg. Cabe mencionar que en esta primera fase, el usuario únicamente sujeta al vehículo, pero no se sube en él.

La segunda fase, se explica también de manera gráfica con las respuestas de posición y velocidad angular del manubrio, en el intervalo de 4.5 a 7 segundos, cuando el usuario aborda al vehículo se presenta la acción de auto-balanceo del controlador, para obligar a la posición y velocidad del manubrio a estar lo más cerca de cero, esto le lleva alrededor de 3 segundos. En la tercera fase, en el intervalo de 7 a 8.5 segundos, se observa que las respuestas de posición y velocidad angular del manubrio se mantienen casi en cero, de ahí se concluye que la acción de control de auto-balanceo se cumple sin que exista un movimiento de traslación del vehículo.

La Figura 4.5, gráfica superior, muestra la señal de control para auto-balancear al vehículo antes y después de que el usuario aborde al mismo. Mientras que en la gráfica inferior, en esta misma figura, se muestra el valor medido y estimado de la función de perturbación existente en el vehículo. La Figura 4.6, muestra las respuestas de la variable de la salida plana y sus derivadas sucesivas medidas y estimadas. Estas respuestas explican de manera gráfica la acción de control para el auto-balanceo del vehículo, antes y después de que el usuario aborde al mismo. La Figura 4.7 muestra el índice de desempeño (ICE) de la posición y la velocidad angular del manubrio. Dicho índice de desempeño demuestra la robustez del esquema de control para reducir los efectos causados por las perturbaciones internas y externas del vehículo eléctrico. Esto se deduce debido a que el índice de error se mantiene cercano a cero y se mantiene constante cuando el vehículo logra auto-balancearse con el usuario.

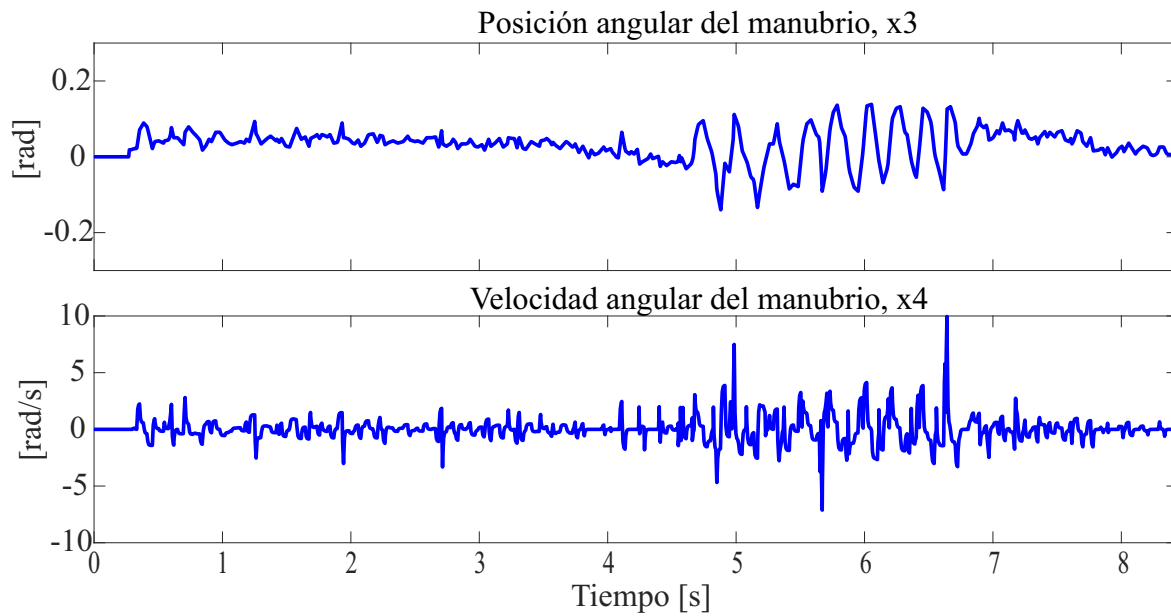


Figura 4.4: a) Prueba 1, auto-balanceo del vehículo eléctrico sin movimiento de traslación.

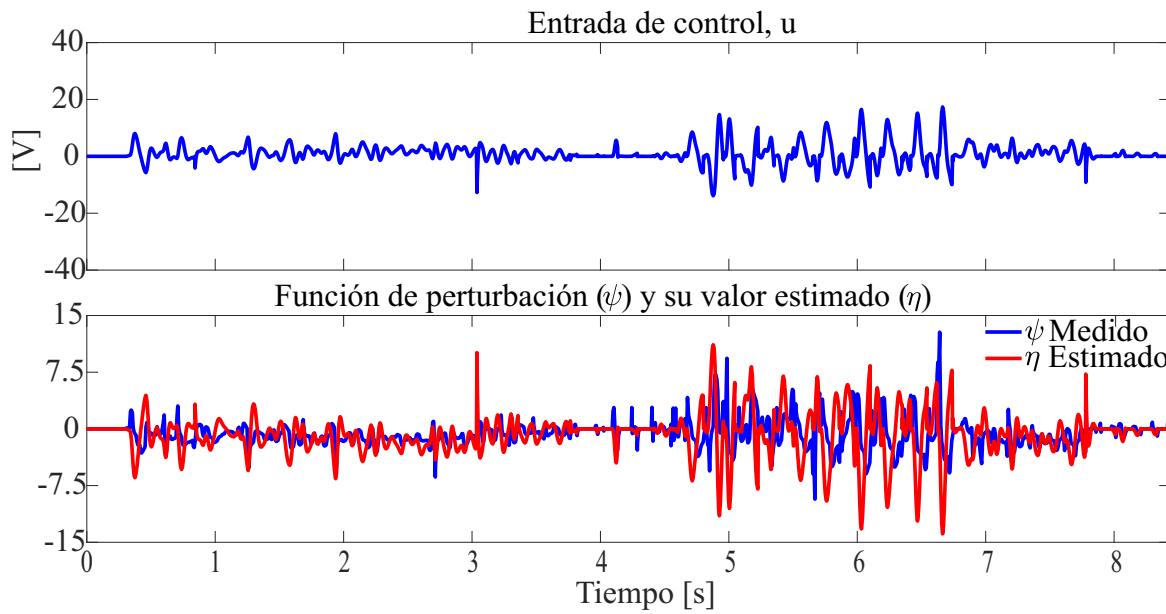


Figura 4.5: b) Prueba 1, auto-balanceo del vehículo eléctrico sin movimiento de traslación.

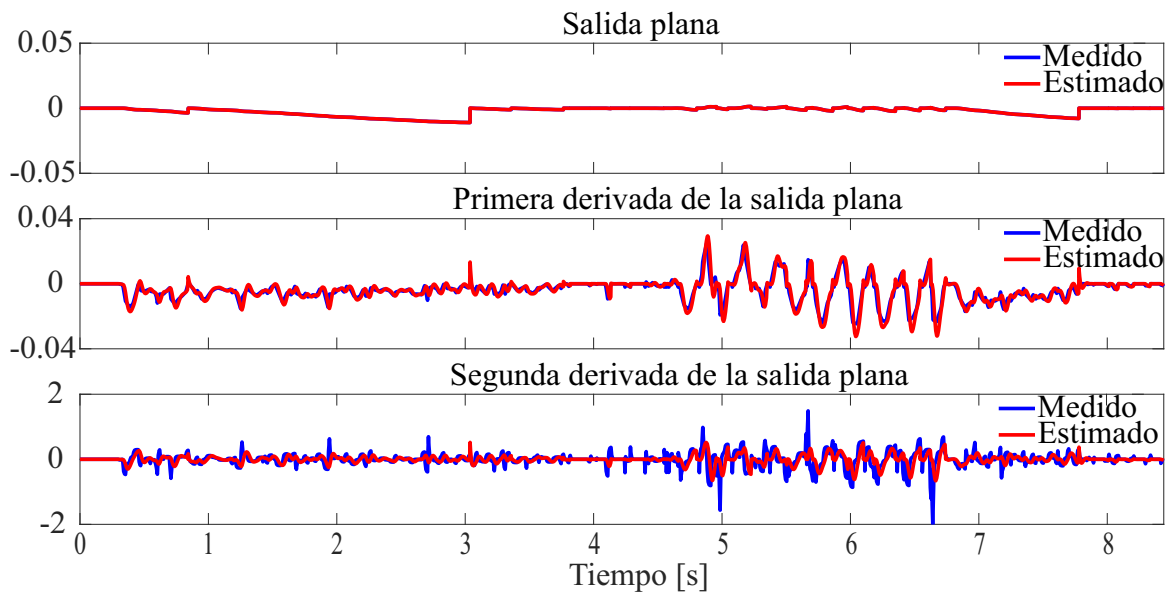


Figura 4.6: c) Prueba 1, auto-balanceo del vehículo eléctrico sin movimiento de traslación.

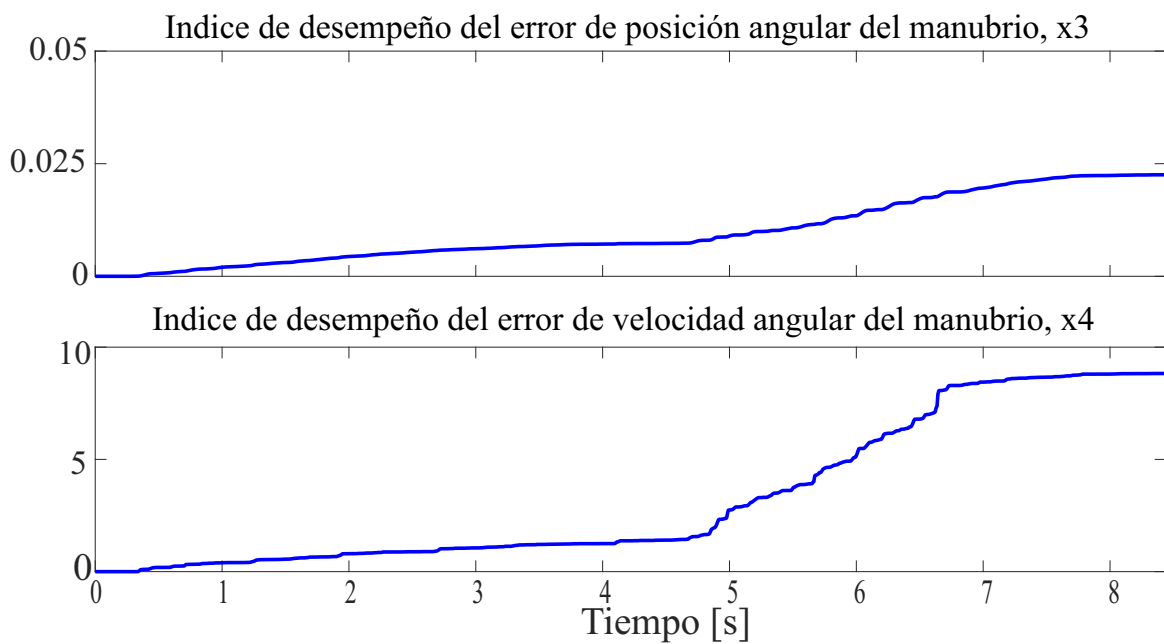


Figura 4.7: d) Prueba 1, auto-balanceo del vehículo eléctrico sin movimiento de traslación.

4.2.3. Prueba 2, auto-balanceo del vehículo con movimiento de traslación

La segunda prueba consistió en trasladar en línea recta al usuario abordo del vehículo eléctrico de dos ruedas con un mínimo de error en la inclinación del manubrio. El usuario controla el avance del vehículo mediante la inclinación del manubrio de acuerdo a las tres posiciones indicadas en la Figura 4.9. La respuesta del desplazamiento lineal del vehículo (x_1) recorriendo 7.46 metros en un tiempo de 7.64 seg.

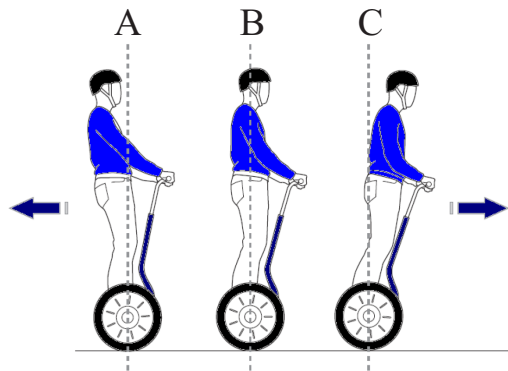


Figura 4.8: Instrucción de avance y paro.

Se observa en la Figura 4.9. En el intervalo de tiempo de 0 a 1 seg. el usuario se prepara para avanzar, esto significa que el usuario se encuentra en la posición B de la Figura 4.8. Después del primer segundo, el usuario inclina el manubrio hacia adelante, posición C (Figura 4.8), con la finalidad de acelerar al vehículo. En el intervalo de 1 a 3 segundos el vehículo comienza a aumentar su velocidad; en este intervalo el vehículo solo avanza 1.7 m con una inclinación de aproximadamente 0.2 radianes. Esto se muestra en la Figura 4.9.

En el intervalo de tiempo de 3 a 4.17 seg. el vehículo sufre el mayor aumento de velocidad, es decir, el vehículo acelera debido a la inclinación provocada por el usuario (el valor de inclinación llega a ser de 0.32 radianes). El desplazamiento lineal hasta este periodo de tiempo se registra de 3.5 m. Ver Figura 4.9. Después de los 4.17 segundos el usuario deja de inclinar el manubrio, tomando la postura B de la Figura 4.8. Como el usuario no toma la posición A, el vehículo no se frena, de ahí que sigue avanzando y desacelerando gradualmente hasta llegar a los 7.46 m.

La Figura 4.10 muestra la respuesta de la acción de control para el movimiento de traslación del vehículo, gráfica superior. Se muestra también el valor medido y el valor estimado de la función que aglomera las perturbaciones internas y externas que sufre el vehículo en el movimiento de traslación (gráfica inferior de la misma figura).

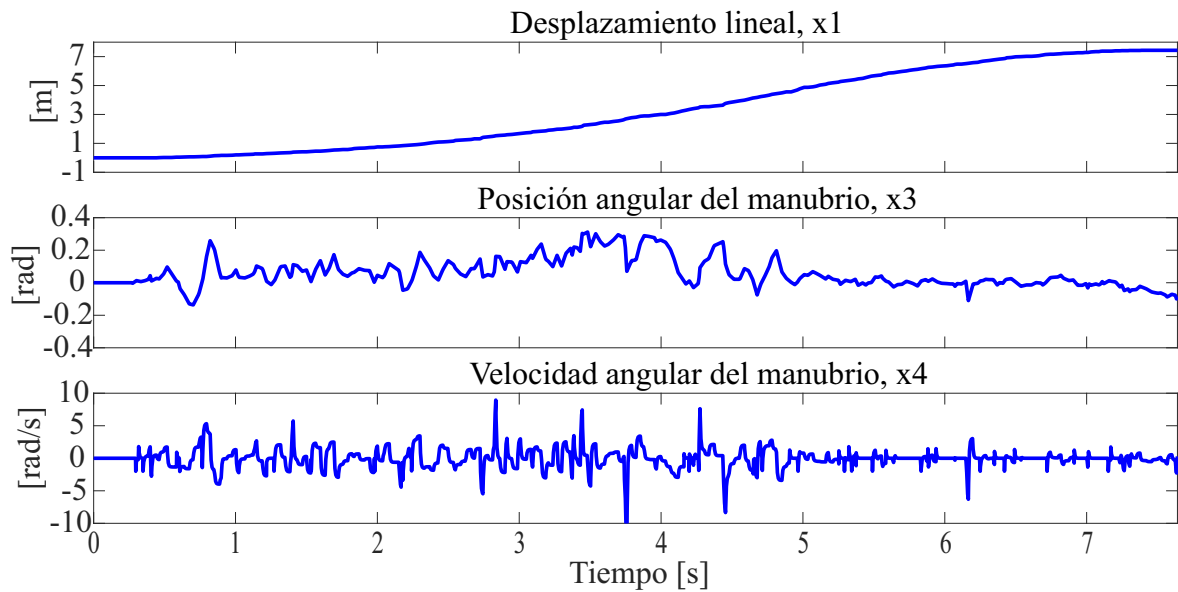


Figura 4.9: a) Prueba 2, auto-balanceo del vehículo con movimiento de traslación.

La Figura 4.11 muestra las respuestas de la salida plana y de sus derivadas sucesivas medidas y estimadas en el movimiento de traslación del vehículo. En estas respuestas se aprecia la dinámica de la posición, velocidad y aceleración del vehículo, las cuales siempre están muy cerca del equilibrio cero. Se puede recordar que la linealización se realizó alrededor del punto de equilibrio cero, y la ley de control diseñada obliga al vehículo a trabajar alrededor de este punto.

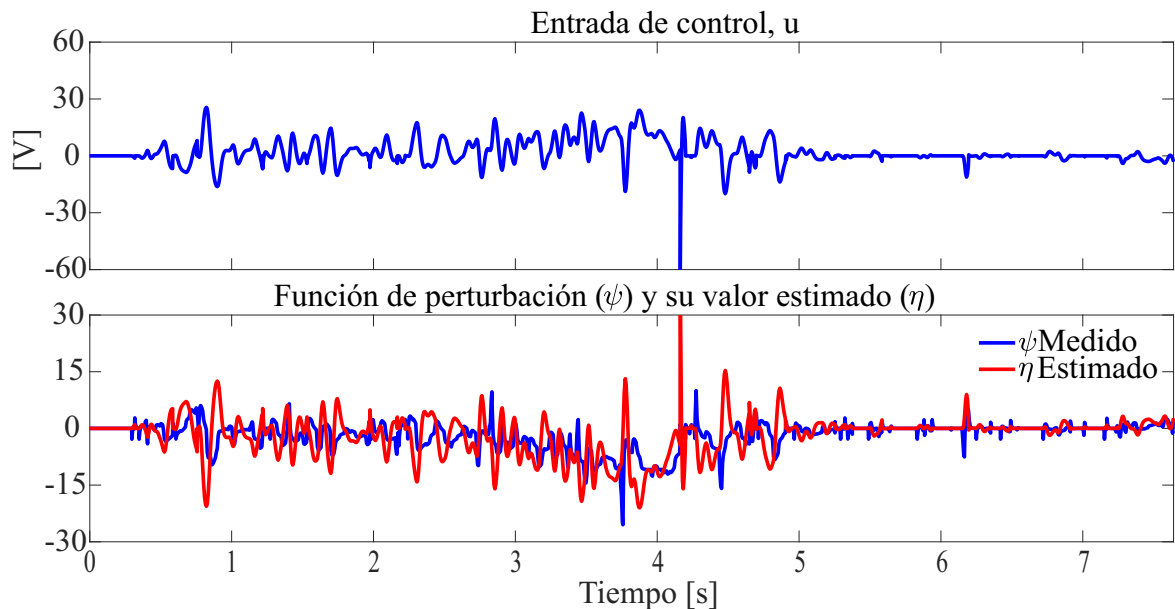


Figura 4.10: b) Prueba 2, auto-balanceo del vehículo con movimiento de traslación.

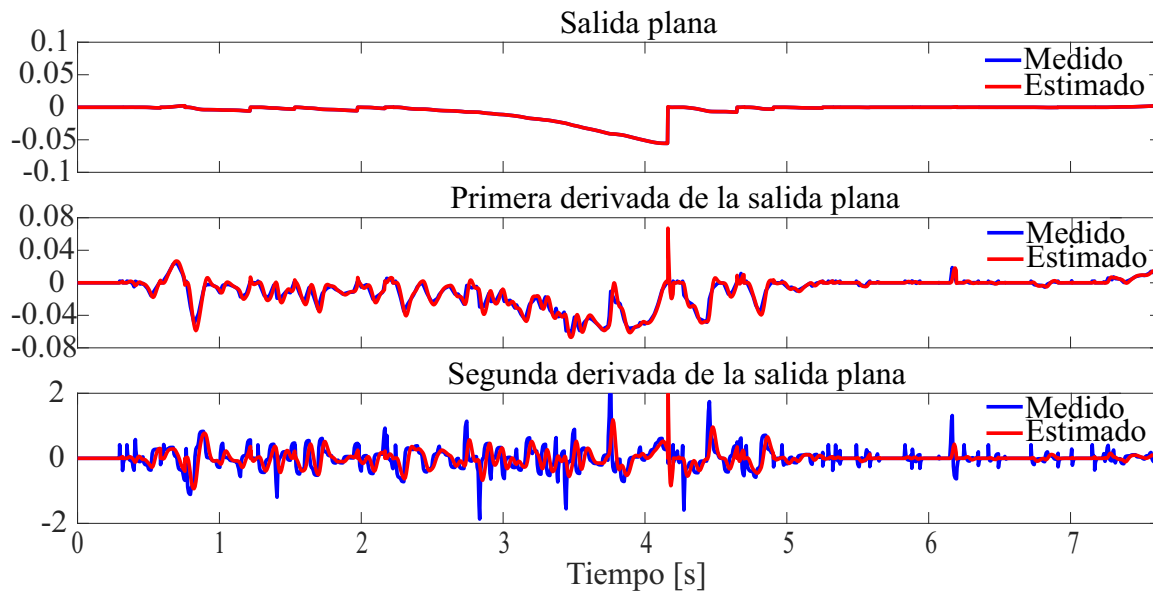


Figura 4.11: c) Prueba 2, auto-balanceo del vehículo con movimiento de traslación.

La Figura 4.12 muestra el índice de desempeño (ICE) de la posición y la velocidad angular del manubrio. Dicho índice de desempeño demuestra la robustez del esquema de control para reducir los efectos causados por las perturbaciones internas y externas del vehículo eléctrico.

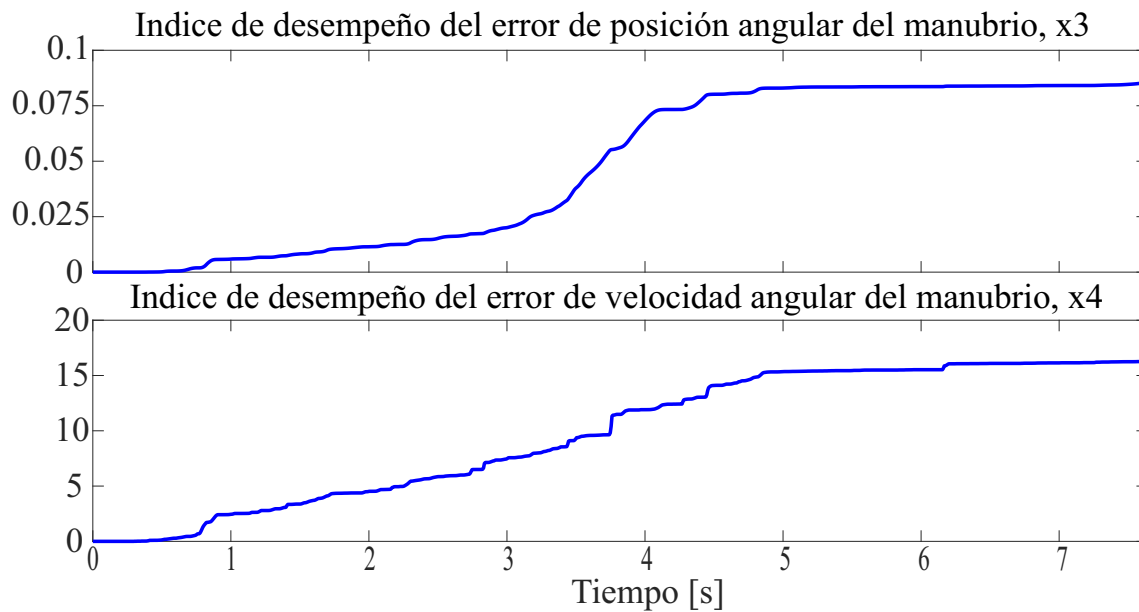


Figura 4.12: d) Prueba 2, auto-balanceo del vehículo con movimiento de traslación.

4.2.4. Prueba 3, viraje del vehículo a la izquierda

La prueba 3 consistió en desplazar al vehículo y realizar un giro a la izquierda. Ver Figura 4.13. El desempeño del controlador se prueba cuando el vehículo realiza un giro a la izquierda, es decir, auto-balancea al vehículo, mientras éste gira a la izquierda. La Figura

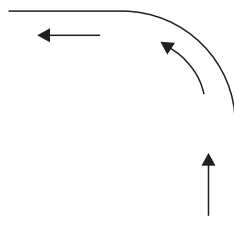


Figura 4.13: Giro hacia la izquierda.

4.14 (gráfica superior), muestra que en el intervalo de 0 a 2.2 segundos, el vehículo equilibra al usuario sin desplazarse. Posteriormente, en el intervalo de 2.2 a 8.5 segundos, el usuario inclina hacia adelante el manubrio con la finalidad de acelerar al vehículo. En el transcurso del desplazamiento del vehículo, el usuario activa el mando de giro izquierdo a los 6.32 segundos. Como consecuencia la rueda derecha se desplaza más rápido que la rueda izquierda, provocando que el vehículo gire hacia la izquierda de manera suave. Cabe señalar que durante la prueba, el vehículo se desplazó de manera lineal en el intervalo de tiempo de 2.2 a 6.32 segundos, posteriormente se desplazó de manera angular en el intervalo de tiempo de 6.32 a 8 segundos y por último se desplazó de manera lineal hasta terminar la prueba. La respuesta del desplazamiento lineal de ambas ruedas, y la posición y velocidad angular del manubrio se muestran con detalle en la Figura 4.14.

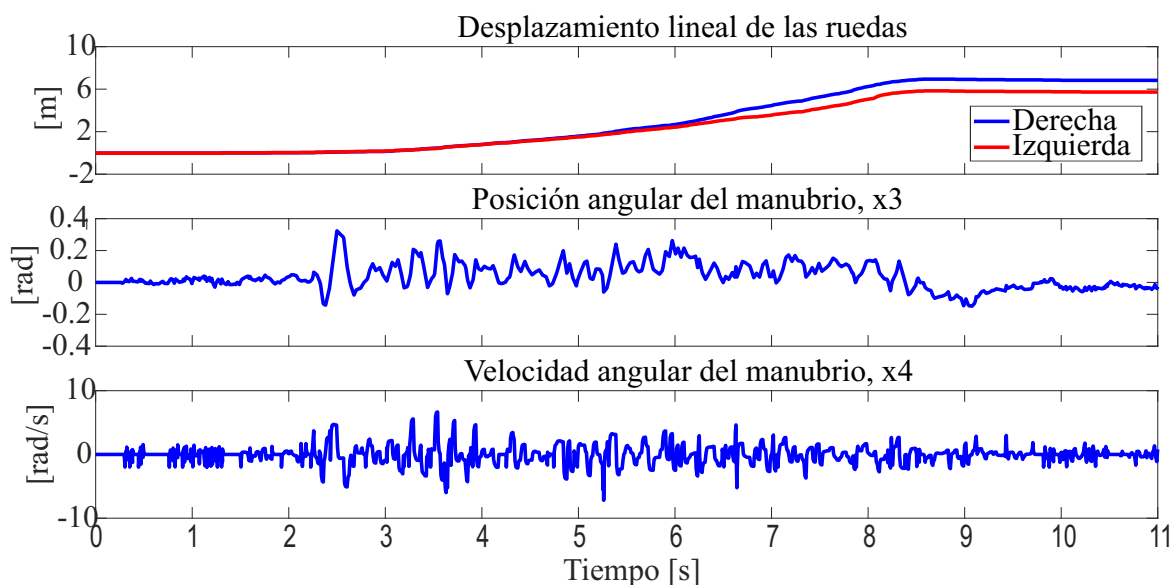


Figura 4.14: a) Prueba 3, viraje del vehículo a la izquierda.

Con la finalidad de aclarar la maniobra de giro, se gráfico la diferencia entre las posiciones de ambas ruedas, esto es $\phi_T = \phi_d - \phi_i$. Ver Figura 4.15. La gráfica toma valores constantes cuando el vehículo se desplaza de manera lineal o cuando no se desplaza. Cuando el vehículo realiza un giro durante un intervalo de tiempo, la gráfica expresará una curva en en dicho intervalo de tiempo. La dirección de giro dependerá de la pendiente de la curva. En esta prueba, la Figura 4.15 muestra que el vehículo giró durante el periodo de tiempo de 6.32 a 8 segundos.

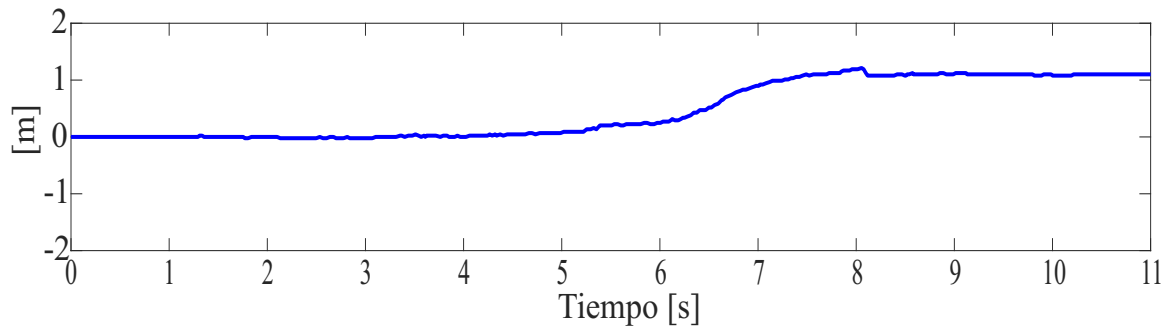


Figura 4.15: Prueba 3, diferencia en las posiciones de las ruedas.

La Figura 4.16 muestra la respuesta de la ley de control para cada uno de los movimientos del vehículo eléctrico, así como el efecto que tiene el mando de giro sobre las señales de control. La Figura 4.16 también muestra los valores medidos y estimados de la función de perturbación interna y externa que sufre el vehículo en el movimiento lineal y angular.

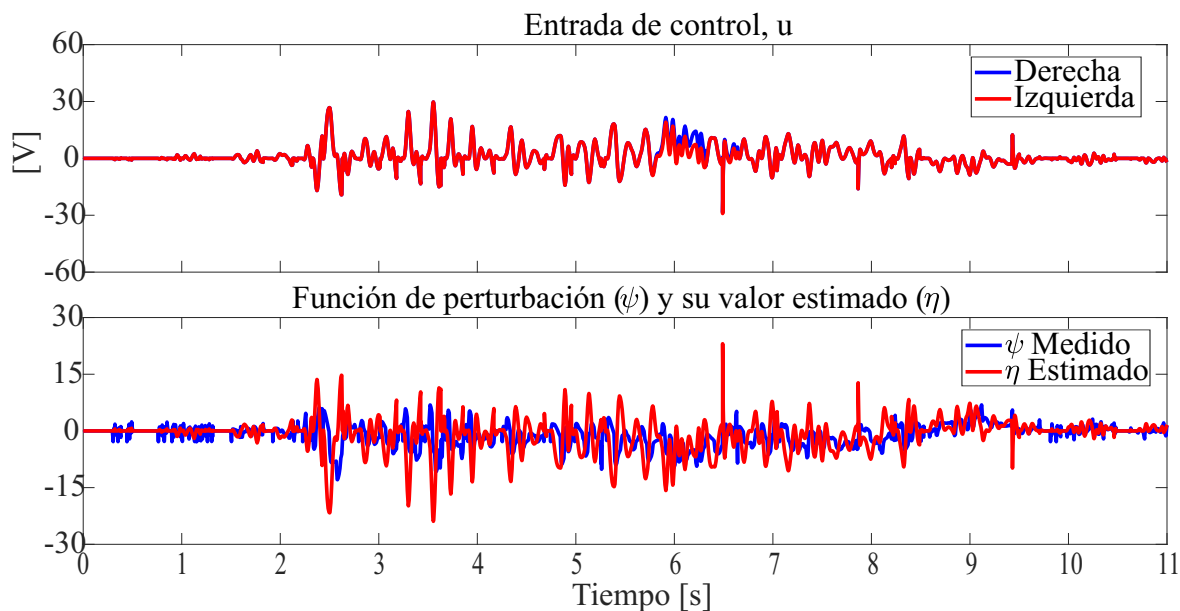


Figura 4.16: b) Prueba 3, viraje del vehículo a la izquierda.

La Figura 4.17 muestra las respuestas de la salida plana y sus derivadas sucesivas medidas y estimadas del vehículo. Claramente, estas respuestas presentan la posición, velocidad y aceleración alrededor del punto de equilibrio cero, donde el controlador fuerza el auto-balanceo y facilita el desplazamiento lineal y angular del vehículo.

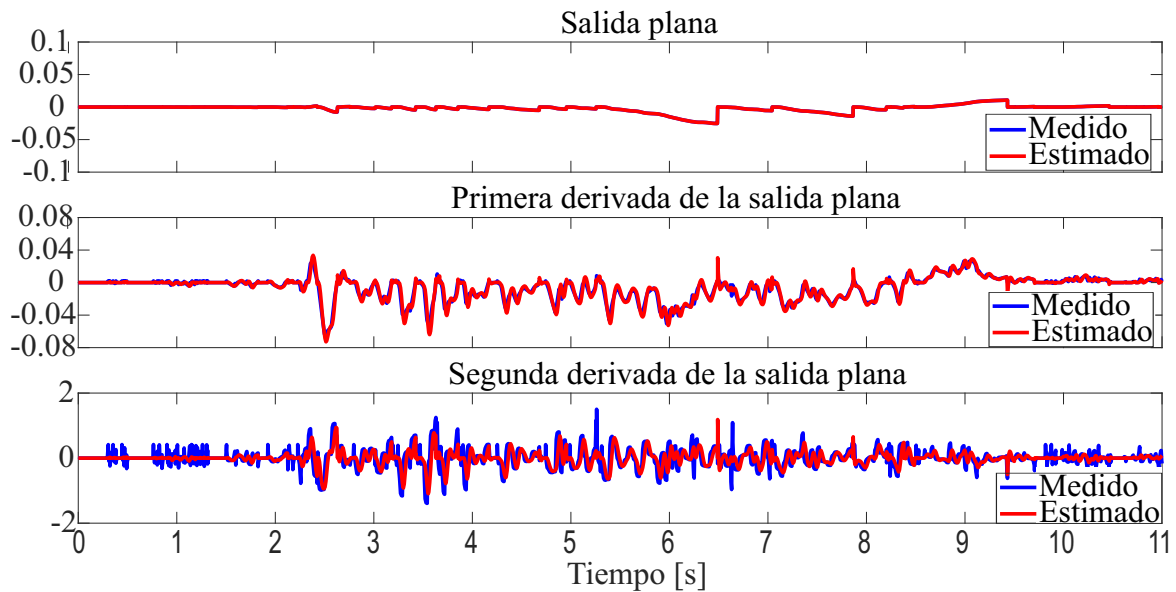


Figura 4.17: c) Prueba 3, viraje del vehículo a la izquierda.

La Figura 4.18 muestra el índice de desempeño (ICE) de la posición y la velocidad angular del manubrio. Dicho índice de desempeño demuestra la robustez del esquema de control para reducir los efectos causados por las perturbaciones internas y externas del vehículo eléctrico.

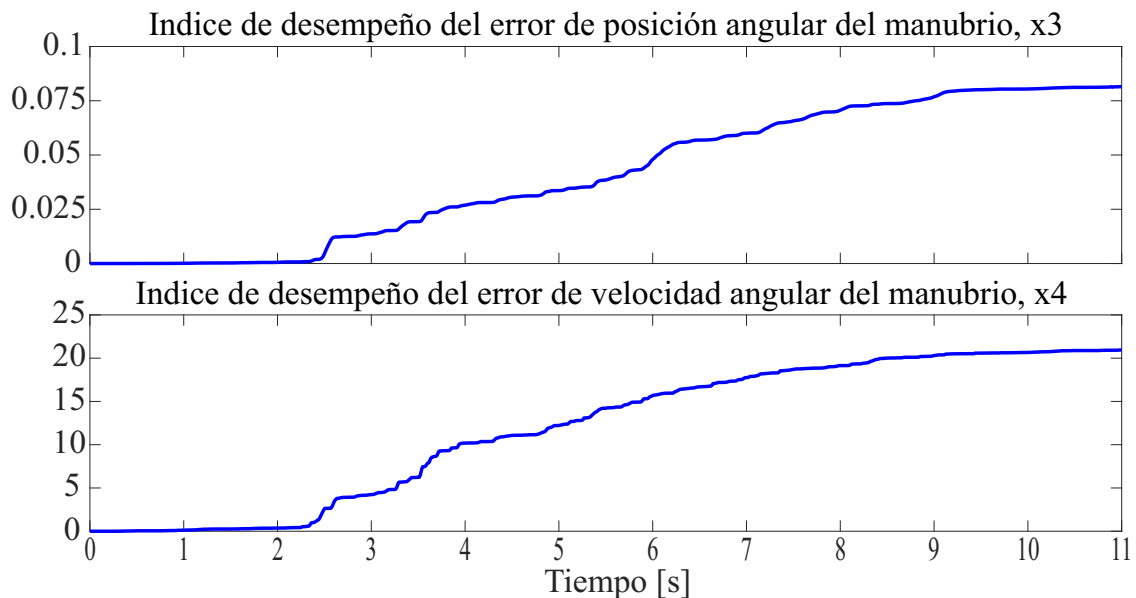


Figura 4.18: d) Prueba 3, viraje del vehículo a la izquierda.

4.2.5. Prueba 4, viraje del vehículo a la derecha

La prueba 4 consistió en desplazar al vehículo, mientras éste hace un giro a la derecha. Ver Figura 4.19. El desempeño del controlador se prueba cuando el vehículo realiza un giro a la derecha; es decir auto-balancea al vehículo, mientras éste gira a la derecha.

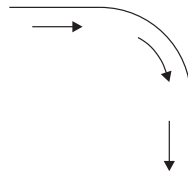


Figura 4.19: Giro hacia la derecha.

La Figura 4.20 (gráfica superior), muestra que en el intervalo de 0 a 3 segundos, el vehículo equilibra al usuario sin desplazarse. En el intervalo de 3 a 9.8 segundos, el usuario inclina hacia adelante el manubrio con la finalidad de acelerar al vehículo. En el transcurso del desplazamiento del vehículo, el usuario activa el mando de giro derecho a los 6.2 segundos. Como consecuencia, la rueda izquierda se desplaza más rápido que la rueda derecha, provocando que el vehículo gire hacia la derecha de manera suave. Cabe señalar que durante la prueba, el vehículo se desplazó de manera lineal en el intervalo de tiempo de 3 a 6.2 segundos, posteriormente se desplazó de manera angular en el intervalo de tiempo de 6.2 a 8.1 segundos y por último se desplazó de manera lineal hasta terminar la prueba. La respuesta del desplazamiento lineal de ambas ruedas, la posición y velocidad angular del manubrio se muestra con detalle en la Figura 4.20.

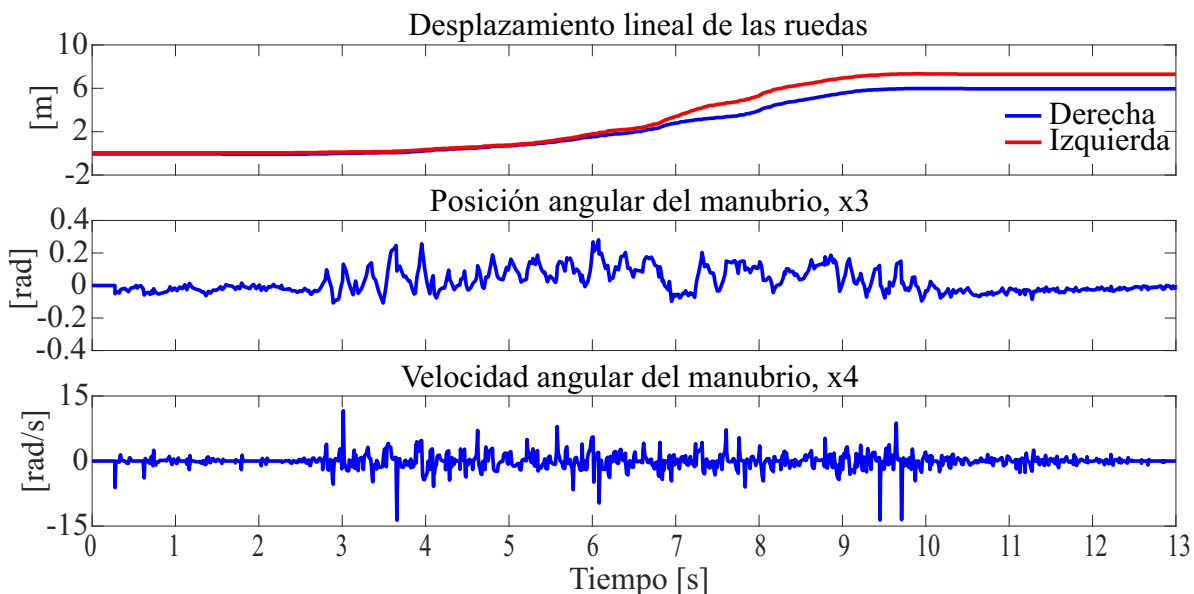


Figura 4.20: a) Prueba 4, viraje del vehículo a la derecha.

La Figura 4.21 muestra el comportamiento de la maniobra de giro, en la cual se puede observar que ésta se experimento en el intervalo de tiempo de 6.2 a 8.1 segundos.

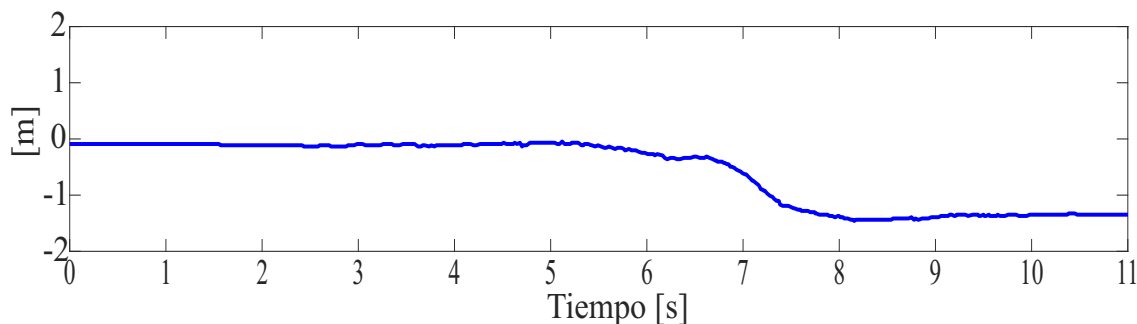


Figura 4.21: Prueba 4, diferencia en las posiciones de las ruedas.

La Figura 4.22 muestra la respuesta de la ley de control para cada uno de los movimientos del vehículo eléctrico, así como el efecto que tiene el mando de giro sobre las señales de control. La Figura 4.22 también muestra los valores medidos y estimados de la función de perturbación interna y externa que sufre el vehículo en el movimiento lineal y angular.

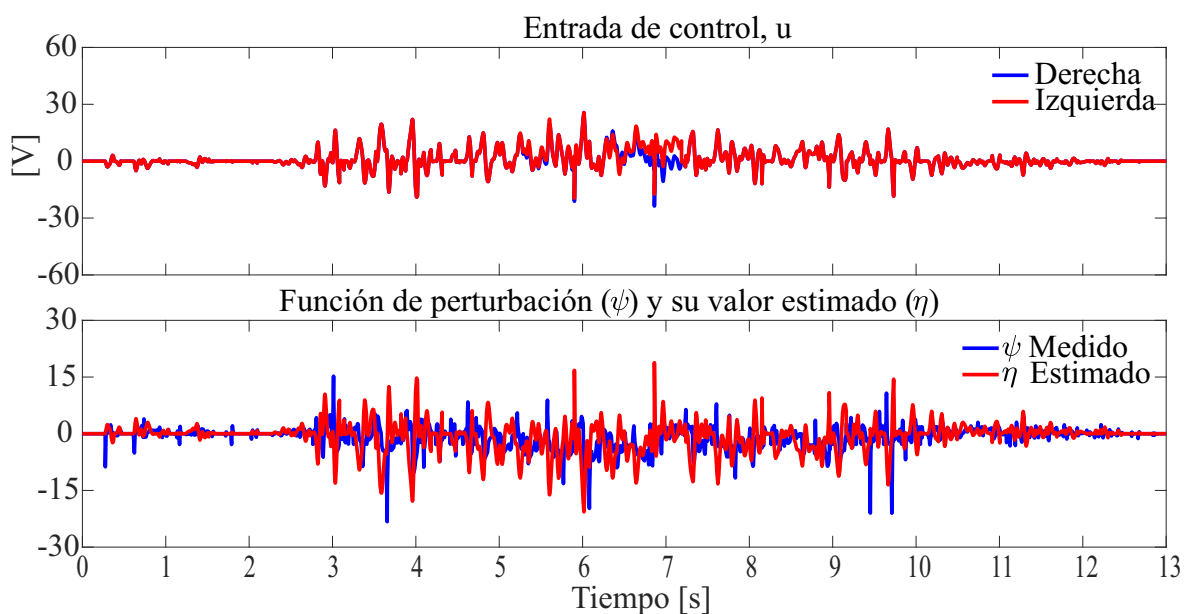


Figura 4.22: b) Prueba 4, viraje del vehículo a la derecha.

La Figura 4.23 muestra las respuestas de la salida plana y sus derivadas sucesivas medidas y estimadas del vehículo. Claramente, estas respuestas representan la posición, velocidad y aceleración alrededor del punto de equilibrio cero, donde el controlador fuerza el auto-balanceo y facilita el desplazamiento lineal y angular del vehículo.

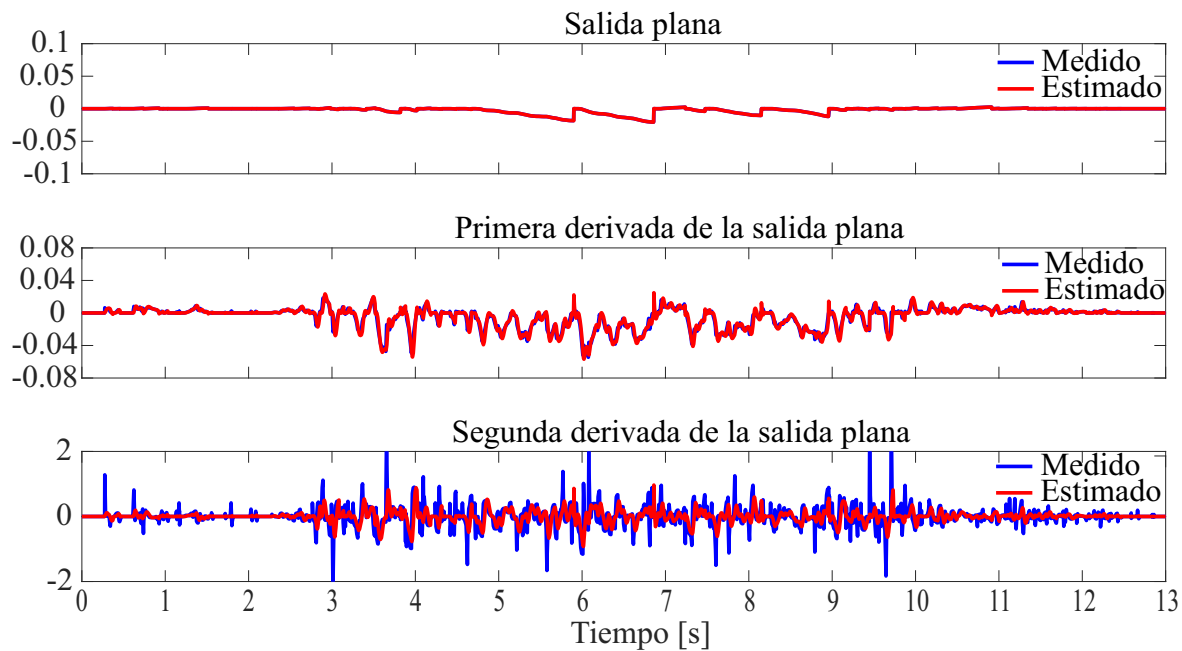


Figura 4.23: c) Prueba 4, viraje del vehículo a la derecha.

La Figura 4.24 muestra el índice de desempeño (ICE) de la posición y la velocidad angular del manubrio. Dicho índice de desempeño demuestra la robustez del esquema de control para reducir los efectos causados por las perturbaciones internas y externas del vehículo eléctrico.

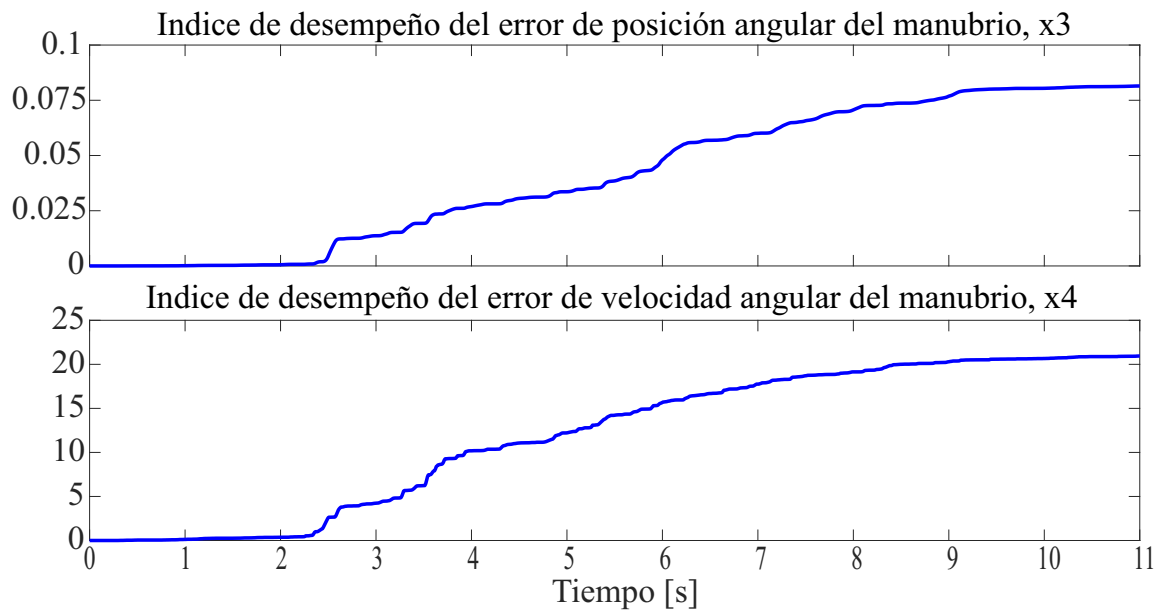


Figura 4.24: d) Prueba 4, viraje del vehículo a la derecha.

Capítulo 5

Conclusiones

Para realizar este trabajo se siguió una metodología de investigación científica, donde se establecía una hipótesis por comprobar. Esta hipótesis establece el diseño de un esquema de control basado en la planitud diferencial y un observador de estado extendido, llamado en general control por rechazo activo de perturbaciones, para auto-balancear y mover al vehículo eléctrico de dos ruedas mientras transporta a una persona. En base a los resultados experimentales hechos al prototipo, esta hipótesis pudo comprobarse satisfactoriamente.

En relación al vehículo, se concluye que la incorporación de los sistemas que lo componen, siendo estos el sistema mecánico, el sistema de tracción eléctrica basada en motores BLDC, el sistema de sensado, junto con el esquema de control por rechazo activo de perturbaciones integran satisfactoriamente al vehículo como un prototipo funcional.

El esquema de control propuesto hace uso del modelo dinámico del vehículo, incorporando la dinámica de los motores BLDC. En este análisis no se consideró la dinámica que experimenta el vehículo al realizar los giros, ya que esto complicaría el modelo dinámico linealizado alrededor del punto de operación del mismo. De acuerdo al análisis de los resultados experimentales, el modelo dinámico linealizado alrededor del punto de operación cumplió adecuadamente con el propósito de describir el auto-balanceo del vehículo, aún cuando se presentan perturbaciones internas y externas.

Por otra parte, el observador de estado extendido utilizado en el esquema de control, estima de manera precisa el cambio de masa del vehículo, es decir, calcula en línea el valor nominal de la masa cuando el usuario aborda al vehículo. Así, el esquema de control es robusto bajo cambios de parámetros. Además, el observador tiene la capacidad de estimar la salida plana y sus derivadas sucesivas, con la característica de atenuar ruido causado por las lecturas de

los sensores. Con esto se evita el uso de métodos para calcular las derivadas de las señales de salida de los sensores.

En cuanto al sistema de control del vehículo en lazo cerrado, este opera todo el tiempo en el punto de equilibrio inestable; es decir, opera alrededor del punto de equilibrio cero. La inclinación del manubrio provocada por el usuario genera un error en estado estacionario en el ángulo de inclinación, x_3 , esto hace que se produzca el movimiento de traslación del vehículo eléctrico de dos ruedas. El control virtual del control por rechazo activo de perturbaciones no puede llevar un término integral del error de la salida plana, pues esto eliminaría el error en estado estacionario en el ángulo de inclinación del vehículo que provoca el usuario, lo que tendría como consecuencia que el vehículo no pueda desplazarse.

Con respecto al sistema de tracción eléctrica, se concluye que los motores BLDC en la rueda son candidatos adecuados para los vehículos eléctricos de auto-balanceo. De acuerdo con los resultados experimentales estos motores describen trayectorias suaves y mantienen al vehículo estable en el transcurso de las pruebas. Sus características físicas como la alta densidad de potencia y par, vuelven a estos motores muy atractivos desde el punto de vista mecánico, pues esto representa una reducción en el uso del espacio disponible en el vehículo.

En base al análisis de los resultados experimentales se obtiene un rango de operación nominal (o normal) del vehículo de dos ruedas de auto-balanceo. El rango de operación del vehículo se establece como sigue: la oscilación del vehículo en estado estacionario, con usuario, debe ser menor a 0.12 radianes (6.9°). Para desplazar al vehículo, el usuario debe inclinar al manubrio en un rango de inclinación de 0.12 hasta 0.32 radianes (18.33°). En estas condiciones el vehículo puede desplazarse sin ningún problema. Cuando el usuario inclina al manubrio más de 0.32 radianes, este corre el riesgo de que el controlador pierda la capacidad de estabilizar al sistema.

5.1. Trabajos futuros

Como trabajos futuros se plantea lo siguiente:

- Realizar un estudio profundo sobre la eficiencia energética del vehículo, con el fin de establecer las bases de la autonomía del vehículo.
- Implementar técnicas de control diferentes al esquema de control propuesto, pues de esta manera se investigará el desempeño de las diferentes técnicas de control para auto-balancear al vehículo.
- Con el creciente interés en las técnicas de control cooperativo o colaborativo, se vuelve interesante el estudio del control de estabilidad para este vehículo, con el enfoque de que los dos motores cooperen para auto-balancear al vehículo con el usuario a bordo.
- Realizar un estudio del impacto de diferentes técnicas de control en el confort del usuario.
- Como se apreció en el capítulo de la plataforma experimental del vehículo, el diseño electrónico se realizó de manera modular, por lo que se sugiere que la implementación del sistema electrónico se realice en una sola tarjeta de circuito impreso, con la finalidad de simplificar la instrumentación del sistema.

Referencias

- [1] M. P. Ortiz, “Estudio de la cinemática de un móvil de dos ruedas y su control para mantener el equilibrio tele-dirigido por bluetooth,” Master’s thesis, Universidad del País Vasco, 2015.
- [2] O. Heidrich, G. A. Hill, M. Neaimeh, Y. Huebner, P. T. Blythe, and R. J. Dawson, “How do cities support electric vehicles and what difference does it make?,” in *Technological forecasting and social change*, vol. 123, pp. 17–23, 2016.
- [3] W. J. Mitchell, C. Borroni-Bird, and L. D. burns, *Reinventing the automobile: personal urban mobility for the 21st century*. Cambridge, Massachusetts: The MIT Press, 2010.
- [4] H. Ma, F. Balthasar, N. Tait, X. Riera-Palou, and A. Harrison, “A new comparison between the life cycle greenhouse gas emissions of battery electric vehicles and internal combustion vehicles,” in *Energy police*, vol. 44, pp. 160–173, 2012.
- [5] A. Emadi, *Advanced electric drive vehicules*. Ontario, Canada: CRC Press, 2015.
- [6] K. T. Chau, *Electric vehicle machines and drives. Design, analysis and application*. Singapore: John Wiley & Sons, 2015.
- [7] C. Xia, *Permanent magnet brushless dc motor drives and controls topology*. Singapore: John Wiley & Sons, 2012.
- [8] R. V. Leyva, “Implementación para un vehículo eléctrico de péndulo invertido,” Master’s thesis, Universidad nacional autónoma de México, 2012.
- [9] A. Castro, “Modelling and dynamic analysis of a two wheeled inverted-pendulum,” Master’s thesis, Georgia Institute of Technology, 2012.
- [10] Segway, “Segway human transporter,” Feb 2017.

-
- [11] A. M. Mohtasib and M. H. Shawar, “Self-balancing two-wheel electric vehicle (steve),” in *2013 9th International Symposium on Mechatronics and its Applications (ISMA)*, pp. 1–8, April 2013.
- [12] Y. Kim, S. H. Kim, and Y. K. Kwak, “Dynamic analysis of a nonholonomic two-wheeled inverted pendulum robot,” *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, vol. 44, pp. 25–46, Sep 2005.
- [13] K. D. Do and G. Seet, “Motion control of a two-wheeled mobile vehicle with an inverted pendulum,” *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, vol. 60, pp. 577–605, Dec 2010.
- [14] A. A. Duarte, “Control de un robot autónomo tipo péndulo invertido,” Master’s thesis, Tecnológico Nacional de México, 2016.
- [15] D. S. Nasrallah, H. Michalska, and J. Angeles, “Controllability and posture control of a wheeled pendulum moving on an inclined plane,” *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 23, pp. 564–577, June 2007.
- [16] M. Yue, S. Wang, and J.-Z. Sun, “Simultaneous balancing and trajectory tracking control for two-wheeled inverted pendulum vehicles: A composite control approach,” *Neurocomputing*, vol. 191, pp. 44 – 54, 2016.
- [17] C. C. Chan, *Modern electric vehicle technology*. New York: OXFORD University Press, 2001.
- [18] M. U. Draz, M. S. Ali, M. Majeed, U. Ejaz, and U. Izhar, “Segway electric vehicle,” in *2012 International Conference of Robotics and Artificial Intelligence*, pp. 34–39, Oct 2012.
- [19] A. Salerno and J. Angeles, “On the nonlinear controllability of a quasiholonomic mobile robot,” in *2003 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.03CH37422)*, vol. 3, pp. 3379–3384 vol.3, Sept 2003.
- [20] L. Pupek and R. Dubay, “Velocity and position trajectory tracking through sliding mode control of two-wheeled self-balancing mobile robot,” in *Systems Conference (Sys-Con), 2018 Annual IEEE International*, pp. 1–5, IEEE, 2018.
- [21] I. Fantoni and R. Lozano, *Non-linear control for underactuated mechanical systems*. Compiegne, France: Springer, 2008.

-
- [22] K. Pathak, J. Franch, and S. K. Agrawal, "Velocity and position control of a wheeled inverted pendulum by partial feedback linearization," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 21, pp. 505–513, June 2005.
- [23] Z. Zheng and M. Teng, "Modeling and decoupling control for two-wheeled self-balancing robot," in *Control and Decision Conference (CCDC), 2016 Chinese*, pp. 5263–5267, IEEE, 2016.
- [24] S. W. Nawawi, "Real-time control system for a two-wheeled inverted pendulum mobile robot," in *Advanced Knowledge Application in Practice* (I. Fuerstner, ed.), ch. 16, Rijeka: IntechOpen, 2010.
- [25] N. P. Baker, C. P. Brown, D. R. S. Dowling, J. L. Modra, and D. J. Tootell, "Son of edgar state space control of electro-drive gravity-aware ride," Master's thesis, The university of Adelaide, 2006.
- [26] C. Ramírez Conejo, "Modelado y análisis de sistemas mecánicos subactuados," Master's thesis, 2012.
- [27] L. Jiang, H. Qiu, Z. Wu, and J. He, "Active disturbance rejection control based on adaptive differential evolution for two-wheeled self-balancing robot," in *Control and Decision Conference (CCDC), 2016 Chinese*, pp. 6761–6766, IEEE, 2016.
- [28] H. Sira-Ramirez, A. Luviano-Juárez, M. Ramírez-Neria, and E. W. Zurita-Bustamante, *Active disturbance rejection control of dynamic systems: a flatness based approach*. Butterworth-Heinemann, 2018.
- [29] N. P. Baker, C. P. Brown, D. R. S. Dowling, J. L. Modra, and D. J. Tootell, "Son of edgar state space control of electro-drive gravity-aware ride," Master's thesis, The university of Adelaide, 2006.
- [30] S. Sridharan and B. Zoghi, "Rfid-based access human transporter." AC 2009-600: CONTROL SYSTEM PROJECT, 2009.
- [31] L. J. Pinto, D. H. Kim, J. Y. Lee, and C. S. Han, "Development of a segway robot for an intelligent transport system," in *2012 IEEE/SICE International Symposium on System Integration (SII)*, pp. 710–715, Dec 2012.
- [32] F. Grasser, A. D'Arrigo, S. Colombi, and A. C. Rufer, "Joe: a mobile, inverted pendulum," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 49, pp. 107–114, Feb 2002.

-
- [33] A. Jaswal, S. Chand, A. Abdullah, and R. Chakraborty, "Design and fabrication of self balancing two wheeler," in *International Journal of Engineering Science and Computing*, vol. 6, pp. 5002–5005, 2016.
- [34] D. P. Ye, J. M. Yu, and Y. Z. Zhou, "Control simulation for two-wheeled self-balancing robot linear move based on active disturbance rejection controller," in *Advanced Materials Research*, vol. 644, pp. 129–133, Trans Tech Publ, 2013.
- [35] A. GÖÇMEN, "Design of two wheeled electric vehicle," Master's thesis, Atilim University, 2011.
- [36] M. M. Bech, A. H. Hansen, H. C. Pedersen, and T. O. Andersen, "Human mobile inverted pendulum transporter; a mechatronic system case study," in *Proceedings of 2011 International Conference on Fluid Power and Mechatronics*, pp. 559–565, Aug 2011.
- [37] S. M. Orozco-Soto and J. M. Ibarra-Zannatha, "Motion control of humanoid robots using sliding mode observer-based active disturbance rejection control," in *2017 IEEE 3rd Colombian Conference on Automatic Control (CCAC)*, pp. 1–8, IEEE, 2017.
- [38] G. A. R. Fuentes, J. A. Cortés-Romero, Z. Zou, R. Costa-Castelló, and K. Zhou, "Power active filter control based on a resonant disturbance observer," *IET Power Electronics*, vol. 8, no. 4, pp. 554–564, 2015.
- [39] X. Chang, Y. Li, W. Zhang, N. Wang, and W. Xue, "Active disturbance rejection control for a flywheel energy storage system," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 62, no. 2, pp. 991–1001, 2015.
- [40] H. Huang, L. Wu, J. Han, G. Feng, and Y. Lin, "A new synthesis method for unit coordinated control system in thermal power plant-adrc control scheme," in *2004 International Conference on Power System Technology, 2004. PowerCon 2004.*, vol. 1, pp. 133–138, IEEE, 2004.
- [41] J. Linares-Flores, C. García-Rodríguez, H. Sira-Ramírez, and O. D. Ramírez-Cárdenas, "Robust backstepping tracking controller for low-speed pmsm positioning system: design, analysis, and implementation," *IEEE Transactions on industrial informatics*, vol. 11, no. 5, pp. 1130–1141, 2015.
- [42] J. Linares-Flores, J. L. Barahona-Avalos, H. Sira-Ramirez, and M. A. Contreras-Ordaz, "Robust passivity-based control of a buck–boost-converter/dc-motor system: An active

- disturbance rejection approach,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 48, no. 6, pp. 2362–2371, 2012.
- [43] H. Sira-Ramírez, J. Linares-Flores, C. García-Rodríguez, and M. A. Contreras-Ordaz, “On the control of the permanent magnet synchronous motor: an active disturbance rejection control approach,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 22, no. 5, pp. 2056–2063, 2014.
- [44] A. Hernández-Méndez, J. Linares-Flores, H. Sira-Ramírez, J. F. Guerrero-Castellanos, and G. Mino-Aguilar, “A backstepping approach to decentralized active disturbance rejection control of interacting boost converters,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 53, no. 4, pp. 4063–4072, 2017.
- [45] J. Linares-Flores, A. Hernández-Méndez, J. Guerrero-Castellanos, G. Mino-Aguilar, E. Espinosa-Maya, and E. Zurita-Bustamante, “Decentralized angular speed control for load sharing in servomechanisms,” in *2018 IEEE Power and Energy Conference at Illinois (PECI)*, pp. 1–5, IEEE, 2018.
- [46] X. Wang, S. Chen, T. Chen, and B. Yang, “Study on control design of a two-wheeled self-balancing robot based on adrc,” in *Control Conference (CCC), 2016 35th Chinese*, pp. 6227–6232, IEEE, 2016.
- [47] M. H. Khan, M. Chaudhry, T. Tariq, Q. u. A. Fatima, and U. Izhar, “Fabrication and modelling of segway,” in *2014 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, pp. 280–285, Aug 2014.
- [48] L. J. Pinto, D. H. Kim, J. Y. Lee, and C. S. Han, “Development of a segway robot for an intelligent transport system,” in *2012 IEEE/SICE International Symposium on System Integration (SII)*, pp. 710–715, Dec 2012.
- [49] M. M. Bech, A. H. Hansen, H. C. Pedersen, and T. O. Andersen, “Human mobile inverted pendulum transporter; a mechatronic system case study,” in *Proceedings of 2011 International Conference on Fluid Power and Mechatronics*, pp. 559–565, Aug 2011.
- [50] O. O. G. F. as, “Lyapunov method for the controlling of the two wheels inverted pendulum,” in *2011 8th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control*, pp. 1–5, Oct 2011.

-
- [51] H. Sira-Ramírez and S. Agrawal, *Differentially Flat Systems*. New York: Marcel Dekker, 2004.
- [52] K. Ogata, E. P. Bermúdez, F. Matía, E. Pearson, and P. Hall, “Ingeniería de control moderna, 5ta edición,” *Editorial Pearson. ISBN*, pp. 978–84, 2010.
- [53] M. Mubeen, “Brushless dc motor primer,” *Motion Tech Trends*, 2008.
- [54] P. Visconti and P. Primiceri, “An overview on state-of-art and future application fields of bldc motors: Design and characterization of a pc-interfaced driving and motion control system,” 2006.
- [55] J. Zhao and Y. Yu, “Brushless dc motor fundamentals application note,” *MPS, Futur. Analog IC Technol*, pp. 7–8, 2011.
- [56] A. F. N. Azam, A. Jidin, N. A. Ngatiman, M. Jopri, M. Manap, A. L. Herlino, and N. F. Alias, “Current control of bldc drives for ev application,” in *Power Engineering and Optimization Conference (PEOCO), 2013 IEEE 7th International*, pp. 411–416, IEEE, 2013.
- [57] K. Ogata and G. L. P. Sanchez, *Dinámica de sistemas*. Prentice-Hall Hispanoamericana, 1987.

Apéndice A

Motor de cd sin escobillas

Todos los motores eléctricos tienen el mismo principio en común, en el sentido de que funcionan como convertidores de energía eléctrica a magnética para generar un movimiento giratorio mecánico. La forma subyacente en que se lleva a cabo esta conversión es fundamentalmente la misma en todos los tipos de motores eléctricos. Las diferencias radican en los detalles de la manera en que se genera el campo magnético para obtener la fuerza de rotación [53].

Como en cualquier motor eléctrico, el funcionamiento del motor de cd sin escobillas (BLDC por su siglas en inglés) se basa en la atracción y repulsión de campos magnéticos. Para esto, el motor BLDC cuenta con imanes permanentes en el rotor y devanados en el estator. Los embobinados que se energizan en el estator crean polos electromagnéticos y el rotor (equivalente a un imán de barra) es atraído o repelido por las fases del estator [54].

Mediante el uso de una secuencia apropiada para energizar las fases del estator, se crea y mantiene de forma sincronizada un campo magnético giratorio. Puesto que, los motores BLDC cuentan con sensores de efecto Hall en el estator, se puede tener un conocimiento preciso de la posición del rotor, y así asegurar la sincronización del campo magnético.

La Figura A.1 ejemplifica el principio de funcionamiento de un motor BLDC trifásico. El proceso comienza cuando la corriente fluye a través de uno de los tres devanados del estator y genera un polo magnético que atrae al imán permanente más cercano al polo opuesto. El rotor se moverá si la corriente cambia a un devanado adyacente. La energización secuencial de cada bobina hará que el rotor siga un campo magnético giratorio. El par en este ejemplo depende de la amplitud de corriente y el número de vueltas en los devanados del estator, la fuerza y el tamaño de los imanes permanentes, el espacio de aire entre el rotor y los devanados, y la longitud de la barra giratoria [55].

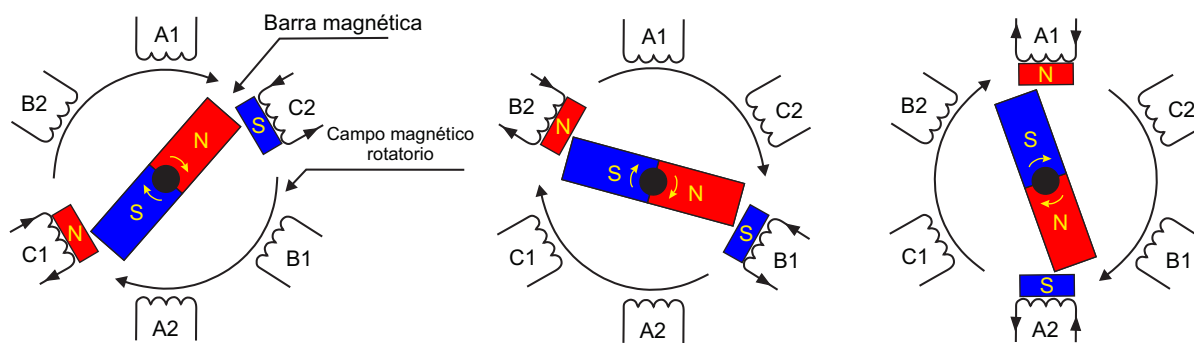


Figura A.1: Rotación del motor BLDC.

A continuación se describe la estructura básica del motor BLDC, el circuito de potencia y el modo de manejarlo, pues la conmutación de los dispositivos se realiza en función de la posición del rotor, lo cual se refleja en la combinación de las señales de los sensores de efecto Hall.

A.1. Estructura básica del motor de CD sin escobillas

El motor BLDC es un tipo de motor síncrono, pues el campo magnético generado por el estator y el rotor gira a la misma frecuencia. Este cuenta con tres partes principales, el rotor de imanes permanentes, el estator y los sensores de efecto Hall. Las configuraciones básicas de este motor son: con rotor interno y con rotor externo como se muestra en la Figura A.2.

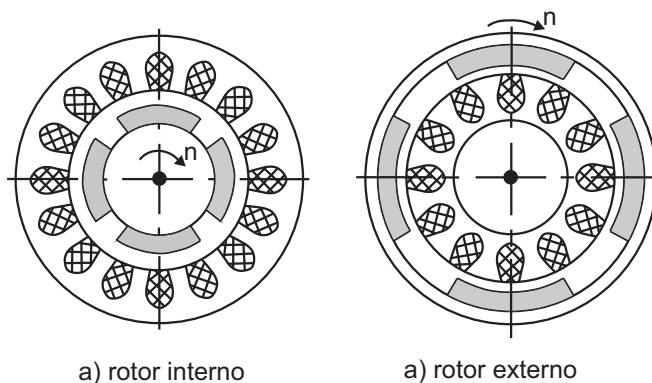


Figura A.2: Configuración de un motor BLDC.

En el diseño del rotor interno, el devanado del estator rodea al rotor y se fija en la carcasa del motor. La ventaja de este diseño es la capacidad de disipar el calor, lo que afecta directamente a su capacidad para generar par y disminuir su inercia. En el diseño del rotor exterior, el devanado se encuentra en el núcleo del motor. Los imanes del rotor rodean

los devanados del estator y actúan como un aislante, reduciendo la tasa de disipación de calor del motor. Este diseño funciona con ciclos de trabajo más bajos o con una corriente nominal más baja [56].

A.1.1. Estator

El estator de un motor BLDC está compuesto por laminaciones de acero apiladas y ranuradas, estas ranuras cortan axialmente la periferia interna del estator y alojan a los embobinados. Los motores BLDC se pueden clasificar como monofásico o polifásicos. Los motores monofásicos y trifásicos son los más utilizados.

La Figura A.3 muestra la sección transversal simplificada de un motor BLDC monofásico y trifásico. El motor monofásico tiene un embobinado enrollado en sentido horario o anti-horario a lo largo de cada ranura del estator, lo que produce cuatro polos magnéticos como se muestra en la Figura A.3 (a). En comparación, el motor trifásico tiene tres devanados, como se muestra en la Figura A.3 (b). Cada fase se enciende secuencialmente para hacer que el rotor gire.

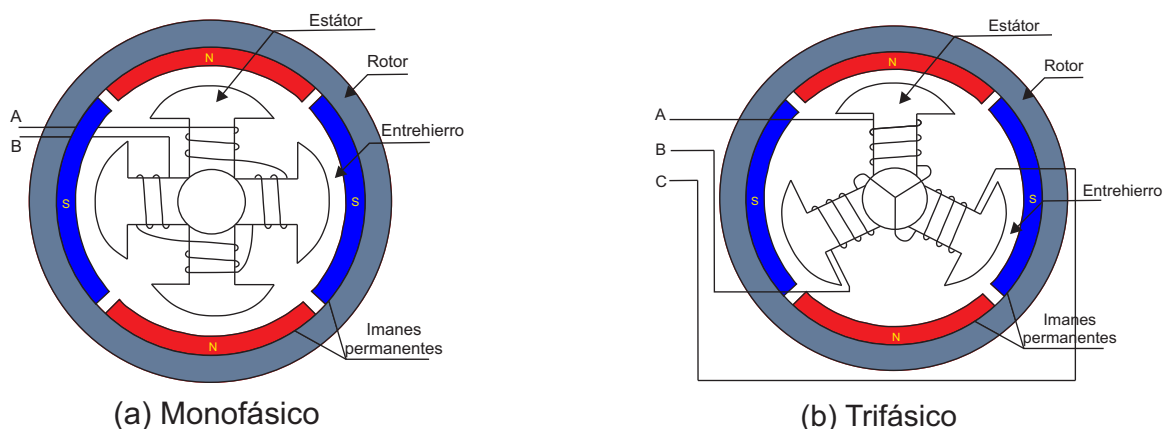


Figura A.3: Diagrama de un motor BLDC simplificado.

Hay dos tipos de devanados del estator: de tipo trapezoidal y sinusoidal, en referencia a la forma de la señal de la fuerza contra-electromotriz (FCEM). La forma de la FCEM está determinada por las conexiones de las bobinas y la distancia del entre-hierro. Además de la FCEM, la corriente de fase también sigue una forma trapezoidal y sinusoidal. Un motor sinusoidal produce un par electromagnético más suave que un motor trapezoidal, aunque a un costo mayor, debido al uso de devanados de cobre adicionales. Un motor BLDC utiliza una estructura simplificada con devanados de tipo trapezoidal [55].

A.1.2. Rotor de imanes permanentes

El rotor del motor BLDC está constituido por imanes permanentes. Se agrupan en pares de polos y se encuentran incrustados en la superficie o en el interior del núcleo de hierro. En la actualidad, los imanes permanentes generalmente se fabrican utilizando materiales magnéticos permanentes de tierras raras, como son los imanes de neodimio (NdFeB), los cuales tienen las ventajas de alta coercitividad e intensidad de remanencia.

Un rotor consta de un eje y un núcleo con imanes permanentes, dispuestos para formar n pares de polos que se alternan entre los polos norte y sur. La Figura A.4 muestra secciones transversales de tres tipos de rotores con diferentes configuraciones de imanes.

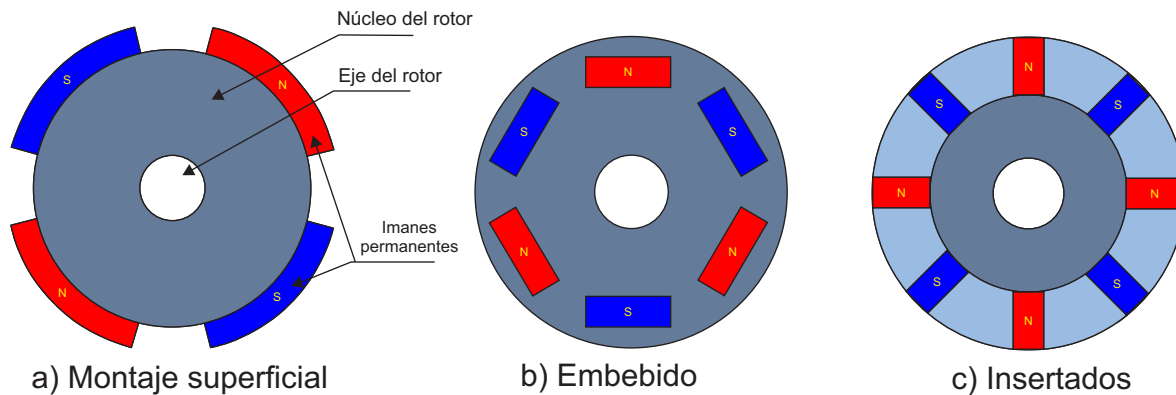


Figura A.4: Sección cruzada de los imanes del rotor.

Existen múltiples materiales magnéticos, como mezclas ferrosas y aleaciones de tierras raras. Los imanes de ferrita son tradicionales y relativamente baratos, aunque los imanes de aleación de tierras raras son cada vez más populares debido a su alta densidad magnética. Los imanes con una densidad magnética más alta ayudan a reducir el tamaño de los rotores, mientras se mantiene un par relativo alto en comparación con los imanes de ferrita similares.

A.1.3. Sensores de posición

Los sensores de posición instalados en el motor pueden detectar la posición del rotor y transformarla en una señal eléctrica, lo que proporciona la información para realizar, de manera correcta, la conmutación del circuito de potencia. Varios tipos de sensores electromagnéticos, fotoeléctricos y magnéticos han sido utilizados en motores BLDC. El sensor de efecto Hall es el más utilizado en estos motores, pues tiene las ventajas de ser compacto, de bajo costo y fácil de operar. Para esta aplicación se utilizan tres sensores de efecto Hall

separados 120° eléctricos uno del otro. Cada vez que los polos magnéticos del rotor pasan cerca de los sensores, estos emiten una señal con nivel lógico alto o bajo, lo que sugiere que el polo N o S pasa cerca de los sensores. El orden exacto de conmutación puede estimarse dependiendo de la combinación de estas tres señales.

A.1.4. Circuito de potencia

El circuito de potencia necesario para controlar un motor BLDC trifásico es el inversor de puente completo. La Figura A.5 muestra el diagrama esquemático de este circuito. En el diagrama, los interruptores de potencia T1, T2, T3, T4, T5 y T6 se usan para encender o apagar las fases del estator de acuerdo con las señales lógicas producidas por los sensores de efecto Hall. Uno de los modos de conducción más utilizado es el modo de conducción de dos fases.

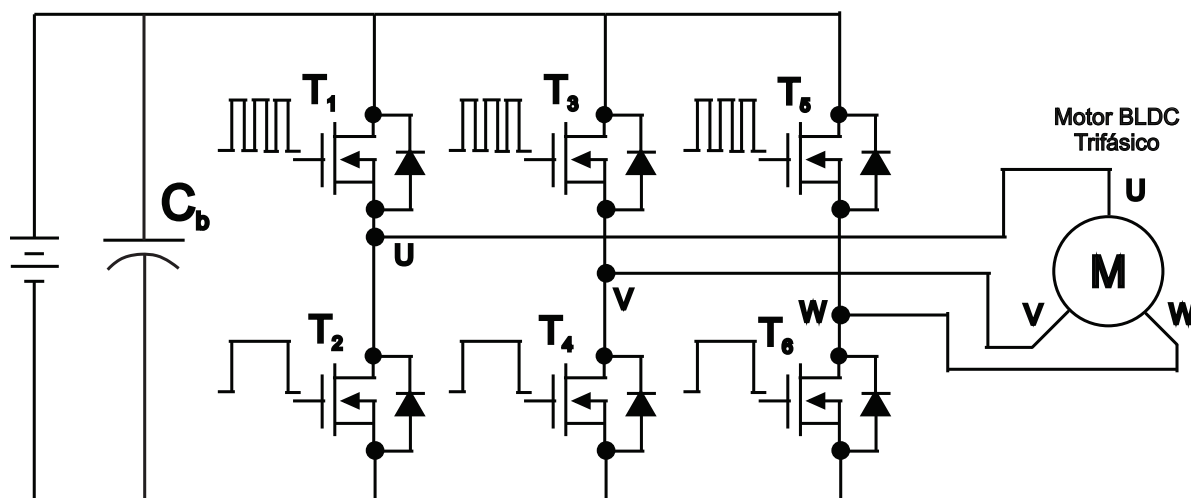


Figura A.5: Inversor de puente completo.

El principio de funcionamiento del modo de conducción de dos fases, se basa en conducir dos de los devanados del motor todo el tiempo y suspender el tercero. El orden y el instante de conducción están determinados por la posición del rotor. En esta condición, el campo magnético giratorio generado por el estator es un campo escalonado en lugar de uno continuo. El inversor conmuta una vez que el rotor gira un ángulo eléctrico de 60° . Entonces, hay seis estados magnéticos y dos devanados de fase que están conduciendo en cada estado. El tiempo del flujo de corriente en cada embobinado es de 120° eléctricos.

A.1.5. Lógica de conmutación

Como ya se ha mencionado, un motor BLDC trifásico requiere de tres sensores de efecto Hall para detectar la posición del rotor. En función de la posición física de los sensores, existen dos tipos de salidas: un desplazamiento de fase de 60° y un desplazamiento de fase de 120° . La combinación de las tres señales de los sensores puede determinar la secuencia exacta de conmutación. La Figura A.6 muestra la secuencia de conmutación del inversor para controlar la rotación en sentido antihorario del motor BLDC. Los tres sensores de efecto Hall, a, b y c, están montados en el estator a intervalos de 120° , mientras que los devanados trifásicos están conectados en estrella.

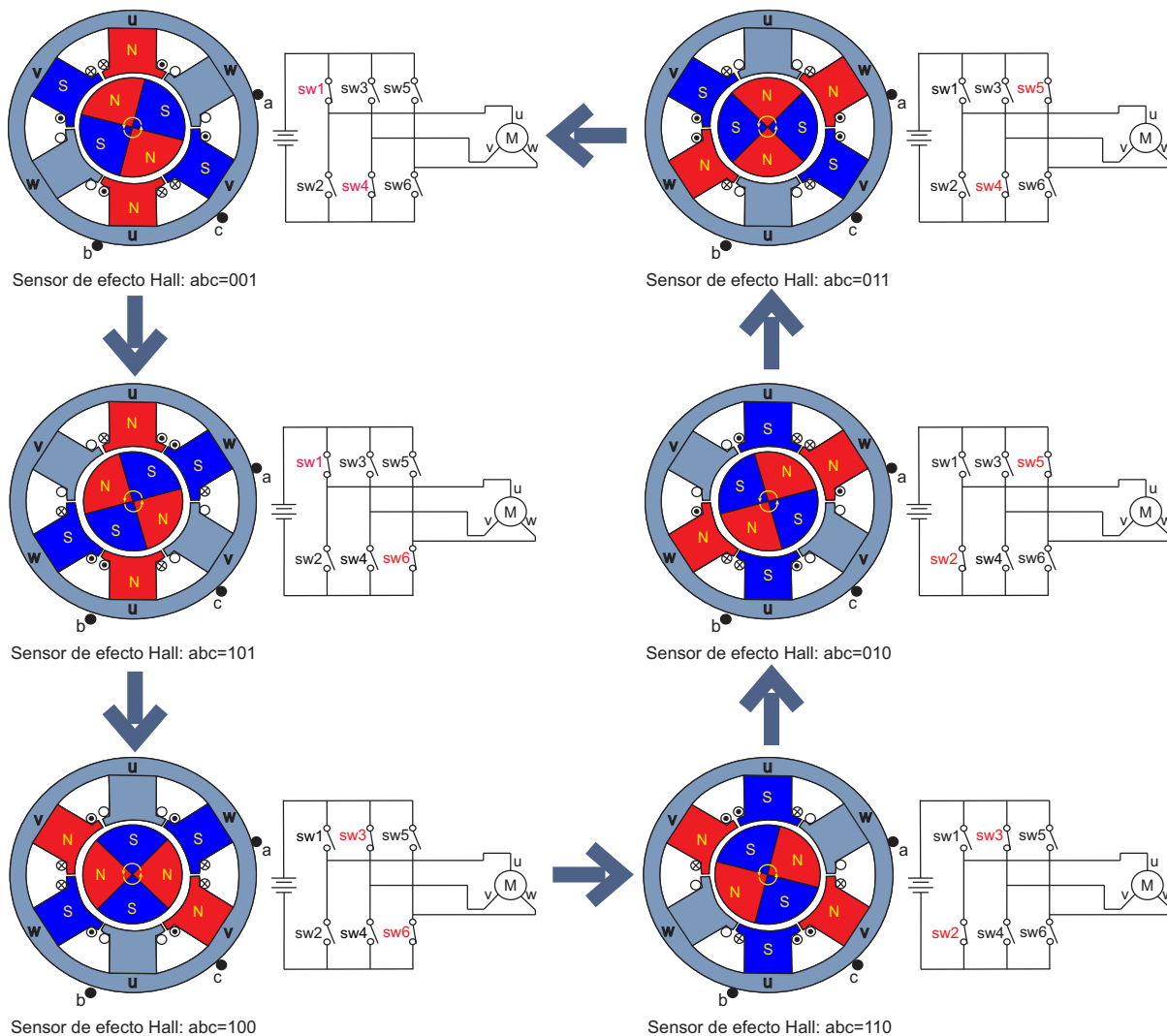


Figura A.6: Secuencia de conmutación de un motor BLDC.

Por cada rotación de 60° eléctricos, uno de los sensores de efecto Hall cambia su estado. Se requieren seis pasos para completar un ciclo eléctrico completo. La conmutación de la corriente de fase se actualiza cada 60° eléctricos. Para cada paso, hay una fase del motor produciendo un campo magnético positivo, otra fase produciendo un campo magnético negativo, y la tercera fase queda flotando. Cabe mencionar que un ciclo eléctrico puede no corresponder a una revolución mecánica completa. La cantidad de ciclos para completar una rotación mecánica está determinada por la cantidad de pares de polos del rotor. Cada par de polos del rotor requiere un ciclo eléctrico en una rotación mecánica. Entonces, la cantidad de ciclos eléctricos en una rotación mecánica es igual a los pares de polos del rotor.

La Figura A.7 muestra los diagramas de tiempo en los que las fases U, V y W están energizadas o flotadas en base a las señales a, b y c de los sensores de efecto Hall. En esta tabla las señales de los sensores de efecto Hall tienen un desplazamiento de fase de 120° entre sí y el motor gira en sentido contrario a las manecillas del reloj.

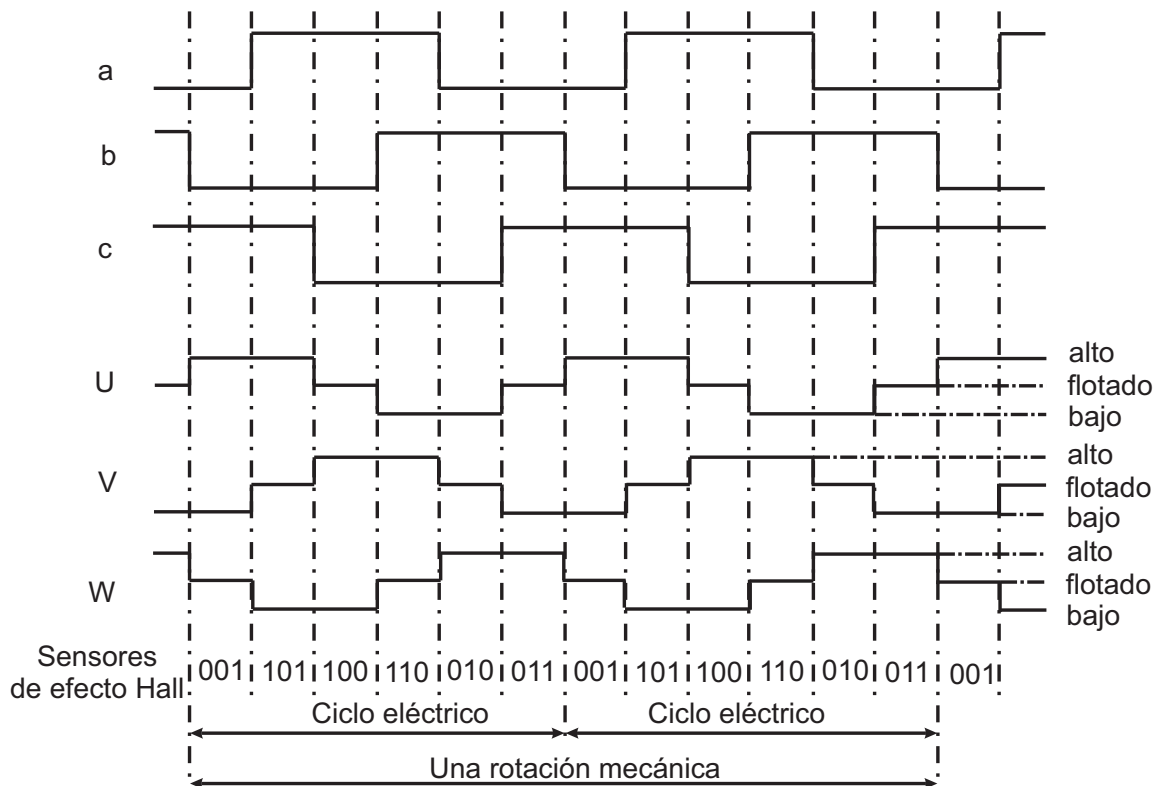


Figura A.7: Diagrama de la secuencia de conmutación del motor BLDC.

Para variar la velocidad de rotación, se utiliza la modulación de ancho de pulso en los interruptores a una frecuencia mucho más alta que la frecuencia de rotación del motor.

Generalmente, la frecuencia del PWM debe ser al menos 10 veces mayor que la frecuencia máxima de rotación del motor.

A.2. Modelo dinámico del motor de CD sin escobillas

El desarrollo del modelo dinámico del motor BLDC para n pares de polos se deriva del análisis de un motor BLDC bipolar como a continuación se muestra. El estator tiene un devanado conectado en Y, el rotor, de tipo interno, tiene una estructura con un par de polos. Tres sensores de efecto Hall se colocan simétricamente a un intervalo de 120° . Se hacen las siguientes suposiciones para analizar el modelo dinámico del motor de CD sin escobillas [7]:

1. Se desprecia la saturación del núcleo, así como las pérdidas por corrientes parásitas y las pérdidas por histéresis.
2. Se desprecia la reacción de la armadura, y se piensa que la distribución del campo magnético del entre-hierro es una onda trapezoidal con un ancho de la parte superior plana de un ángulo eléctrico de 120° .
3. Se supone que los conductores se distribuyen de forma continua y uniforme en la superficie de la armadura.
4. Los interruptores de potencia y los diodos del circuito inversor tienen características ideales.

El diagrama esquemático simplificado del motor se obtiene como se muestra en la Figura A.8.

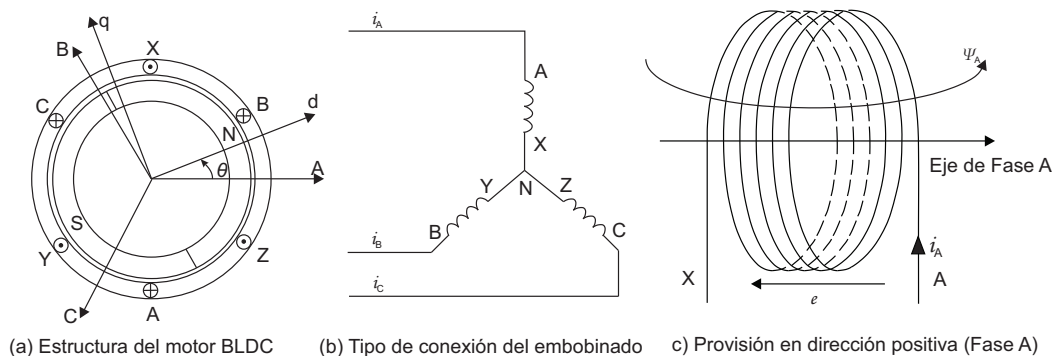


Figura A.8: Diagrama esquemático del motor BLDC.

En la dirección positiva, como se muestra en la Figura A.8, la tensión de fase de cada bobinado, que incluye la caída de tensión de la resistencia y la FEM inducida, se expresa de la siguiente manera:

$$u_x = R_x i_x + e_{\psi x} \quad (\text{A.1})$$

donde,

u_x - Voltaje de fase, en el cual x denota la fase A, B y C.

i_x - Corriente de fase.

$e_{\psi x}$ - Fuerza electromagnética inducida en la fase.

R_x - Resistencia de fase. Para un embobinado trifásico simétrico, $R_A = R_B = R_C = R$.

La FEM inducida por la bobina es igual a la tasa de cambio del flujo. Como la dirección positiva de la FEM inducida y del enlace de flujo definido en la Figura A.8 es opuesta a la de la regla de la mano derecha, la FEM inducida se escribe como:

$$e_{\psi x} = \frac{d\psi_x}{dt} \quad (\text{A.2})$$

Tomando a la fase A por ejemplo, el flujo está dado como:

$$\psi_A = L_A i_A + M_{AB} i_B + M_{AC} i_C + \psi_{pm}(\theta) \quad (\text{A.3})$$

donde,

$\psi_{pm}(\theta)$ - Enlace de flujo del imán permanente en la fase A.

θ - Posición angular del rotor, el ángulo del rotor entre el eje-d y el eje de la fase A.

L_A - Inductancia de la fase A.

M_{AB}, M_{AC} - Inductancia mutua de la fase A con la fase B y la fase C.

La magnitud de $\psi_{pm}(\theta)$ depende de la distribución del campo magnético de los imanes permanentes en el entre-hierro. El componente radial del campo magnético del entre-hierro del imán permanente se distribuye con un perfil trapezoidal a lo largo de la superficie interna del estator, como se muestra en la Figura A.9. Cuando el rotor gira en sentido antihorario, ver la Figura A.9, el devanado AX se mueve hacia adelante a lo largo del eje θ . Entonces, el flujo efectivo de la fase A cambiará con respecto a la posición del rotor. Cuando la posición del rotor es α , el flujo magnético del imán permanente en la fase A es:

$$\psi_{pm}(\alpha) = N\phi_{pm}(\alpha) \quad (\text{A.4})$$

$$\phi_{pm}(\alpha) = \int_{-\frac{\pi}{2}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}+\alpha} B(\theta) S d\theta \quad (\text{A.5})$$

donde,

$\phi_{pm}(\alpha)$ - Flujo de los imanes permanentes en la fase A cuando el ángulo del rotor es α

$B(\theta)$ - Densidad de flujo radial del rotor de imán permanente en el espacio de aire, que está en una distribución trapezoidal a lo largo de θ .

N - Numero de vueltas del embobinado.

S - Producto del radio del rotor y longitud efectiva de los conductores.

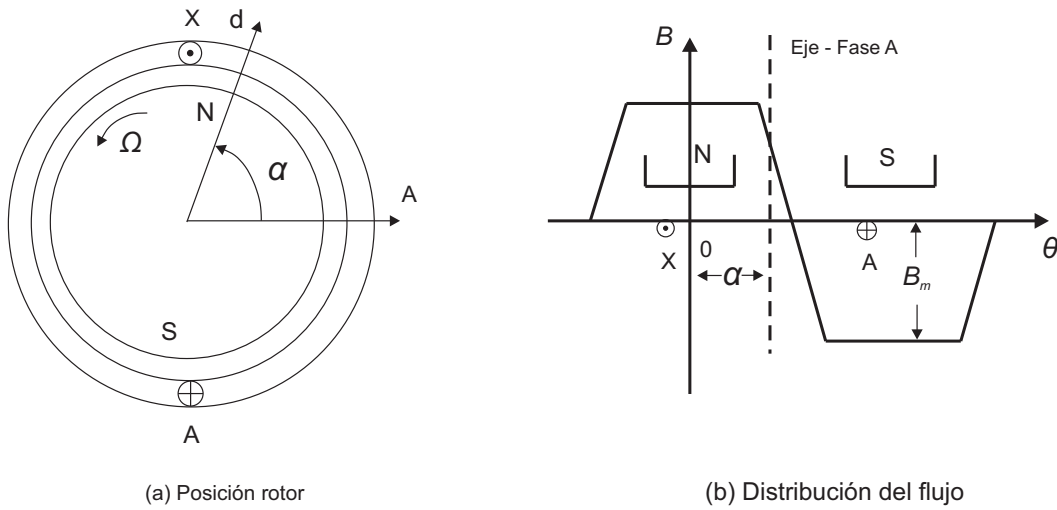


Figura A.9: Flujo del imán permanente en la fase A.

Sustituyendo las ecuaciones de (A.2) a (A.5) en la ecuación (A.1), se obtiene

$$\begin{aligned} u_A &= Ri_A + \frac{d}{dt} (L_A i_A + M_{AB} i_B + M_{AC} i_C + \psi_{pm}) \\ u_A &= Ri_A + \frac{d}{dt} (L_A i_A + M_{AB} i_B + M_{AC} i_C) + \frac{d}{dt} \left[NS \int_{-\frac{\pi}{2}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}+\alpha} B(x) dx \right] \\ u_A &= Ri_A + \frac{d}{dt} (L_A i_A + M_{AB} i_B + M_{AC} i_C) + e_A \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

donde e_A representa el término de la fuerza contra-electromotriz de la fase A. Como se puede observar, la ecuación (A.6) incluye una operación derivativa del producto de la inductancia y la corriente. Donde la auto-inductancia y la inductancia mutua de los devanados es proporcional a N^2 (N representa el número de vueltas) y la permeancia del circuito

magnético correspondiente, se define como:

$$\begin{aligned} L_A &= N^2 \Lambda_A \\ M_{AB} &= N^2 \Lambda_{AB} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

donde,

Λ_A - Permeancia del flujo de la autoinducción en la fase A

Λ_{AB} - Permeancia del flujo de la inductancia mutua entre la fase A y la fase B.

La permeabilidad del rotor de polo saliente difiere en las direcciones del eje d y el eje q , por lo que, la auto-inductancia y la inductancia mutua de los bobinado cambia con la posición del rotor. Sin embargo, en el rotor de polos salientes con imanes permanentes montados en la superficie, generalmente utilizada en el motor BLDC, no ocurre este fenómeno. En esta condición, la inductancia del devanado no cambiará con la posición del rotor.

Como los devanados del estator trifásico son simétricos, las auto-inductancias serán iguales, de la misma manera las inductancias mutuas entre fases también serán iguales. Esto es $L_A = L_B = L_C = L$, $M_{AB} = M_{BA} = M_{BC} = M_{CB} = M_{AC} = M_{CA} = M$. Tomando esto en cuenta, la ecuación (A.6) se reescribe como sigue:

$$u_A = Ri_A + L \frac{di_A}{dt} + M \frac{di_B}{dt} + M \frac{di_C}{dt} + e_A \quad (\text{A.8})$$

en donde,

$$\begin{aligned} e_A &= \frac{d}{dt} \left[NS \int_{-\frac{\pi}{2}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}+\alpha} B(x) dx \right] \\ e_A &= NS \left[B\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) - B\left(-\frac{\pi}{2} + \theta\right) \right] \frac{d\theta}{dt} \\ e_A &= NS\omega \left[B\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) - B\left(-\frac{\pi}{2} + \theta\right) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

donde ω es la velocidad angular eléctrica del motor.

De acuerdo a la distribución de la densidad magnética en el entre-hierro como se muestra en la Figura A.9 (b), junto con $B(\theta)$ teniendo un período de 2π y $B(\theta + \pi) = -B(\theta)$, se consigue:

$$\begin{aligned} e_A &= NS\omega \left[B\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) - B\left(-\frac{\pi}{2} + \theta\right) \right] \\ e_A &= NS\omega \left[B\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) - B\left(\frac{\pi}{2} + \theta + \pi - 2\pi\right) \right] \\ e_A &= 2NS\omega B\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

La onda de la fuerza contra-electromotriz de la fase A, está dada por:

$$e_A = 2NS\omega B_m f_A(\theta) = \omega\psi_m f_A(\theta) \quad (\text{A.11})$$

donde,

B_m - Valor máximo de la distribución de la densidad magnética del imán en el espacio de aire.

ψ_m - Valor máximo del enlace de flujo del imán en cada devanado, $\psi_m = 2NSB_m$.

$f_A(\theta)$ - Función de forma de onda de la fuerza contra-electromotriz de la fase A.

Debe tomarse en cuenta que la $f_A(\theta)$ tiene una distribución trapezoidal con la posición del rotor, y sus valores máximo y mínimo son, respectivamente, 1 y -1 . La forma de onda correspondiente y su relación de fase con $B(\theta)$ y e_A se muestran en la Figura A.10. En cuanto a los devanados simétricos trifásicos, también existen $f_B(\theta) = f_A(\theta - 2\pi/3)$ y $f_C(\theta) = f_A(\theta + 2\pi/3)$.

Se observa en (A.9) que e_A es una fuerza contra-electromotriz de rotación que se produce por el enlace de flujo del devanado causado por el rotor giratorio. Se sabe que las corrientes de las tres fases satisfacen lo siguiente:

$$i_A + i_B + i_C = 0 \quad (\text{A.12})$$

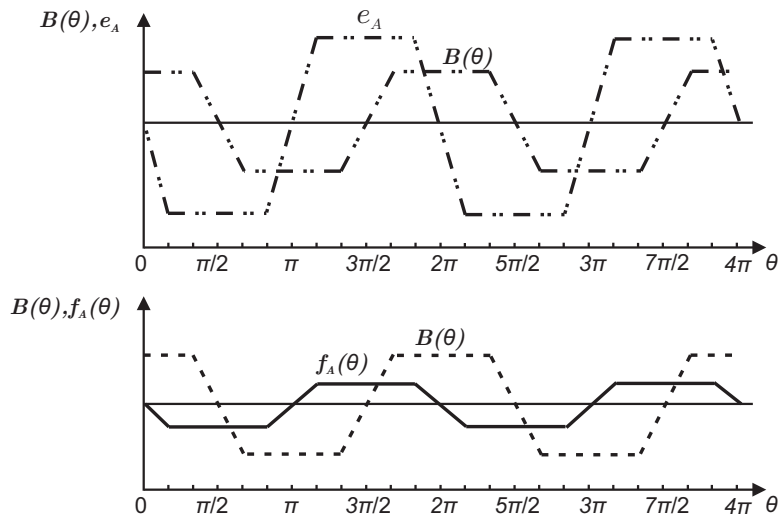


Figura A.10: Relación de fase entre la densidad de flujo, y la fuerza contra-electromotriz.

La ecuación (A.8) se puede simplificar aún más como:

$$u_A = Ri_A + (L - M) \frac{di_A}{dt} + e_A \quad (\text{A.13})$$

La forma matricial de la ecuación de voltaje de fase del motor BLDC se expresa como:

$$\begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L - M & 0 & 0 \\ 0 & L - M & 0 \\ 0 & 0 & L - M \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_A \\ e_B \\ e_C \end{bmatrix} \quad (\text{A.14})$$

De acuerdo con la ecuación (A.14), el circuito equivalente del motor BLDC se muestra en la Figura A.11.

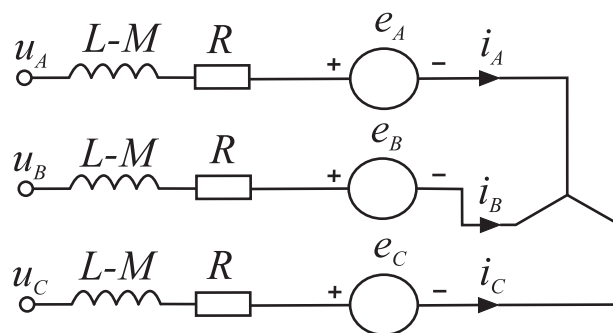


Figura A.11: Circuito equivalente del motor BLDC.

Al igual que en los motores de CC, el análisis de la potencia y el par del motor BLDC se realiza desde la perspectiva de la transferencia de energía. Cuando el motor está en funcionamiento, la energía de la fuente se absorbe, a pesar de que parte de esta energía se convierte en pérdidas eléctricas, la mayor parte de la energía se transfiere al rotor. La potencia transferida al rotor, que se denomina potencia electromagnética, es igual a la suma del producto de corriente y fuerza contra-electromotriz de las tres fases. Es decir:

$$P_e = e_A i_A + e_B i_B + e_C i_C \quad (\text{A.15})$$

Ignorando las pérdidas mecánicas, la potencia electromagnética se convierte totalmente en energía cinética, por lo que:

$$P_e = T_e \Omega \quad (\text{A.16})$$

donde,

T_e - Par electromagnético.

Ω - Velocidad angular.

Por lo tanto, de las ecuaciones (A.15) y (A.16), se obtiene:

$$T_e = \frac{e_A i_A + e_B i_B + e_C i_C}{\Omega} \quad (\text{A.17})$$

Ubicando (A.11) en (A.17), otra forma de la ecuación de par se puede representar como:

$$T_e = p [\psi_m f_A(\theta) i_A + \psi_m f_B(\theta) i_B + \psi_m f_C(\theta) i_C] \quad (\text{A.18})$$

donde p es el número de pares de polos. Cuando el motor BLDC está en funcionamiento y el proceso de conmutación se ignoran, las corrientes tienen la misma amplitud. Teniendo en cuenta que los símbolos de $f(\theta)$ en la posición superior plana son opuestos entre sí para diferentes devanados, por lo que (A.18) se simplifica como sigue:

$$T_e = 2p\psi_m i_A = K_T i \quad (\text{A.19})$$

donde,

K_T es el coeficiente de par.

i es la corriente de fase estable.

Para construir un modelo dinámico completo del sistema electromecánico del motor, la ecuación de movimiento se incluye con la siguiente ecuación:

$$T_e - T_L = J \frac{d\Omega}{dt} + B_v \Omega \quad (\text{A.20})$$

donde,

T_L - Par de la carga

J - Momento de inercia del motor

B_v - Coeficiente de fricción viscosa

Las ecuaciones (A.14), (A.17) y (A.20) constituyen el modelo dinámico del motor BLDC.

A.3. Medición de los parámetros del motor BLDC

Para hacer uso del modelo dinámico del motor BLDC en el análisis del vehículo eléctrico, es necesario conocer los parámetros internos del sistema. Las variables como son las corrientes de fase y la velocidad angular del motor, se obtienen a través de sensores. Sin embargo, el número de polos, las resistencias de fase, las inductancias de fase, las inductancias mutuas, la constante eléctrica y mecánica, la fricción y la inercia del motor deben ser medidas de alguna manera.

En esta sección se describen los métodos utilizados para obtener los parámetros internos del motor BLDC.

A.3.1. Número de polos

El método para determinar el número de polos del motor BLDC utilizado en este trabajo, está basado en la lógica de conmutación del motor (ver sección A.1.5). Por lo que, es necesario procesar la información de los sensores de efecto Hall con un dispositivo digital programable. Se sabe que un ciclo eléctrico no corresponde a una revolución mecánica completa, pues la cantidad de ciclos para completar una rotación mecánica está determinada por la cantidad de pares de polos del rotor. Cada par de polos del rotor requiere un ciclo eléctrico. Entonces, la cantidad de ciclos es igual al número de pares de polos del rotor.

Time	Hall Input			Phase A		Phase B		Phase C	
	A	B	C	T1	T2	T3	T4	T5	T6
1	0	0	1	1	0	0	1	0	0
2	1	0	1	1	0	0	0	0	1
3	1	0	0	0	0	1	0	0	1
4	1	1	0	0	1	1	0	0	0
5	0	1	0	0	1	0	0	1	0
6	0	1	1	0	0	0	1	1	0

Figura A.12: Lógica de conmutación.

La Figura A.12 se obtiene a partir de la lógica de conmutación mostrada en la Figura A.7. Enfocándose sólo en las combinaciones de los sensores de efecto Hall, se construye una señal cuadrada. Los valores con un nivel lógico alto, de la señal cuadrada, son dados por la

combinación 1, 3 y 5. Cuando los sensores midan las combinaciones 2, 4 y 6 la señal estará en un nivel bajo. La Figura A.13 muestra como se construye esta señal cuadrada.

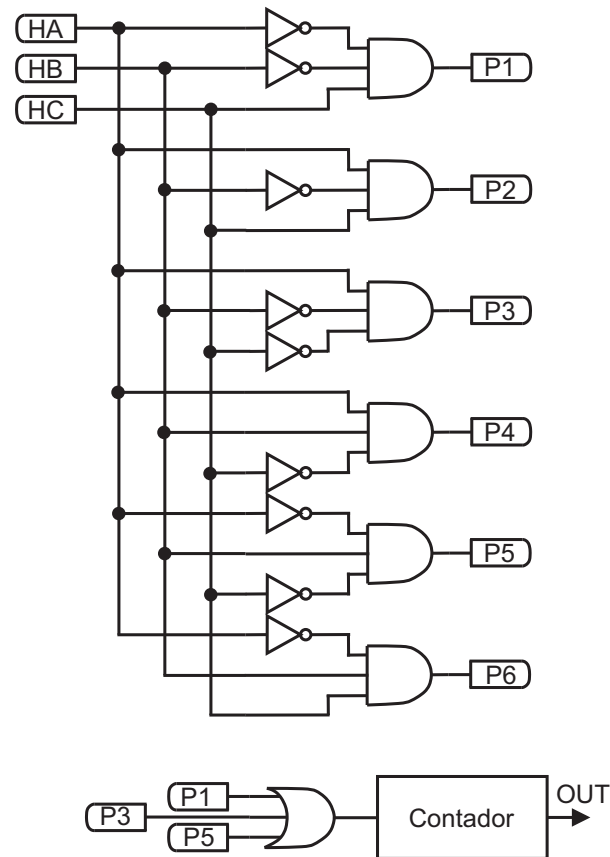


Figura A.13: Implementación de la lógica de conmutación.

La señal cuadrada pulsante se utiliza en la entrada de un contador. Cuando la rueda rota 360° mecánicos, el contador tendrá un valor igual a tres veces el número de par de polos. Por lo que, se puede saber la cantidad de par de polos, si se divide la salida del contador entre 3 o el número de polos, si se divide la misma señal entre 6.

A.3.2. Resistencia e inductancia del motor BLDC

Para la medición de la resistencia de fase R_x y la inductancia de fase L_x , se utilizó un medidor de impedancias. Se realiza la medición entre las fases del motor de A-B, B-C y C-A, con el fin de corroborar que efectivamente, el motor es una carga trifásica balanceada. Posteriormente, la medición se divide entre dos, para obtener la resistencia y la inductancia de fase como sigue:

$$\begin{aligned} R_x &= 0.15 \text{ } [\Omega] \\ L_x &= 918 \text{ } [\mu H] \end{aligned} \tag{A.21}$$

A.3.3. Constante eléctrica (K_e) y mecánica (K_T) del motor

Para medir la constante K_e , el motor debe funcionar como generador, por lo que debe moverse a través de una fuerza externa. Posteriormente se debe medir el voltaje entre las fases, mientras el eje del motor rota a una velocidad de 1000 rpm. Ver Figura A.14.

$$K_e = \frac{\text{volts}[V]}{\text{speed}[rpm]} = \frac{56.36}{1000} \left[\frac{V}{rpm} \right] = 0.05636 \left[\frac{V}{rpm} \right] \quad (\text{A.22})$$

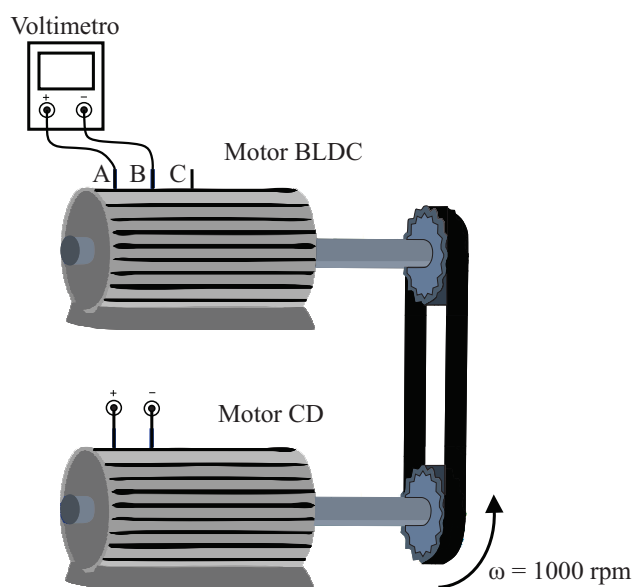


Figura A.14: Prueba 1.

El resultado obtenido de este parámetro es entre fases, por lo que se debe dividirse entre $\sqrt{3}$:

$$K_{e(\text{fase})} = \frac{K_{e(\text{linea-a-linea})}}{\sqrt{3}} = 0.032578 \left[\frac{V}{rpm} \right] \quad (\text{A.23})$$

Convirtiendo este parámetro en unidades rpm a unidades de rad/seg, se hace la siguiente conversión:

$$K_{e(\text{fase})} = 0.032578 \left[\frac{V}{rpm} \right] \left(\frac{60}{2\pi} \right) = 0.31109 \left[\frac{V}{\frac{rad}{sec}} \right] \quad (\text{A.24})$$

Usando el valor de la constante eléctrica del motor K_e , se calcula la constante de par del motor como se muestra en la siguiente expresión:

$$K_T \left[\frac{lb-in}{A} \right] = \frac{K_{e(\text{linea-linea})}}{0.00684} \left[\frac{V_{\text{linea-linea}}}{rpm} \right] = 8.2398 \left[\frac{lb-in}{A} \right] \quad (\text{A.25})$$

A.3.4. Fricción e inercia del motor

Para medir ambos valores, fue necesario acoplar el eje de un motor de CD con parámetros conocidos ($\tau_{mech-CD} = 0.115s$; $B_{CD} = 0.002544[Kg \cdot m^2/s]$; $J_{CD} = 0.292e^{-6}[Kg \cdot m^2]$) al eje del motor BLDC (ver Figura A.15). Después, se aplica una señal de tipo escalón al motor de CD, esto con la finalidad de obtener una velocidad constante en el eje de 107.6 rad/s , y un par de 0.99 Nm . Posteriormente, se midió la curva de reacción en el tiempo t_s igual a 63.2% ; este tiempo se conoce como la constante de tiempo en un sistema dinámico de primer orden [57]. De ahí, el valor medido en la prueba fue de $\tau_{mech} = 0.203$.

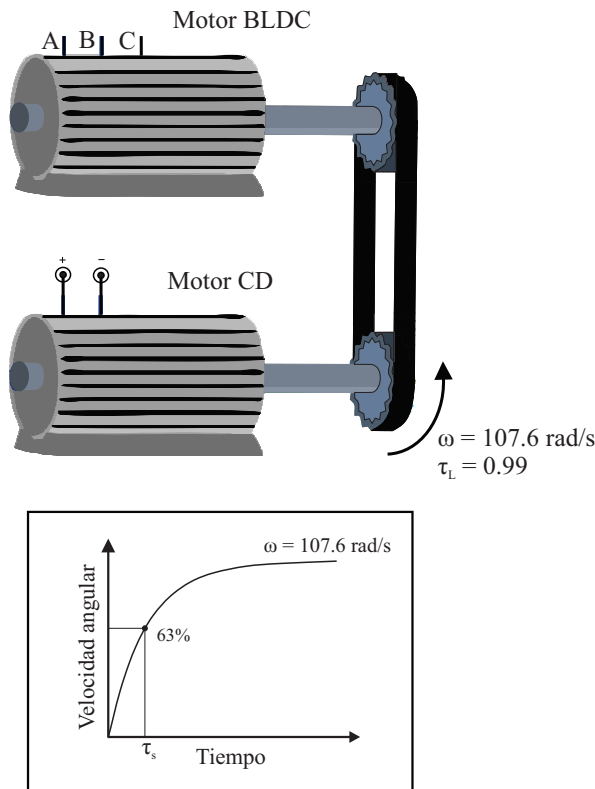


Figura A.15: Prueba 2.

La ecuación mecánica del motor de CD, la cual es bien conocida, expresa al par desarrollado internamente por el motor, el cual es igual al par aplicado cuando la velocidad del motor es constante. Por lo tanto,

$$T_L = B_t \cdot \omega_m \quad (\text{A.26})$$

Resolviendo la ecuación anterior, se calcula la fricción de ambas máquinas. Dicha fricción es aproximadamente de un valor de: $B_t = 0.009242 [Kg \cdot m^2/s]$, mientras que, $B_t = B_{CD} + B_{BLDC}$, entonces se calcula $B_{BLDC} = 6.7e^{-3} [Kg \cdot m^2/s]$. Con la relación de $\tau_{mech} = J_t/B_t$,

se deduce que el parámetro inercial del motor es:

$$J_t = B_t \cdot \tau_{mech} = 1.876e^{-3} [Kg \cdot m^2] \quad (A.27)$$

Al igual que en B_t , el valor de J_t es la suma de ambas inercias, $J_t = J_{CD} + J_{BLDC}$, por lo tanto, la inercia total del motor BLDC viene dada por:

$$J_{BLDC} = 1.5855e^{-3} [Kg \cdot m^2] \quad (A.28)$$

Apéndice B

Elementos Mecánicos

La construcción del vehículo se realizó a través de un diseño modelado en el software Solidworks. El diseño en esta plataforma se observa en la Figura B.1. La construcción se divide en 3 ensamblajes principales: la carrocería, el chasis y el manubrio.



Figura B.1: Diseño en solidworks del vehículo.

B.1. El chasis

La Figura B.2 muestra el chasis del vehículo, el cual consiste de una placa de aluminio que soporta a una chumacera, dos ángulos de acero y dos placas de acero. La chumacera está unida al manubrio. Por otra parte, las placas de acero junto con los ángulos de acero son utilizados para fijar los ejes de los motores eléctricos al chasis. Las piezas del chasis están agrupadas en la Tabla B.1.

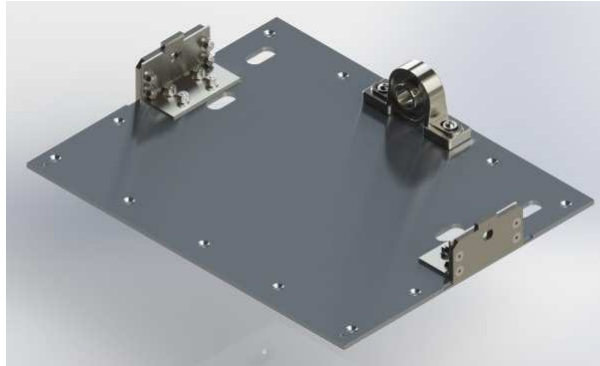

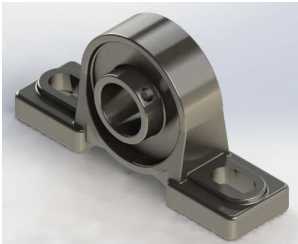


Figura B.2: Ensamble del chasis.

El ensamble del chasis se realiza introduciendo la placa de aluminio dentro de la base del chasis, ver No. de pieza 8 de la Tabla B.2. Las placas de acero se fijan a los ángulos de acero con tornillos de $1/4'' \times 1/2''$ y tuercas de seguridad de $1/4''$, haciendo coincidir la perforación del eje del motor de ambas placas. Posterior a esto, se introducen los ángulos de acero dentro de la base del chasis y se alinea con la base de aluminio como se observa en la Figura B.2. De igual manera, se fijan con tornillos y tuercas de las mismas medidas. Con respecto a la chumacera, esta se ensambla junto con la carrocería.

No.	Nombre de la pieza	Cantidad	Imagen
1	Base de aluminio.	1	
2	Chumacera.	1	


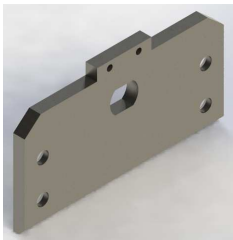
No.	Nombre de la pieza	Cantidad	Imagen
3	Ángulo de acero.	2	
4	Placa de acero.	2	

Tabla B.1: Piezas del chasis.

B.2. La carrocería

La carrocería (ver Figura B.3) está compuesta por 6 piezas fabricadas con fibra de vidrio. Ver Tabla B.2. Continuando con el ensamble, se colocan las baterías dentro del contenedor de baterías, no. de pieza 5, para fijarlo se coloca en la parte inferior de la base del chasis y se atornilla junto con la placa de aluminio con tornillos de cabeza avellanada de $1/4'' \times 1''$ y tuercas de seguridad de $1/4''$. Antes de atornillar por completo las piezas, se coloca la chumacera, para que esta también sea atornillada con el contenedor de baterías. Para esto se utilizan tornillos de $1/4'' \times 2''$. Es importante tener presente que, al fijar piezas de fibra de vidrio, se debe colocar un empaque de caucho entre las juntas, esto con la finalidad de evitar el contacto directo entre las piezas.

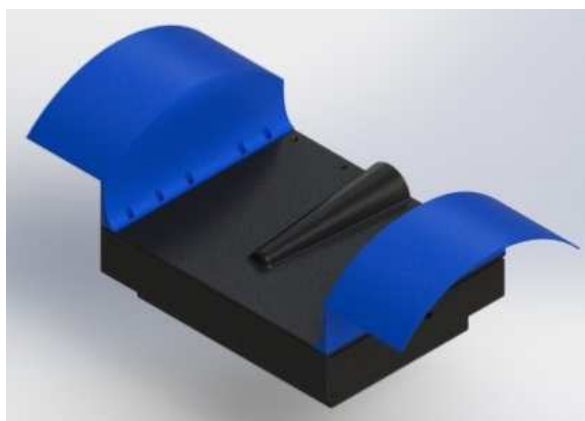


Figura B.3: Ensamble de la carrocería.

En este punto se tiene ensamblado el chasis en la carrocería, por lo que sólo falta colocar la cubierta de la base del chasis, y las salpicaderas, después se fijan ambas piezas con tornillos de cabeza avellanada de $1/4'' \times 1''$ y tuercas de seguridad de $1/4''$. Por ultimo, se coloca la tapa lateral. Antes de colocar la cubierta del chasis, se debe montar y fijar el manubrio.

No.	Nombre de la pieza	Cantidad	Imagen
5	Contenedor de baterías	1	
6	Salpicadera izquierda	1	
7	Salpicadera derecha	1	
8	Base del chasis	1	
9	Cubierta de la base del chasis	1	


No.	Nombre de la pieza	Cantidad	Imagen
10	Tapa lateral del chasis	1	

Tabla B.2: Piezas de la carrocería.

B.3. El manubrio

El ensamble del manubrio, ver Figura B.4, se compone por las piezas mostradas en la Tabla B.3. Para realizar el ensamble, se colocan las placas de aluminio curvas en el eje del manubrio y se fijan con varilla roscada de $5/6''$ y tuercas de seguridad de la misma medida. De igual manera, se coloca el tubo 1 en las dos placas de aluminio curvas y se fija con los mismos materiales. El tubo 2 se introduce en el tubo 1 y se fija con dos tornillos de $1/4'' \times 1/4''$. Por otra parte, el maneral se coloca en el tubo 2 y se fija por medio de un tornillo del tubo 2.



Figura B.4: Ensamble del manubrio.

Cuando el manubrio se ensambla por completo, éste se monta en el chasis por medio de la chumacera. Posteriormente, se coloca un perno en el extremo del manubrio y se fija a la base de aluminio con un par de resortes y tornillos de $1/4'' \times 1/2''$, esto permite el movimiento lateral del manubrio. En esta fase, es posible colocar la cubierta de la base del chasis para completar el ensamble del vehículo eléctrico.




No.	Nombre de la pieza	Cantidad	Imagen
11	Eje del manubrio.	1	
12	Placas de aluminio curvas.	2	
13	Tubo 1.	1	
14	Tubo 2.	1	
15	Maneral.	1	

Tabla B.3: Piezas del manubrio.

Apéndice C

Trabajos publicados

Durante el proceso de realización de este proyecto de tesis se publicaron dos artículos científicos, los cuales se muestran a continuación:

G. Curiel-Olivares, J. Linares-Flores, A. Hernández-Méndez, J. F. Guerrero-Castellanos, G. Mino-Aguilar y C. García-Rodríguez. Two-In-Wheeled Self-Balancing Electric Vehicle Based on Active Disturbance Rejection Controller, IEEE IES International Congress of Mechatronics (ICM), 2019.

J.F. Guerrero-Castellanos, A. Osorio-Orduña, O. D. Ramírez-Cárdenas, J. Linares-Flores, G. Curiel-Olivares, A. M. García-de-Dionisio, G. Mino-Aguilar, V. González-Díaz, H. Sira-Ramírez, M. Contreras-Ordaz. Estimación y control de postura del vehículo de auto balanceo LoboMixCi*, XIX Congreso Mexicano de Robótica (COMRob), 2017.

Two-In-Wheeled Self-Balancing Electric Vehicle Based on Active Disturbance Rejection Controller

G. Curiel-Olivares

*Universidad Tecnológica de la Mixteca
División de estudios de posgrado
Huajuapán de León, Oaxaca, México
gonz.curiel@gmail.com*

J. Linares-Flores

*Universidad Tecnológica de la Mixteca
Instituto de Electrónica y Mecatrónica
Huajuapán de León, Oaxaca, México
jlinares@mixteco.utm.mx*

A. Hernández-Méndez

*Universidad Tecnológica de la Mixteca
División de estudios de posgrado
Huajuapán de León, Oaxaca, México
arturohm54@mixteco.utm.mx*

J. F. Guerrero-Castellanos

*BUAP
Facultad de Ciencias de la Electrónica
Puebla, México
fermi.guerrero@correo.buap.mx*

G. Mino-Aguilar

*BUAP
Facultad de Ciencias de la Electrónica
Puebla, México
gmino44@ieee.org*

C. García-Rodríguez

*Universidad Tecnológica de la Mixteca
Instituto de Electrónica y Mecatrónica
Huajuapán de León, Oaxaca, México
sofosmaster@mixteco.utm.mx*

Abstract—This paper presents a robust control scheme for the Two-In-Wheeled Self-Balancing Electric Vehicle (TIW-SB-EV). The presence of unknown, time varying, and load-torque inputs, unknown system parameters, and the lack of knowledge of the dynamic and static frictions, suggests the design of a disturbance observer together with an active disturbance rejection control. This control scheme is known as Active Disturbance Rejection Control (ADRC) and in this work is synthesized via the differential flatness property of the system. For that, the system's flat output is measured by means of an inclinometer. The power train for the TIW-SB-EV is constituted of two In-wheel brush-less DC motors (SG/F10-48V, 800W), which are fed by a controlled three-phase inverter. The EV power supply source is provided by two Lithium Ion batteries (48V, 10AH). The proposed ADRC algorithm is implemented on the TMS320F28335 digital signal processor (DSP) chip. Real-time experimental results validate the mechanical, electrical and control design and highlight the closed-loop robustness towards endogenous and exogenous disturbance.

Index Terms—Two-In-Wheeled Self-Balancing Electric Vehicle, Active Disturbance Rejection Control, Linear Extended State Observer.

I. INTRODUCTION

A first Mobile Inverted Pendulum (MIP) system, known as a two-In-wheeled self-balancing electric vehicle (TIW-SB-EV) was the Segway Human Transporter developed by SEGWAY in 2001 [1]. It can transport a person at speeds of approximately 20 km/hr. The development of this type of vehicles is attractive due to its electric power train system which makes it suitable for short distance transportation on city streets, sidewalks and indoors [2]. The TW-SB-EV has a non-linear and highly unstable dynamic with unknown system parameters, lack of knowledge of dynamic and static frictions and mass variations due to the passenger [5]. Therefore, a

control system capable of addressing the challenges that this dynamic entails must be designed. The research on this type of systems focuses mainly on how to choose an appropriate control algorithm to ensure balancing stability and operation safety [6]. However, due to its complexity and non-linearities, it is difficult to obtain a precise mathematical model. As a consequence, the closed-loop performance is affected when a typical controller is used, such as PID or LQR controller, because mainly to a weak capacity of resisting time-varying disturbances [7].

On the other hand, the ADRC schema has been used in systems that present similar problems [8]. The main idea of this approach is to simplify the system's description since unknown endogenous and exogenous disturbances are included in a single disturbance term. Consequently, if this disturbance term is estimated and used as part of the control action, its disastrous effect will be canceled [8]. Recently, it has been reported in [7], [5] and [6] the use of ADRC control scheme based on PID controller together with Extended State Observers (ESO) applied to TIW-SB-Robots, where the simulations results show a good performance. This suggest that the ADRC is a technique suitable to regulate the self-balancing of the two-wheel electric vehicle proposed in the present work, considering that this mechatronic system presents unknown endogenous and exogenous disturbances.

In this paper, the design of a TIW-SB-EV is presented. This vehicle uses two In-Wheel Motors, which contain brushless DC motors (BLDC). The energy source for the vehicle are two Lithium-Ion rechargeable batteries (48V, 10 Ah), which are charged by normal AC outlets with special chargers. In-Wheel Motors are used because of their capabilities and their easy application with batteries of high performance. In-Wheel Motors are located at each side of the platform. The vehicle's

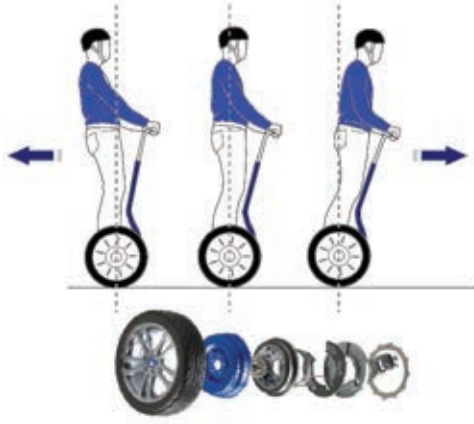


Fig. 1. Two In-Wheeled-Self Balancing-Electric Vehicle system.

operation is very simple: once the rider is on the platform, he handles the handlebar, then, if the control system and sensors operate, the vehicle maintains its balance. The rider can budge to a desired direction backward or forward, by changing the angle of the handlebar. Fig. 1 shows the basic control and the functions of a TIW-SB-EV [3], [4].

A. Contribution

The contribution covers theoretical and technological issues. That is, from the TIW-SB-EV mechanical and electrical design to the ADRC synthesis and experimental implementation into a DSP device. The proposed ADRC is based on the system's differential flatness property, and a linear extended state observer (LESO) is developed for disturbance estimation. The ADRC and LESO combination allows the motion control of the TIW-SB-EV. This is due to online estimation of unknown parameters, unknown load torque, and non-modeled dynamics, which is carried out by the LESO. Then, the ADR controller adapts and cancels the internal and external perturbations at the same time.

The rest of the paper is organized as follows. Section II presents the modules and the design of the Two In-Wheeled-Self Balancing-Electric Vehicle. Section III provides the mathematical non-linear model of the TIW-SB-EV. This section also calculates the approximate linearization of the TIW-SB-EV model. Section IV presents the Flatness differential of the T-In-Wheeled-SB-EV linearization model. The problem formulation and the active disturbance rejection controller design are presented in Section V. The real-time implementation of the ADRC algorithm in the TMS320F28335, and the experimental results are explained in the section VI. Finally, Section VII presents the some conclusions.

II. TIW-SB-EV DESIGN

The overall design of the TIW-SB-EV consists of four main parts, namely, the mechanical components, the actuation and instrumentation components, and the embedded control system.

A. Mechanical components

The vehicle's bodywork consists of a handlebar manufactured from one aluminum tube with a diameter of 2" and a length of 0.9 m the base was manufactured from an aluminum plate, under which the shafts of the motors and the handlebar are fastened. This base has the following dimension: 50 cm × 40 cm × 0.63 cm. Finally a structure on fiberglass was manufactured which carries the batteries, covers the aluminum base and serves like platform for the user. Two In-wheel BLDC motors are used in the vehicle, with an outer diameter of 15 inches. The vehicle's weight without passenger is around 42 Kg.

B. Actuation and instrumentation components

The vehicle uses two in-wheel BLDC motors, which have the following characteristics: nominal power of 1 hp, nominal power supply voltage of 48 volts, and a nominal speed of 500 rpm. Additionally, this motor has 16 pairs of poles, and uses three hall effect sensors to measure the position of the rotor. The power supply of the EV uses two Lithium-Ion rechargeable batteries (48V, 10AH), each battery is used to supply the voltage for each one of voltage source inverters to activate the BLDC motors.

The power drive circuit used to control the BLDC motors consists of two full-bridge 3-phase inverters (see Fig. 2). To get a two-phase conduction mode, the hall effect sensor signals are used to define the conduction order and the commutation time of the devices [10]. On the other hand, an analogical inclinometer is used to measure the inclination of the vehicle w.r.t the vertical, this device is based on an encoder of 3600 codes per revolution which updates its information every 7 ms.

C. Embedded control system

The digital device used to implement the vehicle's control system is a TMS320F28335 DSP board, which works with an internal clock frequency of 150 MHz. This device manages 12 PWM outputs at 15kHz for control the inverters and it obtains the 6 hall effect sensor signals, the push buttons signals, the inclinometer signal and the voltage and current sensor signals from the DC bus. Furthermore, the proposed ADRC algorithm is coded in this device too. Figure 2 shows each of the modules of the vehicle electric traction. These are: ADR controller based on DSP, three phase inverters, In-Wheel BLDC Motors, and Lithium Ion batteries.

III. MATHEMATICAL MODEL OF THE TWO-IN-WHEELED ELECTRIC VEHICLE

This section deals with the modeling and analysis of the Two-In-Wheeled Electric Vehicle. Firstly, the nonlinear mathematical model of the TIW-SB-EV system is obtained by means of Euler-Lagrange formulation. Afterwards the model is linearized around the unstable equilibrium. The linear model will be used in the sequel, for the design of the control law.

Let us consider the free body diagram of the TIW-SB-EV shown in Fig. 3 and the nomenclature in Table I. Selecting $q := (x \ \phi \ \theta)^T$ as the generalized coordinates of the system

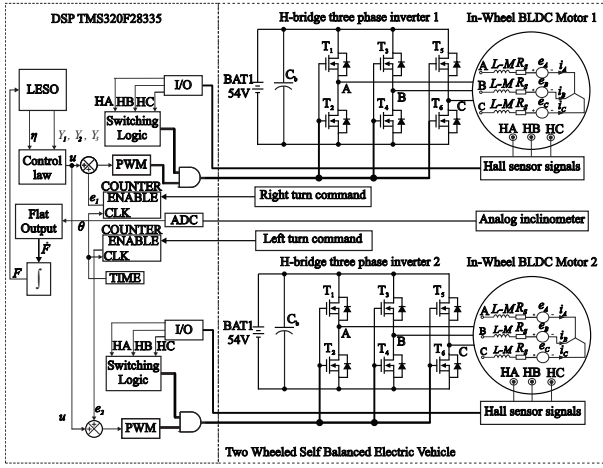


Fig. 2. The BLDC motor traction control system for the TIW-SB-EV.

and considering the non-slip restriction of the tires $x = R\phi$, the motion equations for the system are given by

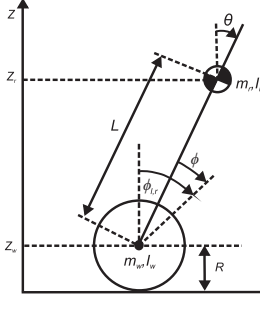


Fig. 3. Free body diagram of the TW-SB-EV.

$$\begin{aligned} \tau &= ((m_w + m_r) R^2) \ddot{\phi} + m_r RL \ddot{\theta} \cos \theta - m_r RL \dot{\theta}^2 \sin \theta \\ \tau &= -m_r RL \dot{\phi} \cos \theta - (m_r L^2 + I_r) \ddot{\theta} + m_r g L \sin \theta \end{aligned} \quad (1)$$

Table I. Nomenclature

Description	Symbol	Value	Units
Phase resistor	R_s	0.15	Ω
Phase inductor	L_s	918	μH
Mutual inductor	M	367	μH
Motor's Back emf	K_e	0.311	$\frac{V}{\text{rad/s}}$
Motor's friction	β	$6.7E-3$	Kgm^2/s
Motor's inertia	J_m	$1.58E-3$	Kgm^2
In-Wheel mass	m_w	7.4	Kg
Handlebar mass	m_r	1.8	Kg
Handlebar's inertia	I_r	9	Kgm^2
In-Wheel radius	R	0.19	m
Handlebar's length	L	0.9	m
Gravity	g	9.81	m/s^2

Since the input torque τ is developed by two brushless DC motors (BLDC), we take into account the BLDC motor

dynamics. Thus, the equation that relates torque τ and the applied voltage to the BLDC motor is the following:

$$\tau = -T_s \omega + K_s u - J_m \dot{\omega} \quad (2)$$

with

$$\begin{aligned} \omega &= (\dot{\phi} - \dot{\theta}) \\ T_s &= \frac{k_{e_A}^2}{R_s} + \frac{k_{e_B}^2}{R_s} + \frac{k_{e_C}^2}{R_s} + \beta \\ K_s &= \left[\frac{k_{e_A} u_A}{R_s} + \frac{k_{e_B} u_B}{R_s} + \frac{k_{e_C} u_C}{R_s} \right] \end{aligned} \quad (3)$$

Substituting (2) into (1) and rearranging terms, one obtains

$$\begin{aligned} &\underbrace{\begin{bmatrix} (m_w + m_r) R^2 + J_m & m_r RL \cos \theta - J_m \\ m_r RL \cos \theta - J_m & (m_r L^2 + I_r + J_m) \end{bmatrix}}_{:=\Lambda} \underbrace{\begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix}}_{:=X} \\ &= \underbrace{\begin{bmatrix} m_r RL \dot{\theta}^2 \sin \theta + K_s u - T_s (\dot{\phi} - \dot{\theta}) \\ m_r g L \sin \theta - K_s u + T_s (\dot{\phi} - \dot{\theta}) \end{bmatrix}}_{:=Y} \end{aligned} \quad (4)$$

Since matrix Λ is positive definite, thus (4) can be written in the following form:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix}}_{:=X} = \Lambda^{-1} Y \quad (5)$$

Choosing the following deviation variables: $x_{1\delta} = \dot{\phi} - \bar{\phi}$, $x_{2\delta} = \theta - \bar{\theta}$, and $x_{3\delta} = \dot{\theta} - \bar{\dot{\theta}}$ (due to the control objective, the position variable, ϕ is not considered for the control law design). Let $x_\delta = (x_{1\delta} \ x_{2\delta} \ x_{3\delta})^T$ be the new state vector. Considering that the TIW-SB-EV will operate near equilibrium point, i.e., $\bar{x} = (\bar{\phi} \ \bar{\theta} \ \bar{\dot{\theta}})^T = (0 \ 0 \ 0)^T$, $\bar{u} = 0$, with $u_\delta = u - \bar{u}$, the tangent linearization around the equilibrium allows to write the system in the LTI form:

$$\begin{aligned} \dot{x}_\delta &= Ax_\delta + bu_\delta, \quad x_\delta \in \mathbb{R}^3, \quad u_\delta \in \mathbb{R} \\ A &\in \mathbb{R}^{3 \times 3}, \quad b \in \mathbb{R}^3 \end{aligned} \quad (6)$$

with

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{c_2 T_s}{c_1} & -\frac{(LRm_r - J_m)m_r g L}{c_1} & \frac{c_2 T_s}{c_1} \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{c_3 T_s}{c_1} & \frac{m_r g M L}{c_1} & -\frac{c_3 T_s}{c_1} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$b = \begin{bmatrix} \frac{c_2 k_s}{c_1} \\ 0 \\ -\frac{c_3 k_s}{c_1} \end{bmatrix} \quad (8)$$

where,

$$\begin{aligned} \bar{M} &= (m_w + m_r) R^2 + J_m \\ \bar{I} &= (m_r L^2 + I_r + J_m) \\ c_1 &= \bar{M} \bar{I} + 2LRJ_m m_r - J_m^2 - L^2 R^2 m_r^2 \\ c_2 &= \bar{I} - J_m + LRm_r \\ c_3 &= (\bar{M} - J_m + LRm_r) \end{aligned}$$

IV. FLATNESS DIFFERENTIAL OF THE TIW-SB-EV

This section deals with the differential flatness property of the TIW-SB-EV. The *flat output* for the system (6) can be obtained through the following proposition.

Proposition 1: The flat output of the linear controllable system in state space form [11]:

$$\dot{x} = Ax + bu$$

is given, modulo a constant factor, by the linear combination of the states obtained from the last row of the inverse of the Kalman controllability matrix $[b, Ab, \dots, A^{n-1}b]$ i.e.

$$f = [0 \ 0 \ \dots \ 1] [b, Ab, \dots, A^{n-1}b]^{-1} x \quad (9)$$

Then, by computing the above equation, the *flat output* of the TIW-SB-EV linearized system, is given by

$$F_\delta = -\frac{c_1}{m_r k_s g L} x_{1\delta} - \frac{c_1 c_2}{m_r k_s c_3 g L} x_{3\delta} \quad (10)$$

Note that the flat output is function of both system's angular velocities, that is, $x_{1\delta} = \dot{\phi}$, and $x_{3\delta} = \dot{\theta}$. Therefore, we calculate the time-derivatives for the flat output as follows:

$$\begin{aligned} \dot{F}_\delta &= -\frac{c_1}{k_s c_3} x_{2\delta}, \quad \ddot{F}_\delta = -\frac{c_1}{k_s c_3} x_{3\delta} \\ \ddot{\ddot{F}}_\delta &= -\frac{T_s}{k_s} x_{1\delta} - \frac{m_r g M L}{k_s c_3} x_{2\delta} + \frac{T_s}{k_s} x_{3\delta} + u_\delta \end{aligned} \quad (11)$$

Indeed, all system variables may be parametrized in terms of F_δ and a finite number of its time derivatives, that is

$$\begin{aligned} x_{1\delta} &= \frac{c_2 k_s}{c_1} \ddot{\ddot{F}}_\delta - \frac{m_r k_s g L}{c_1} \dot{F}_\delta \\ x_{2\delta} &= -\frac{k_s c_3}{c_1} \dot{F}_\delta \\ x_{3\delta} &= -\frac{k_s c_3}{c_1} \ddot{F}_\delta \end{aligned} \quad (12)$$

The previous relations yield the following differential parametrization of the system in terms of the flat output

$$u_\delta = \ddot{\ddot{\ddot{F}}}_\delta + \underbrace{\left(\frac{c_3 T_s}{c_1} + \frac{c_2 T_s}{c_1} \right) \ddot{\ddot{F}}_\delta - \frac{L M g m_r}{c_1} \dot{F}_\delta - \frac{L g T_s m_r}{c_1} F_\delta}_{:=\psi(\ddot{F}_\delta, \dot{F}_\delta, F_\delta)} \quad (13)$$

We see that the derivative of the highest order of the *flat output* (13), is of third order. This differential parametrization of the input suggest the following state dependent input coordinate transformation $u_\delta = v_\delta + \psi(\ddot{F}_\delta, \dot{F}_\delta, F_\delta)$, such that the linearized system becomes the following chain of integrators: $\ddot{\ddot{\ddot{F}}}_\delta = v_\delta$. Unfortunately, the term $\psi(\cdot)$ is in general unknown and it must be estimated. This problem is treated in the next section.

V. ADRC DESIGN FOR THE TIW-SB-EV

A. Problem formulation

The objective of the TIW-SB-EV is to maintain the auto-balance and prevent collide violently. This task is done by applying the corresponding voltage to the BLDC motors.

Thus, a robust controller is required to achieve this objective. Therefore, we are going to design a stabilizing controller based on Active Disturbance Rejection, where the desired reference trajectory task will be given by the rider.

B. Active Disturbance Rejection Tracking Controller

From (13), we substitute the highest order of the flat output by an auxiliary variable of control, v_{aux} , which imposes the desired dynamic in closed-loop. To this dynamic, we adapt a function of estimation to reduce the effects of the internal and external disturbance at the TIW-SB-EV. Thus, we have the following

$$u_\delta = v_\delta \quad (14)$$

with,

$$v_\delta = -k_2 \ddot{\ddot{\hat{F}}}_\delta - k_1 \dot{\hat{F}}_\delta - k_0 (\hat{F}_\delta - \bar{F}_\delta) - \eta \quad (15)$$

The estimation states of the flat output, $\hat{\ddot{\ddot{F}}}_\delta$, $\hat{\dot{F}}_\delta$, \hat{F}_δ , and the disturbance estimation function, η , are estimated by means of a linear extended state observer (LESO), and this is calculated through the highest order of the flat output from (13), thus we have

$$\ddot{\ddot{\ddot{F}}}_\delta = u_\delta - \psi(\ddot{\ddot{F}}_\delta, \dot{F}_\delta, F_\delta) \quad (16)$$

The function $\psi(\ddot{\ddot{F}}_\delta, \dot{F}_\delta, F_\delta)$ is considered unknown, but uniformly bounded. For this, we make a copy of the system given by (16), and extend the dynamic of the unknown disturbance function as follows:

$$\begin{aligned} \dot{Y}_1 &= Y_2 + \lambda_3 (F_\delta - Y_1) \\ \dot{Y}_2 &= Y_3 + \lambda_2 (F_\delta - Y_1) \\ \dot{Y}_3 &= u + \eta + \lambda_1 (F_\delta - Y_1) \\ \dot{\eta} &= \lambda_0 (F_\delta - Y_1) \end{aligned} \quad (17)$$

where, the estimation of the flat output and its successive derivatives are denoted by $Y_1 = \hat{F}_\delta$, $Y_2 = \hat{\dot{F}}_\delta$, and $Y_3 = \hat{\ddot{F}}_\delta$, while the estimation of the unknown perturbation function is denoted by η . The set of coefficients $\{\lambda_3, \lambda_2, \lambda_1, \lambda_0\}$ are the constant values of the observer gains, which are chosen by means of a desired Hurwitz polynomial of fourth-order. This is given by

$$p_{Od}(s) = (s^2 + 2\zeta\omega_o s + \omega_o^2)^2$$

Thus, the observer gains are given by:

$$\lambda_3 = 4s^3\zeta\omega_o, \lambda_2 = 2\omega_o^2 + 4\zeta^2\omega_o, \lambda_1 = 4s\omega_o^2\zeta\omega_o, \lambda_0 = \omega_o^4$$

On the other hand, the ADR controller gains in closed-loop are tuned by means of a Hurwitz polynomial of third-order. This is given by

$$p_{Cd}(s) = (s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2) (s + \alpha)$$

Thus, the constant gains of the ADR controller are given by:

$$k_2 = \alpha + 2\zeta\omega_n, k_1 = 2\zeta\alpha\omega_n + \omega_n^2, k_0 = \alpha\omega_n^2$$

Therefore, we can conclude the following:

- (a) The gains of the observer are not affected by the active disturbance rejection control and vice-versa.
- (b) The design of the ADR controller and the observer can be carried out independently. This is called the separation principle for linear systems [12].

VI. SETUP AND EXPERIMENTAL RESULTS

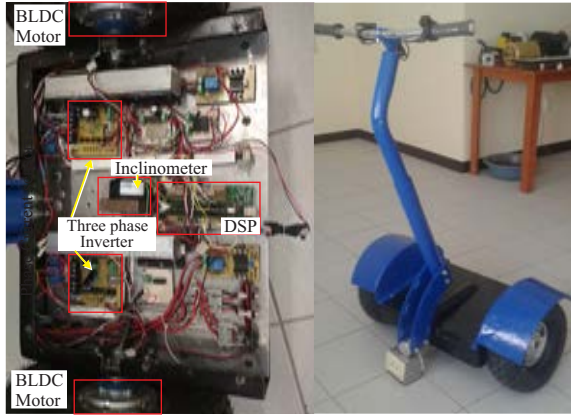


Fig. 4. Two In-Wheel-Self Balancing-Electric Vehicle Experimental Prototype.

In this section, we analyze the performance of the ADR controller applied to the TIW-SB-EV prototype shown in Fig. 2. For this purpose the TIW-SB-EV moves 6 m on a flat surface and in a straight line. The performance of the control scheme is based on the ability to transport a user, while maintaining a minimum error in the position of the handlebar. Even when the weights (92 Kg) and height (1.83 m) of the user are unknown, the ADRC controller can operate. This because the estimated function via a LESO is adapted to the controller, which minimizes the effects caused by the unknown exogenous and endogenous disturbances present in the system. The proposed controller scheme is implemented into a TMS320F28335 DSP board, and acts on both inverters with the following gains: $\omega_n = 25$, $\varsigma = 0.707$, and $\alpha = 25$ for the controller, and $\omega_o = 30$ and $\zeta = 0.707$ for the observer. The total weight of the experimental setup (TIW-SB-EV) is 42 Kg and is shown in Fig. 4.

On the other hand, the internal clock frequency in the DSP is set to 150 MHz and the sampling frequency is adjusted to 1 MHz. Two time counters modules, twelve PWM signal generators (at 15kHz of frequency) and six digital inputs are required, as show in Fig. 2 and these are described below. The *LESO* module is coded in order to obtain the estimated variables, η , \hat{F}_δ , $\dot{\hat{F}}_\delta$, $\ddot{\hat{F}}_\delta$, which are calculated by (17). These equations are discretized using the implicit Euler method (see [13]). In the *Flat Output* module, we measure the angular displacement, θ by means of an analog inclinometer to obtain the F_δ variable through (11). In *Control law* module, the eq. (15) is coded in order to adjust all PWM signals for each H-bridge three phase inverter (1 and 2). The *Switching Logic* module determines the activation schedule of the switching

devices using the hall sensors signals of corresponding in-wheel BLDC motor.

Fig. 5 a) shows the linear displacement response of the TIW-SB-EV, $R\phi$, where we observe that the TIW-SB-EV moves approximately 6 [m] at time $t = 3.5$ [s]. Fig. 5 b) shows the angular velocity response of the wheels, $x_{1_\delta} = \dot{\phi}$, along of the path with a velocity approximately of 15 [rad/s]. The angular position response of the pendulum, $x_{2_\delta} = \theta$, is shown by the Fig. 5 c), which presents an amplitude about 0.06 [rad], and its variations are less than 0.008 [rad]. While that its angular velocity response $x_{3_\delta} = \dot{\theta}$, is shown by the Fig. 5 d). The In-wheel BLDC motor power supply voltage response, u_δ , is shown by the Fig. 5 e). Fig. 5 f) shows the unknown disturbance function η , which is very similar to the real function given by $\psi(\dot{F}_\delta, \ddot{F}_\delta, \ddot{\ddot{F}}_\delta)$. Fig. 5 g) and h) shows the integral square error performance of position (x_{2_δ}) and speed (x_{3_δ}) (pendulum), these performance indexes demonstrate the robustness to reduce the effects caused by the endogenous and exogenous perturbations in the TIW-SB-EV system.

Fig. 6 a) shows the flat output response, F_δ , which is the sum of the two velocities, this is compared versus the estimated flat output, \hat{F}_δ . Fig. 6 b) shows the first time-derivative of the flat output response, \dot{F}_δ , which represents the angular displacement of the pendulum, this response is compared versus its estimated value, $d\hat{F}_\delta/dt$. Fig. 6 c) shows the second time-derivative of the flat output, \ddot{F}_δ , which represents the angular velocity of the pendulum, this is compared versus its estimated value, $d^2\hat{F}_\delta/dt^2$. Note that the estimated values of the flat output, and its successive time-derivatives are calculated by the linear extended state observer (LESO).

VII. CONCLUSIONS

The work addresses the problem of the stabilization of the posture of a two In-Wheeled self-balancing electric vehicle. Then, a nonlinear mathematical model of the vehicle was obtained. Using the linearized model, a controller design based on the active disturbance rejection control (ADRC) technique together with an observer/estimator (LESO) was deployed. The parameters identification as well as the implementation of the observer/controller algorithms on the TMS320F28335 DSP card, and real-time tests of the vehicle, were carried out. The experimental setup of the vehicle allowed to transport a person of a fast and quiet form. As future work an algorithm will be developed for the autonomous navigation of the vehicle.

REFERENCES

- [1] L. J. Pinto, D.-H. Kim, J. Y. Lee, and C.-S. Han, "Development of a segway robot for an intelligent transport system," in System Integration (SII), 2012 IEEE/SICE International Symposium on, pp. 710–715, IEEE, 2012.
- [2] A. M. Mohtasib and M. H. Shawar, "Self-balancing two-wheel electric vehicle (steve)," in Mechatronics and its Applications (ISMA), 2013 9th International Symposium on, pp. 1–8, IEEE, 2013.
- [3] A. Salerno and J. Angeles, "On the nonlinear controllability of a quasi-holonomic mobile robot," in Robotics and Automation, 2003. Proceedings. ICRA'03. IEEE International Conference on, vol. 3, pp. 3379–3384, IEEE, 2003.

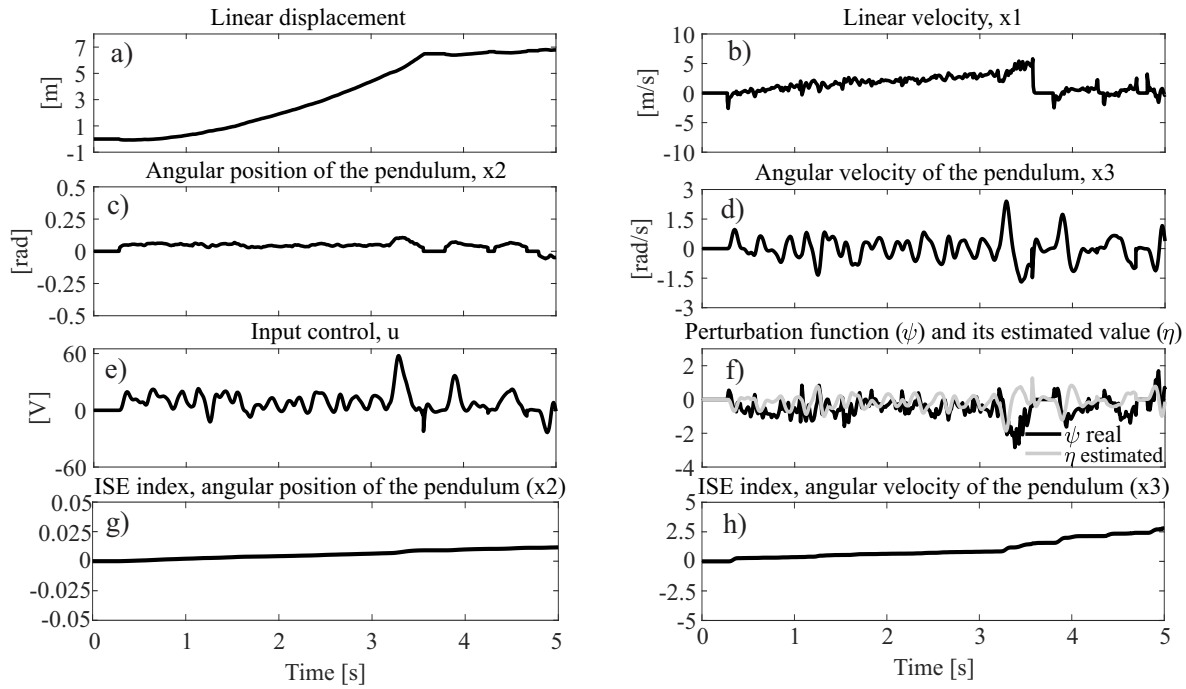


Fig. 5. Performance response of the ADR controller implemented in the TIW-SB-EV prototype.

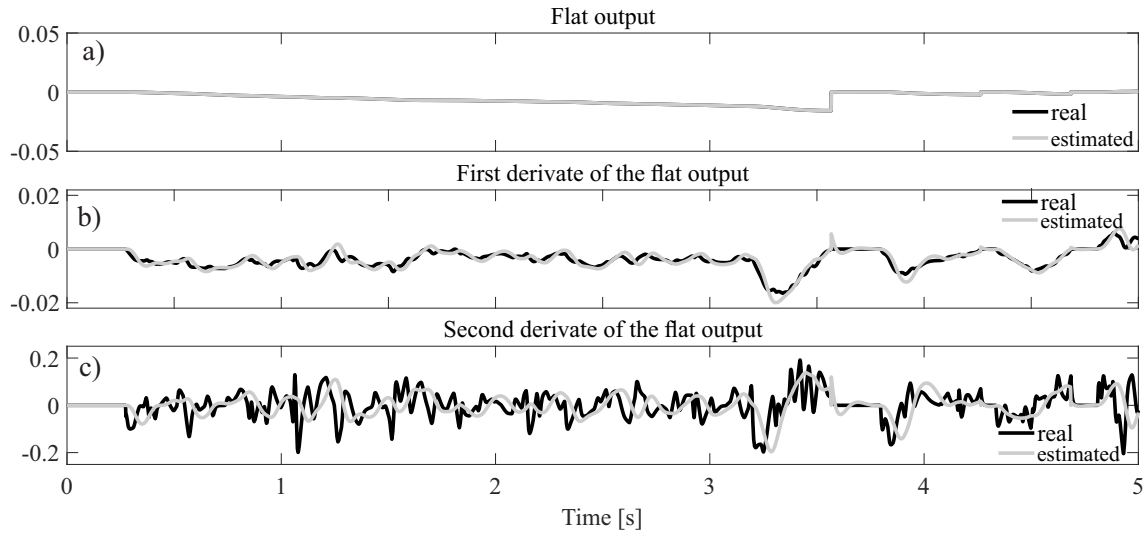


Fig. 6. Comparison between real and measurements signals of the flat output and its successive time derivatives

- [4] A. Castro, Modelling and dynamic analysis of a two wheeled inverted-pendulum, Master's thesis, Georgia Institute of Technology, 2012.
- [5] X. Wang, S. Chen, T. Chen, and B. Yang, "Study on control design of a two-wheeled self-balancing robot based on adrc," in Control Conference (CCC), 2016 35th Chinese, pp. 6227–6232, IEEE, 2016.
- [6] D. P. Ye, J. M. Yu, and Y. Z. Zhou, "Control simulation for two-wheeled self-balancing robot linear move based on active disturbance rejection controller," in Advanced Materials Research, vol. 644, pp. 129–133, Trans Tech Publ, 2013.
- [7] L. Jiang, H. Qiu, Z. Wu, and J. He, "Active disturbance rejection control based on adaptive differential evolution for two-wheeled self-balancing robot," in Control and Decision Conference (CCDC), 2016 Chinese, pp. 6761–6766, IEEE, 2016.
- [8] H. Sira-Ramírez, A. Luviano-Juárez, M. Ramírez-Neria, and E. W. Zurita-Bustamante, Active disturbance rejection control of dynamic systems: a flatness based approach. Butterworth-Heinemann, 2018.
- [9] J. Linares-Flores, A. Antonio-García, and A. Orantes-Molina, "Arranque suave para un motor de cd a través de un convertidor reductor cd-cd," Ingeniería, investigación y tecnología, vol. 12, no. 2, pp. 137–148, 2011.
- [10] C.-I. Xia, Permanent magnet brushless DC motor drives and controls. John Wiley & Sons, 2012.
- [11] H. Sira-Ramírez and S. K. Agrawal, Differentially flat systems. Crc Press, 2004.
- [12] H. J. Marquez, Nonlinear Control Systems, Analysis and Design, John Wiley & Sons, Inc., 2003.
- [13] A. Hernández-Méndez, J. Linares-Flores, H. Sira-Ramírez, J. F. Guerrero-Castellanos and G. Mino-Aguilar, "A Backstepping Approach to Decentralized Active Disturbance Rejection Control of Interacting Boost Converters," IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 53, no. 4, pp. 40637–4072, 2017.



IEEE IES ICM19 Manuscript Submission System

Comments from Reviewers Regarding Your Manuscript

ND-002666

Manuscript Information

[View the submitted manuscript](#)

Contact Person

Name (first, last): Dr. Jesus Linares Flores
 Affiliation: Universidad Tecnologica de la Mixteca, Mexico
 E-mail: jlinaresflo@gmail.com
 Address: Dr. Jesus Linares Flores
 Carretera a Acatlima Km. 2.5 CP 69000
 Huajuapán de León
 Oaxaca
 Mexico
 Telephone: +52 953-113-5129
 Facsimile:

Manuscript

Title: Two-In-Wheeled Self-Balancing Electric Vehicle Based on Active Disturbance Rejection Controller
 Authors: Gonzalo Curiel Olivares, Jesus Linares Flores, Arturo Hernandez Mendez, Jose Fermi Guerrero Castellanos
 Technical Track: SS Advanced Motion Control Systems for Smart, Green and Integrated Vehicles
 Main Keywords: MR-90. Mechatronic systems MD-20. Drive Control and Observer Methodologies SP-20. DSP implementation

Author Database

1st author: Mr. Gonzalo Curiel Olivares, Universidad Tecnologica de la Mixteca, Mexico <gonz.curiel@gmail.com>
 2nd author: Dr. Jesus Linares Flores, Universidad Tecnologica de la Mixteca, Mexico <jlinaresflo@gmail.com>
 3rd author: Dr. Arturo Hernandez Mendez, Universidad Tecnologica de la Mixteca, Mexico <arturohm55@hotmail.com>
 4th author: Dr. Jose Fermi Guerrero Castellanos, Universidad Tecnologica de la Mixteca, Mexico <fermi_gc@hotmail.com>

Technical Details

Transaction Number: ND-002666

Data Type: pdf
 Date: 1542319431
 Origin: 200.23.253.6/200.23.253.6
 Status: OK - submission completed

Feedback from the Reviewers

- C. Clarity of presentation:
 - English grammar and spelling are proper ----- [3 - I agree]
 - Mathematical symbols and equations are easy to understand ----- [3 - I agree]
 - Figures and tables are well constructed and informative ----- [2 - I am neutral]
 - The paper is well organized ----- [3 - I agree]
 - Considering the issues above, the paper is readable ----- [3 - I agree]
- T. Technical innovation and relevance
 - The authors cite other relevant publications ----- [2 - I am neutral]
 - Authors describe relevance of work to the research field ----- [3 - I agree]
 - The authors apply sound technical approaches ----- [3 - I agree]
 - New ideas are convincingly and logically described ----- [3 - I agree]
 - Results are convincing ----- [2 - I am neutral]
 - Considering the issues above, this work should be presented ----- [3 - I agree]

Comments:

The paper is well structured and written. The additional comments are:
 1) Fig.2. is overcomplicated
 2) the model of two-wheeled self-balancing vehicle is well

known; therefore, "a nonlinear mathematical model of the vehicle was obtained" is irrelevant in the conclusions
 3) the benchmarking with other control techniques could highlight the contribution

- C. Clarity of presentation:

English grammar and spelling are proper ----- [3 - I agree]
 Mathematical symbols and equations are easy to understand ----- [2 - I am neutral]
 Figures and tables are well constructed and informative ----- [3 - I agree]
 The paper is well organized ----- [3 - I agree]
 Considering the issues above, the paper is readable ----- [3 - I agree]

- T. Technical innovation and relevance

The authors cite other relevant publications ----- [2 - I am neutral]
 Authors describe relevance of work to the research field ----- [2 - I am neutral]
 The authors apply sound technical approaches ----- [3 - I agree]
 New ideas are convincingly and logically described ----- [2 - I am neutral]
 Results are convincing ----- [2 - I am neutral]
 Considering the issues above, this work should be presented ----- [3 - I agree]

Comments:

Comparison of real and estimated results from Fig. 5 and 6 should be analyzed not only graphically but also with relevant numerical indicators.

- C. Clarity of presentation:

English grammar and spelling are proper ----- [2 - I am neutral]
 Mathematical symbols and equations are easy to understand ----- [3 - I agree]
 Figures and tables are well constructed and informative ----- [3 - I agree]
 The paper is well organized ----- [4 - I strongly agree]
 Considering the issues above, the paper is readable ----- [3 - I agree]

- T. Technical innovation and relevance

The authors cite other relevant publications ----- [2 - I am neutral]
 Authors describe relevance of work to the research field ----- [3 - I agree]
 The authors apply sound technical approaches ----- [4 - I strongly agree]
 New ideas are convincingly and logically described ----- [2 - I am neutral]
 Results are convincing ----- [3 - I agree]
 Considering the issues above, this work should be presented ----- [3 - I agree]

Comments:

Nice hardcore engineering paper.

Accepted or Rejected?

- The manuscript is marked as **ACCEPTED**.
- The manuscript is not on the list of registered manuscripts.

Done Viewing



Estimación y control de la postura del vehículo de auto balanceo: LoboMixCi*

J. F. Guerrero-Castellanos¹, A. Osorio-Orduña¹, O. D. Ramírez-Cárdenas², J. Linares-Flores², G. Curiel-Olivares²
A.M. García-de-Dionisio¹, G. Mino-Aguilar¹, V. González-Díaz¹, H. Sira-Ramírez³, M. Contreras-Ordaz²

Abstract—El presente trabajo muestra el diseño de los algoritmos de estimación y del control de la postura de un vehículo de auto-balanceo de dos ruedas. El trabajo comprende la descripción del modelo matemático, la síntesis de una ley de control, así como la descripción e implementación de un Filtro de Kalman para la obtención de la postura a partir de sensores inerciales de bajo costo. Finalmente, una descripción de la implementación de los algoritmos en una computadora de placa reducida (SBC) *Raspberry Pi 3* es presentada y los resultados experimentales son mostrados.

I. INTRODUCTION

El péndulo invertido sobre base móvil es uno de los sistemas no-lineales más conocidos y estudiados por la comunidad de robótica y control automático ya que además de ser un sistema no lineal, es un sistema subactuado y con restricciones holónomas [1], [2], [3]. Desde las distintas aproximaciones para la obtención de un modelo matemático, hasta la aplicación de diferentes técnicas de control, los péndulos invertidos y péndulos invertidos móviles constituyen un banco de pruebas valioso para la ingeniería de control [4], [5] y una inspiración para científicos y tecnólogos [1], [6].

En los últimos años el vehículo de auto-balanceo en dos ruedas ha atraído la atención no solo de la comunidad científica, sino también de emprendedores e inversionistas, resultando algunos conceptos comerciales y aplicaciones atractivas. En [7] un abanico de modelos y tecnologías son propuestos tanto al público general como especializado.

El vehículo de auto-balanceo consiste en una plataforma que gira libremente al rededor de un eje sobre el cual están acopladas dos pares de ruedas motorizadas. Es un sistema inestable, ya que requiere de una fuerza (o par) de control para mantener la plataforma en posición vertical. El interés reside en la estabilización del sistema en lazo cerrado, partiendo de una posición cercana al equilibrio (inestable) pero afectada por perturbaciones externas. Esto constituye

un problema de control notable. Dicho problema puede ser abordado proponiendo una estrategia de control no lineal o lineal como el bien conocido *LQR*, el cual se sintetiza para el modelo linealizado del sistema y posteriormente aplicado al sistema original, el cual es de naturaleza no lineal.

En el presente trabajo se aborda el modelado y control de un vehículo de auto-balanceo sobre dos ruedas con fines didácticos y de investigación y representa uno de los productos de la red temática de colaboración académica "Automatización y control de sistemas mecatrónicos" apoyada por PRODEP-SEP. El objetivo de esta colaboración, es desarrollar una plataforma que reúna cualidades para el estudio de modelado matemático de sistemas mecánicos, diseño de sistemas electrónicos de instrumentación y navegación, sistemas de potencia y aprovechamiento de recursos renovables, diseño de leyes de control lineales y no lineales y su implementación en sistemas computacionales basados en microcontroladores, DSP o en computadoras de placa reducida (SBC) como es el caso del presente artículo (ver Fig. 1).

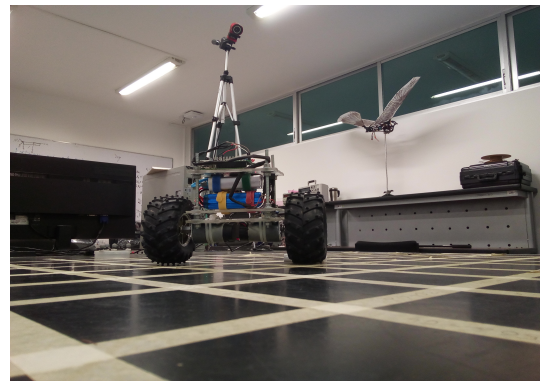


Fig. 1. Vehículo LoboMixCi en la arena de navegación del Laboratorio de Control Avanzado y Sistemas Ciberfísicos, FCE-BUAP.

*Este trabajo fue financiado por PRODEP-SEP en el marco la Integración de Redes Temáticas de colaboración Académica: BUAP-CA-248, UTMIX-CA-24, CINVESTAV

¹Dichos Autores están adscritos a la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Facultad de Ciencias de la Electrónica, Av. San Claudio y 18 Sur, Cd. Universitaria, C.P. 72570, Puebla, México. fermi.guerrero@correo.buap.mx

²Dichos Autores están adscritos al Instituto de Electrónica y Mecatrónica, Universidad Tecnológica de la Mixteca, C.P. 69000, Huajuapán de León, Oaxaca, México. jlinares@mixteco.utm.mx

³Dicho Autor está adscrito al departamento de ingeniería Eléctrica, sección Mecatrónica, del CINVESTAV-IPN, C.P. 07360, Ciudad de México, México. hsira@cinvestav.mx

El modelo matemático es relativamente clásico y se desarrolla mediante un formalismo de Euler-Lagrange. Dicho modelo contiene la dinámica de los actuadores (Motores DC) lo cual permite tener como entrada los voltajes de los mismos. El modelo es posteriormente descrito en espacio de estados, así como su linealización aproximada o tangente al rededor del equilibrio inestable. Todo este proceso es descrito en la Sección II. En la Sección III el diseño del

control es abordado usando la fórmula general de Sontag [8], la cual tiene algunas interesantes propiedades como la robustez [9] a perturbaciones externas pero que además exhibe propiedades de optimalidad [10]. La Sección IV está dedicada al diseño del sistema sensorial de postura, es decir el conjunto de sensores y algoritmo que permite obtener la velocidad angular y el ángulo, respecto a la dirección de la gravedad. Para ello de un Filtro de Kalman fue desarrollado e implementado. La descripción de la plataforma experimental y los resultados experimentales son abordados en la Sección V. El artículo termina con las conclusiones y trabajos futuros, los cuales se presentan en la sección VI.

II. ECUACIONES DE MOVIMIENTO

En esta sección se abordan las ecuaciones de movimiento del sistema, presentando primeramente las ecuaciones dinámicas no lineales y su linealización al rededor de un punto de equilibrio lo cual permitirán en un segundo momento realizar el diseño del control de postura del vehículo.

A. Ecuaciones dinámicas

Considere el vehículo mostrado en la Fig. 1 y su diagrama esquemático mostrado en la Fig. 2 el cual está compuesto por dos motores de corriente directa (DC) acoplado a llantas de capacidades "todo terreno", esto con el fin de que dicho vehículo sea capaz de navegar en terrenos irregulares. El chasis alberga las baterías, el sistema sensorial, la electrónica de potencia para el control de los motores y el sistema de computo que consiste en un sistema Raspberry pi. El par generado alrededor del eje de rotación de las ruedas izquierda (I) y derecha (D) se debe a los motores DC con los que está equipado el vehículo. Las ecuaciones que relacionan el par y el voltaje aplicado a los motores están dadas por

$$\tau_i = K_s V_i - T_s (\dot{\phi} - \dot{\theta}) \quad \text{con } i = \{I, D\} \quad (1)$$

donde $K_s = \frac{K_m}{R_m}$ y $T_s = \frac{K_m K_e}{R_m}$, siendo K_m la constante de par del motor, K_e la constante de fuerza contra-electromotriz y R_m la resistencia de armadura del motor. En primera instancia se interesa en modelar la dinámica de la postura del vehículo. Para ello considere la Fig. (b), donde $\tau = 2\tau_w = \tau_D + \tau_I$ con $\tau_w = \tau_D = \tau_I$. Seleccionando como coordenadas generalizadas $q := (\bar{x} \ \phi \ \theta)^T$ y utilizando el formalismo de Euler-Lagrange con la restricción de no deslizamiento de las llantas i.e. $\bar{x} = -R\phi$, es posible mostrar que la dinámica del vehículo está dada por las siguientes ecuaciones

$$\underbrace{\begin{pmatrix} (m_w + m_r)R^2 + I_w & m_r RL \cos \theta \\ m_r RL \cos \theta & I_r + m_r L^2 \end{pmatrix}}_{\Lambda} \underbrace{\begin{pmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix}}_x = \underbrace{\begin{pmatrix} m_r RL \dot{\theta}^2 \sin \theta - \beta \dot{\phi} - T_s (\dot{\phi} - \dot{\theta}) + K_s V \\ m_r R g L \sin \theta - \gamma \dot{\theta} + T_s (\dot{\phi} - \dot{\theta}) - K_s V \end{pmatrix}}_{\Upsilon} \quad (2)$$

donde

- m_w := masa de la rueda

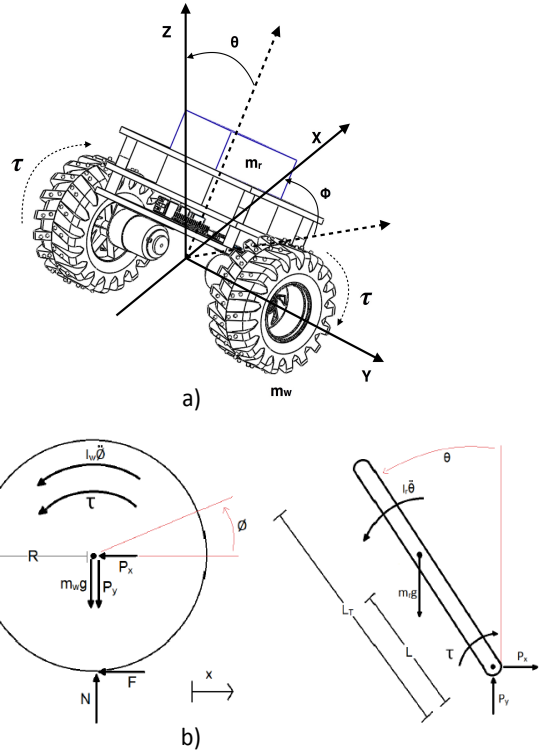


Fig. 2. Sistema de referencia y variables del sistema

- m_r := masa del vástago
- I_w := inercia de la rueda
- I_r := inercia del vástago
- τ := par o torque generado por los motores
- R := radio de la rueda
- L := longitud entre el eje de las ruedas y el centro de masas del vástago
- g := gravedad (9.81 m/s)
- β y γ := coeficientes de fricción de la rueda y la superficie y la fricción del vástago, respectivamente.

Puesto que la matriz Λ es definida positiva, el sistema (2) puede escribirse en la forma

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix}}_x = \Lambda^{-1} \Upsilon \quad (3)$$

Seleccionando las siguientes variables de estado $x_1 = \phi, x_2 = \dot{\phi}, x_3 = \theta, x_4 = \dot{\theta}$ y definiendo el siguiente vector de estado $x = (x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4)^T$ y entrada de control $u = \tau$, el sistema (3) se puede escribir como un clásico sistema no lineal autónomo

$$\dot{x} = f(x, u) \quad \text{con } x \in \mathbb{R}^4, \ u \in \mathbb{R} \quad (4)$$

Considerando que el vehículo operará cerca de la posición angular de equilibrio $x_3 = \theta \approx 0$ y con velocidad angular cercana a cero, i.e. $x_4 = \dot{\theta} \approx 0$, el sistema puede escribirse

en la forma de un sistema LTI

$$\dot{x} = Ax + Bu \text{ donde } x \in \mathbb{R}^4, u \in \mathbb{R}, A \in \mathbb{R}^{4 \times 4}, B \in \mathbb{R}^{4 \times 1} \quad (5)$$

con

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-(\bar{I}\beta + (\bar{I} + m_r RL)T_s)}{M\bar{I} - (m_r RL)^2} & \frac{-(m_r L)^2 Rg}{M\bar{I} - (m_r RL)^2} & \frac{(\gamma m_r LR + (\bar{I} + m_r RL)T_s)}{M\bar{I} - (m_r RL)^2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{\beta m_r RL + (\bar{M} + m_r RL)T_s}{M\bar{I} - (m_r RL)^2} & \frac{\bar{M} m_r Lg}{M\bar{I} - (m_r RL)^2} & \frac{(\gamma \bar{M} + (\bar{M} + m_r RL)T_s)}{M\bar{I} - (m_r RL)^2} \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{(\bar{I} + m_r RL)K_s}{M\bar{I} - (m_r RL)^2} \\ 0 \\ \frac{-(\bar{M} + m_r RL)K_s}{M\bar{I} - (m_r RL)^2} \end{pmatrix} \quad (7)$$

donde

- $\bar{M} = (m_w + m_r)R^2 + I_w$
- $\bar{I} = I_r + m_r L^2$

III. DISEÑO DEL CONTROL

El siguiente control es desarrollado en el espíritu de [10]. Considere la siguiente Función de Lyapunov de Control (CLF, del inglés Control Lyapunov Function)

$$V(x) = x^T P x \quad (8)$$

Si el sistema (5) admite un control por retroalimentación estabilizante $u : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}$ entonces existe una Función de Lyapunov de Control $V : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}$ que es suave y definida positiva tal que :

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x} \\ &= \underbrace{x^T (A^T P + P A)x}_{:=a(x)} + \underbrace{2x^T P B u(x)}_{:=b(x)} < 0 \end{aligned} \quad (9)$$

es claro que un control estabilizante puede ser

$$u(x) = \epsilon B^T P x \quad (10)$$

con $\epsilon \in \mathbb{R}$ y $P \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ una matriz definida positiva, solución de la ecuación de Ricatti

$$A^T P + P A - 2\epsilon P B B^T P = -Q \quad (11)$$

donde $Q \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ es una matriz simétrica y definida positiva. Si bien el control (10) permite estabilizar el sistema al origen, aquí éste fue utilizado para mostrar la existencia de una CLF y en consecuencia un paso intermedio para el diseño del control final. Basándose en la Fórmula de Sontag [8], se propone el siguiente control estabilizante.

Proposición 3.1: Considere el sistema lineal (5), resultado de la aproximación en el origen del sistema (2). Entonces la ley de control dada en (12)-(13) con $a(x)$ y $b(x)$ dadas en (9) estabiliza dicho sistema al origen. Además, puesto que la CLF (8) cumple con la propiedad de control Lipschitz (la cual es menos exigente que la propiedad de control pequeño,

originalmente solicitada en la Fórmula de Sontag), el control es continuo Lipschitz en $x = 0$.

$$u(x) = -b(x)\gamma(a(x), b(x)) \quad (12)$$

con

$$\gamma(a(x), b(x)) := \begin{cases} \frac{a(x) + \sqrt{a(x)^2 + b^4(x)}}{b^2(x)} & \text{si } b \neq 0 \\ 0 & \text{si } b = 0 \end{cases} \quad (13)$$

La prueba sigue del trabajo [12], [9] y por restricción de espacio no es presentada aquí.

IV. DESARROLLO DEL INCLINÓMETRO PARA LA OBTENCIÓN DE LA POSTURA

El inclinómetro es un instrumento que sirve para medir los ángulos de una pendiente y la inclinación de un objeto con respecto al vector de gravedad, creando de esta forma un horizonte artificial. En navegación aérea, náutica y terrestre, el inclinómetro es un indicador de los ángulos de alabeo (roll) y cabeceo (pitch) del vehículo, así como para la nivelación de plataformas y/o indicadores de pendiente. Existen varias tecnologías para la construcción de inclinómetros, en nuestro caso éste será desarrollado usando sensores inerciales: acelerómetros y girómetros. El acelerómetro permite obtener la información del vector de gravedad y entonces conocer la inclinación del objeto en donde se coloque el sensor. Sin embargo, el acelerómetro también mide la aceleración propia de cuerpo (e.g. vibraciones) lo cual puede causar medidas erróneas de inclinación. Por otro lado, el girómetro es un sensor de velocidad angular, que permite obtener el ángulo mediante una integración numérica. Esta integración requiere de condiciones iniciales, además de que si el sensor presenta offset en una condición de reposo, esto provoca deriva (debido a la integración) que en pocos segundos hace que el sistema proporcione una medida del ángulo totalmente errónea. Por lo tanto, es necesario usar la fusión de las señales de ambos sensores con el fin de obtener lo mejor de cada uno de ellos. Los algoritmos para este tipo de fusión es el Filtro Complementario y el Filtro de Kalman o los observadores no lineales (ver [11] y referencias dentro).

En este trabajo será utilizado el Filtro de Kalman debido a que solo se estimará la inclinación del vehículo (ángulo θ). Cabe mencionar que la velocidad angular será obtenida directamente por el girómetro.

A. Modelado de sensores

El sistema consiste de un acelerómetro de tres ejes y un girómetro, por lo que es necesario conocer su modelo.

1) *Girómetros*: La velocidad angular ω se mide con un girómetro, la cual es corrompida por varios errores. La componente de ruido de baja frecuencia, conocida como deriva, es la principal causa de error y deteriora la orientación que se obtiene al integrar la salida de estos sensores. La deriva es modelada como un proceso de primer orden manejado por ruido Gaussiano, obteniendo de esta manera:

$$\omega_G = \omega + \nu + \eta_1; \quad \dot{\nu} = \eta_2 \quad (14)$$

donde ω_G , $\nu \in \mathbb{R}$ denotan la velocidad angular medida por el girómetro y la componente de deriva, respectivamente. η_1 y $\eta_2 \in \mathbb{R}$, son señales de ruido que asumiremos ser blanco y Gaussiano.

2) *Acelerómetros*: El acelerómetro de tres ejes sensa las fuerzas inerciales y la gravedad en el sistema de coordenadas móvil. El vector de medidas formado por las salidas de los tres acelerómetros se escribe de la forma:

$$\vec{b}_A = R_E(\vec{a} - \vec{g}) + \vec{\eta}_A \quad (15)$$

donde $\vec{g} = [0 \ 0 \ g]^T$, $\vec{a} \in \mathbb{R}^3$ y $g = 9.81 \text{ m/seg}^2$. R_E es la matriz de rotación que expresa las coordenadas de cualquier vector en el sistema de referencia inercial en el sistema de referencia móvil. Dado que solo se considera la rotación del ángulo θ la matriz R_E esta dada por:

$$\mathbf{R}_E = \begin{pmatrix} c_\theta & 0 & -s_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ s_\theta & 0 & c_\theta \end{pmatrix}. \quad (16)$$

donde $s_x = \sin(x)$ y $c_x = \cos(x)$.

Note que cuando la aceleración absoluta del vehículo es pequeña ($\|\vec{a}\| \ll \|\vec{g}\|$) las medidas de los acelerómetros proporcionan los componentes del vector de gravedad. $\vec{\eta}_A \in \mathbb{R}^3$ es considerado un vector de ruido blanco Gaussiano (aunque en la practica esta componente contiene vibraciones y aceleraciones propias del cuerpo móvil). Entonces el valor del ángulo θ puede ser trivialmente encontrado, por lo que es posible conocer la inclinación utilizando la proyección del vector de gravedad. Este ángulo será denotado como θ_A y está dado por

$$\theta_A = \tan^{-1} \left(-\frac{b_{A_1}}{b_{A_3}} \right) \quad (17)$$

donde b_{A_1} y b_{A_3} representan el primer y tercer componente del vector \vec{b}_A obtenido del acelerómetro. Sin embargo está no es una buena idea, ya que el encontrar el ángulo a partir de la medida del acelerómetro hace que la medición sea muy sensible a las vibraciones. Por lo tanto es importante fusionar esta señal con la integrada mediante el girómetro y esto se realiza mediante el Filtro de Kalman, que se describe a continuación.

B. Filtro de Kalman

Uno de los principales usos de los observadores es la estimación de variables de estado de un sistema en el cual las medidas están contaminadas con ruido. Considere un sistema lineal discreto con la siguiente dinámica:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + \eta_k \quad (18)$$

$$y_k = Cx_k + z_k \quad (19)$$

En las ecuaciones anteriores A, B y C son matrices, k es el índice de tiempo, x_k es llamado el estado del sistema, u_k es una entrada conocida del sistema, y_k es la salida medida, η_k y z_k son los ruidos blancos Gaussianos de media cero. La variable η_k se llama el ruido del proceso y la variable z_k se llama ruido de la medición. El vector x_k contiene toda la información sobre el estado actual del sistema, pero en general no puede ser medido directamente. En su lugar, medimos y_k que es una función de x_k y que está dañada por el ruido z_k y por medio de ésta se estima x_k . Por lo anterior, η_k y z_k satisfacen:

$$E(\eta_k) = 0 \quad E(z_k) = 0 \quad (20)$$

$$E(\eta_j \eta_k^T) = S_\eta \text{ para } j \neq k \text{ y cero en otro caso} \quad (21)$$

$$E(z_j z_k^T) = S_z \text{ para } j \neq k \text{ y cero en otro caso} \quad (22)$$

S_η y S_z son las matrices de covarianza para la perturbación η en el proceso y el ruido z en la media.

El observador óptimo que permitirá estimar el estado x está dado por las siguientes ecuaciones y es conocido como el Filtro de Kalman:

$$\hat{x}_{k+1} = (A\hat{x}_k + Bu_k) + K_k(y_{k+1} - \underbrace{C\hat{x}_k}_{\hat{y}_k}) \quad (23)$$

$$K_k = AP_k C^T (CP_k C^T + S_z)^{-1} \quad (24)$$

$$P_{k+1} = AP_k A^T + S_w - AP_k C^T S_z^{-1} CP_k A^T \quad (25)$$

C. Estimación del ángulo de inclinación

El problema consiste en determinar el ángulo de inclinación, del objeto en donde este montado el inclinómetro, con respecto al vector de gravedad. Esto se llevará a cabo por medio de la fusión de dos sensores: acelerómetro y girómetro.

Si la velocidad angular es conocida de manera exacta, el ángulo viene dado por la siguiente ecuación

$$\theta_{k+1} = \theta_k + \omega_k T \quad (26)$$

donde T representa el tiempo de muestreo. Sin embargo se debe recordar que el girómetro siempre contiene un componente de deriva, por lo que usando la ecuación (14) el ángulo se obtiene como

$$\theta_{k+1} = \theta_k + T(\omega_{G_k} - \nu_k) \quad (27)$$

Ahora podemos definir un vector de estados x que consiste en el ángulo y el componente de deriva.

$$x_k = \begin{pmatrix} \theta_k \\ \nu_k \end{pmatrix} \quad (28)$$

La entrada del sistema dinámico será la medida del girómetro, *i.e.* $u_k = \omega_{G_k}$ y la medida y_{k+1} será dada por el ángulo obtenido por la ecuación (17). En consecuencia, de acuerdo a las ecuaciones (14) el sistema queda determinado por las siguientes ecuaciones de estado:

$$x_{k+1} = \begin{pmatrix} 1 & -T \\ 0 & 1 \end{pmatrix} x_k + \begin{pmatrix} T \\ 0 \end{pmatrix} u_k + \begin{pmatrix} \eta_{1k} \\ \eta_{2k} \end{pmatrix} \quad (29)$$

$$\hat{y}_k = (1 \ 0)x_k + z_k \quad (30)$$

Note que el sistema (29)-(30) tiene la misma forma que el sistema (18)-(19). Entonces el objetivo es implementar el filtro de Kalman (23)-(24) en la *Raspberry Pi 3* para estimar el vector de estado y entonces el ángulo (inclinación) en tiempo real, el cual será utilizado por la ley de control.

V. DESCRIPCIÓN DEL PROTOTIPO Y RESULTADOS EXPERIMENTALES

Con el fin de probar los algoritmos anteriormente descritos, se desarrolló una plataforma experimental la cual se muestra en la Fig. 4.

A. Sistema Mecánico

Esta sección describe los componentes mecánicos que constituyen al vehículo, dimensiones, disposición y material.

1) *Estructura*: La estructura está compuesta por paneles de acrílico, apilados y distribuidos de manera conveniente. Esto permite la rápida instalación de componentes, además la altura del vehículo puede ser aumentada o disminuida según se estime. Las dimensiones y el peso son importantes ya que influyen en la dinámica del sistema, es por eso que la estructura busca la distribución uniforme del peso en el vehículo.

2) *Ruedas y Motores*: Las ruedas del vehículo tienen un radio aproximado de 4.5 cm y están montadas directamente sobre el eje de los motores. Los actuadores son un par de motores Pololu® de corriente directa, cada motor tiene una caja reductora de 30:1. Además cada motor cuenta con un *encoder* de efecto hall, con una resolución de 32 cuentas por revolución.

B. Sistema Electrónico

El sistema de computo es la mini-pc *Raspberry Pi 3*, cuyo sistema operativo *Raspbian* es una versión adaptada de *Debian*. Incluye un procesador Broadcom, una memoria RAM, una GPU, puertos USB, HDMI, Ethernet y 40 pines GPIO (*General Purpose Input/Output*). Como disco duro y memoria de almacenamiento se usa una tarjeta MicroSD. La *Raspberry Pi* soporta diversos lenguajes de programación, entre los principales: *Python* y *C* (aquí se usa *C* debido a la necesidad de cálculo con tiempo de muestreo de $T = 4ms$).

La etapa de potencia de los motores se implementa con una placa MC33926 de Pololu®, montada sobre la *Raspberry Pi 3*. Este *driver* admite un voltaje de alimentación de hasta 28 V, y puede entregar 3 A de corriente por motor. El *driver* controla la velocidad de los motores mediante señales PWM (*Pulse Width Modulation*). Los valores de los parámetros que intervienen en el sistema son mostrados en la Tabla I.

Parámetro	Descripción	Valor
m_r	Masa del móvil	1.375 Kg
m_w	Masa de las ruedas (x2)	0.04534 Kg
I_w	Momento de inercia ruedas (x2)	0.0000918 Kg m^2
I_r	Momento de inercia móvil	0.0111375 Kg m^2
K_e	Constante de F.C.E	0.327
K_m	Constante de torque	0.1553
R_m	Resistencia de armadura	3.4 Ω
g	Gravedad	9.8 $\frac{m}{s^2}$
R	Radio de la rueda	0.045 m
d	Dis. entre ruedas	0.185 m
L	Dis. entre eje ruedas y CM móvil	0.065 m

TABLE I
PARÁMETROS DEL VEHÍCULO LOBOMIXCI

1) *Sensores*: Como sensor principal se usa el MPU6050, un sensor que contiene un acelerómetro y un girómetro en un mismo encapsulado. Se comunica con la *Raspberry Pi 3* mediante el protocolo I2C.

2) *Fuente de Alimentación*: Para alimentar el sistema electrónico y mecánico se usa dos distintos tipos de baterías. El sistema eléctrico - *Raspberry Pi 3* y MPU6050 - usa una batería tipo *power bank*, de 5 V, 2000 mAh y salida USB. El sistema mecánico - motores - usa una batería tipo Li-Po (Litio Polímero) de tres celdas, con salida de 11.1 V y 2800 mAh.

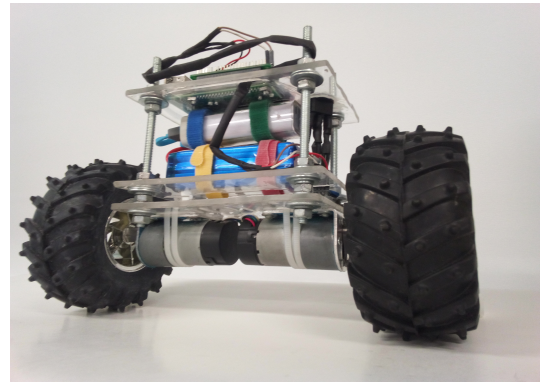


Fig. 4. Vehículo LoboMixCI

C. Resultados

La implementación del sistema de control se realizó utilizando el control diseñado en la sección III donde la matriz P se obtiene al resolver la ecuación de Riccati (11) con $\epsilon = 10$ y $Q = 0.0001I_{4 \times 4}$. El estado x_1 y x_2 , que corresponden a las posiciones y velocidades angulares de las ruedas, respectivamente, se obtiene mediante los

encoders acoplados a los motores. Por otro lado, los estados x_3 y x_4 , que corresponden al ángulo de inclinación y la velocidad angular, con respecto a la vertical, respectivamente, se obtienen usando la fusión de las medidas del acelerómetro y girómetro mediante el filtro de Kalman presentado en la sección IV. De las pruebas experimentales se deriva la Fig. 3. Aquí se aprecia que para $t < 0.8$ segundos el sistema se encuentra en $x_1(t) = x_2(t) = x_4(t) = 0$ y el ángulo de inclinación $x_3(t) = 0.9$ rad ($= 45.8^\circ$). Entonces en $t \geq 0.8$ segundos, el algoritmo de control actúa: la señal de control alcanza su límite inferior durante 0.2 segundos (ver Fig. 3 (c)) y obliga al vehículo a alcanzar el equilibrio en aproximadamente 0.4 segundos, manteniéndose en el equilibrio a partir de $t = 1.5$ segundos. Esto se observa en la evolución de las variables de estado mostradas en la Fig. 3 (a) y (b). Los resultados muestran que el modelo matemático, la identificación de cada uno de los parámetros, el diseño del sistema de sensorial y el diseño de la ley de control y la implementación en tiempo real con un tiempo de muestreo de $T = 4$ ms han sido tareas realizadas con éxito.

VI. CONCLUSIONES

El presente trabajo abordó el problema de la estabilización de la postura de un vehículo de auto-balanceo de dos ruedas. Este trabajo permitió llevar a cabo el proceso de modelado matemático, diseño de control, diseño de un observador/estimador, identificación de parámetros, así como la implementación de los algoritmos y pruebas en tiempo real. La plataforma permitirá hacer estudios para el desarrollo de algoritmos de este tipo de vehículos en una plataforma de tamaño escala y posteriormente aplicarlos para el diseño de vehículos que permitan transportar personas. En un futuro también se desarrollarán los algoritmos para la navegación autónoma tanto en el interior como en el exterior.

REFERENCES

- [1] F. Grasser, A. D'Arrigo, S. Colombi, and A. C. Rufer, "Joe: a mobile, inverted pendulum," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 49, no. 1, pp. 107–114, Feb 2002.
- [2] Z. Li, C. Yang, and L. Fan, *Advanced Control of Wheeled Inverted Pendulum Systems*. Springer-Verlag London, 2003.
- [3] A. Salerno and J. Angeles, "On the nonlinear controllability of a quasiholonomic mobile robot," in *2003 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.03CH37422)*, vol. 3, Sept 2003, pp. 3379–3384 vol.3.
- [4] T. L. Chung, T. H. Bui, T. T. Nguyen, and S. B. Kim, "Sliding mode control of two-wheeled welding mobile robot for tracking smooth curved welding path," *KSME International Journal*, vol. 18, no. 7, pp. 1094–1106, Jul 2004.
- [5] K. Pathak, J. Franch, and S. K. Agrawal, "Velocity and position control of a wheeled inverted pendulum by partial feedback linearization," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 21, no. 3, pp. 505–513, June 2005.
- [6] D. Schinstock, K. McGahee, and S. Smith, "Engaging students in control systems using a balancing robot in a mechatronics course," in *2016 American Control Conference (ACC)*, July 2016, pp. 6658–6663.
- [7] "Segway human transporter," <http://www.segway.com>, consultado 21-07-2017.
- [8] E. Sontag, *Mathematical control theory, deterministic finite dimensional systems*, 2nd ed. Springer Verlag, 1998.
- [9] M. Jankovic, R. Sepulchre, and P. Kokotović, "Clf based designs with robustness to dynamic input uncertainties," *Systems Control Letters*, vol. 37, no. 5, pp. 45–54, 1999.

- [10] J. Guerrero-Castellanos, V. Gonzalez-Diaz, A. Vuela-Alonzo, G. Mino-Aguilar, M. Lopez-Lopez, W. Guerrero-Sanchez, and S. Maya-Rueda, "CLF based design for attitude control of VTOL-UAVs: an inverse optimal control approach," in *2015 Workshop on research, Education and Development of Unmanned Aerial Systems (RED-UAS)*, Cancun, Mexico, November 2015.
- [11] J. Guerrero-Castellanos, G. Munoz-Hernandez, C. A. Gracios-Marin, and B. Salmeron-Quiroz, *Multisensor Attitude Estimation*. CRC Press, Taylor and Francis Group, 2017, ch. Design and Implementation of Low-Cost Attitude Heading References Systems for Micro Aerial Vehicles.
- [12] R. Sepulchre, M. Jankovic, and P. V. Kokotović, *Constructive Nonlinear Control*. London: Springer, 1997.

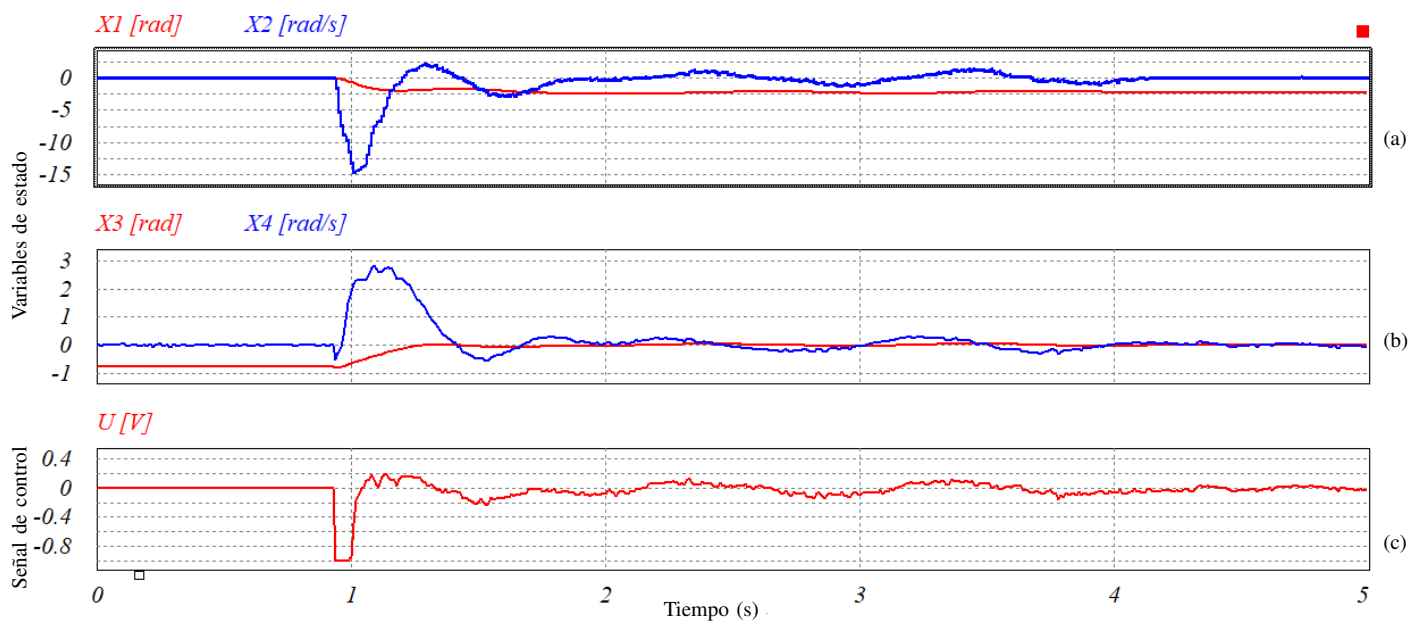


Fig. 3. Estabilización del vehículo de autobalanceo. (a) Posiciones y velocidades angulares de las ruedas: $x_1(t), x_2(t)$. (b) Posiciones y velocidades angulares del vehículo con respecto a la vertical: $x_3(t), x_4(t)$. (c) Señal de control normalizada.