

# Capítulo 11

## Proceso de modelación algebraica con fundamentos psicopedagógicos en ingeniería: propuesta de desarrollo

María Guadalupe de Lourdes Acosta Castillo<sup>1</sup>  
Hugo Moreno Reyes<sup>2</sup>

---

**Abstract:** This paper presents the results of the first stage of research on the functional use of the algebraic instrument as a learning strategy for mathematics in engineering from the description of abstract concepts using mathematical modeling, considering the psychopedagogical basis and the cognitive complexity in the teaching-learning process. The results of the diagnosis related to the sources of errors in algebra identified in the candidates to enter engineering careers of the Higher Technological Institute of Guanajuato are presented. An analysis of the mathematical modeling process proposed by Moreno-Reyes, Oñate and Alcántara [25] and its implications is made, emphasizing each of the stages and their articulation since this would be the basis, together with the sources of errors and identified difficulties, for the design of a sequence of activities that promote the development of mathematical modeling competence based on algebrization processes at the engineering level. It also presents a classification, adapted from different authors, that allows to visualize the different processes and levels of competence that are presented in mathematical modeling, useful for the teacher that allows him to design more appropriate learning processes with his students.

**Keywords:** Mathematical modeling, engineering, psychopedagogy, ICT, Algebra.

**Resumen:** En este trabajo se presentan los resultados de la primera etapa de investigación sobre el uso funcional del instrumento algebraico como estrategia de aprendizaje para las matemáticas en ingeniería, a partir de la descripción de conceptos abstractos utilizando modelación matemática, considerando el fundamento psicopedagógico y la complejidad cognitiva en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Se presentan los resultados del diagnóstico relacionado con las fuentes de errores en álgebra identificados en los aspirantes a ingresar a carreras de ingeniería del

---

<sup>1</sup>macosta@itesg.edu.mx. Departamento de Ciencias Básicas e Ingeniería Industrial, Instituto Tecnológico Superior de Guanajuato

<sup>2</sup>hmoreno@ciidet.edu.mx. Departamento de Posgrado, Centro Interdisciplinario de Investigación y Docencia en Educación Técnica

Instituto Tecnológico Superior de Guanajuato. Se realiza un análisis del proceso de modelación matemática propuesto por Moreno-Reyes, Oñate y Alcántara [25] y sus implicaciones, haciendo énfasis en cada una de las etapas y su articulación ya que éste sería la base, junto con las fuentes de errores y dificultades identificados, para el diseño de una secuencia de actividades que promuevan el desarrollo de la competencia de modelación matemática basada en procesos de algebrización a nivel de ingeniería. También se presenta una clasificación, adaptada de diversos autores, que permite visualizar los diferentes procesos y niveles de competencia que se presentan en la modelación matemática, los cuales son útiles para el docente en el diseño de procesos de aprendizaje más adecuados con sus estudiantes.

*Palabras clave:* Modelación matemática, ingeniería, psicopedagogía, TIC, Álgebra.

## 11.1. Introducción

En la actualidad, la modelación matemática se está utilizando ampliamente como un enfoque de enseñanza de las matemáticas y de las ciencias, ya que muestra al estudiante su carácter aplicativo, además de que les da significado [26]. Aunado a las herramientas digitales resulta como estrategia didáctica más accesible para trabajarla con los estudiantes ya que mantiene viva la situación real estudiada teniendo presente representaciones numéricas, gráficas y simbólicas, es por ello su importancia para reformular el curriculum, las formas de enseñar y aprender que impliquen una reformulación del discurso matemático escolar [25].

## 11.2. La modelación matemática como estrategia didáctica

La modelización matemática aparece con importancia en la práctica escolar, dado el aumento en el reconocimiento de las matemáticas y su aplicación en la ciencia, la tecnología y actividades de la vida cotidiana. De forma complementaria, existe la percepción de que las instituciones educativas enseñan conceptos matemáticos, pero no relacionan su aplicación fuera de los ambientes académicos. La complejidad matemática en aplicaciones diferentes a las presentadas en clase, dificultan la relación de los aprendizajes matemáticos adquiridos. En el caso particular de las áreas de ingeniería, la modelación matemática surge como una opción valiosa para el proceso de enseñanza aprendizaje y como área de interés para las investigaciones educativas [21]. El principal objetivo de la educación matemática consiste en entrenar a los estudiantes a tener habilidades de relación y razonamiento ajustados a su medio ambiente, de manera que sean productivos y puedan resolver problemas que se les presenten en diferentes aspectos de su vida. Las competencias de modelación se ubican en el centro de este objetivo. Existen muchos estudios relacionados con el desarrollo de competencias de modelación matemática, sin embargo, la información es escasa en cómo la modelación matemática puede integrarse en los ambientes de aprendizaje. A continuación se presenta un análisis del proceso de modelación matemática en la Figura 11.1.

La modelación matemática que se considera tiene sus bases en la propuesta de Burkhardt [5], refiriéndose a una transformación de un problema real a notaciones y representaciones matemáticas. El modelo de la Figura 11.1 está basado en el modelo de los cuadrantes cerebrales y la forma como se aprende de Kolb [19], que se relaciona con los estilos de aprendizaje de los estudiantes. También se toman en cuenta los estilos de enseñanza por parte de los profesores, de acuerdo a los cuadrantes cerebrales y de acuerdo a los rasgos descritos por Herrmann [18]. Este modelo es suficientemente detallado para captar las actividades cognitivas esenciales para llevar

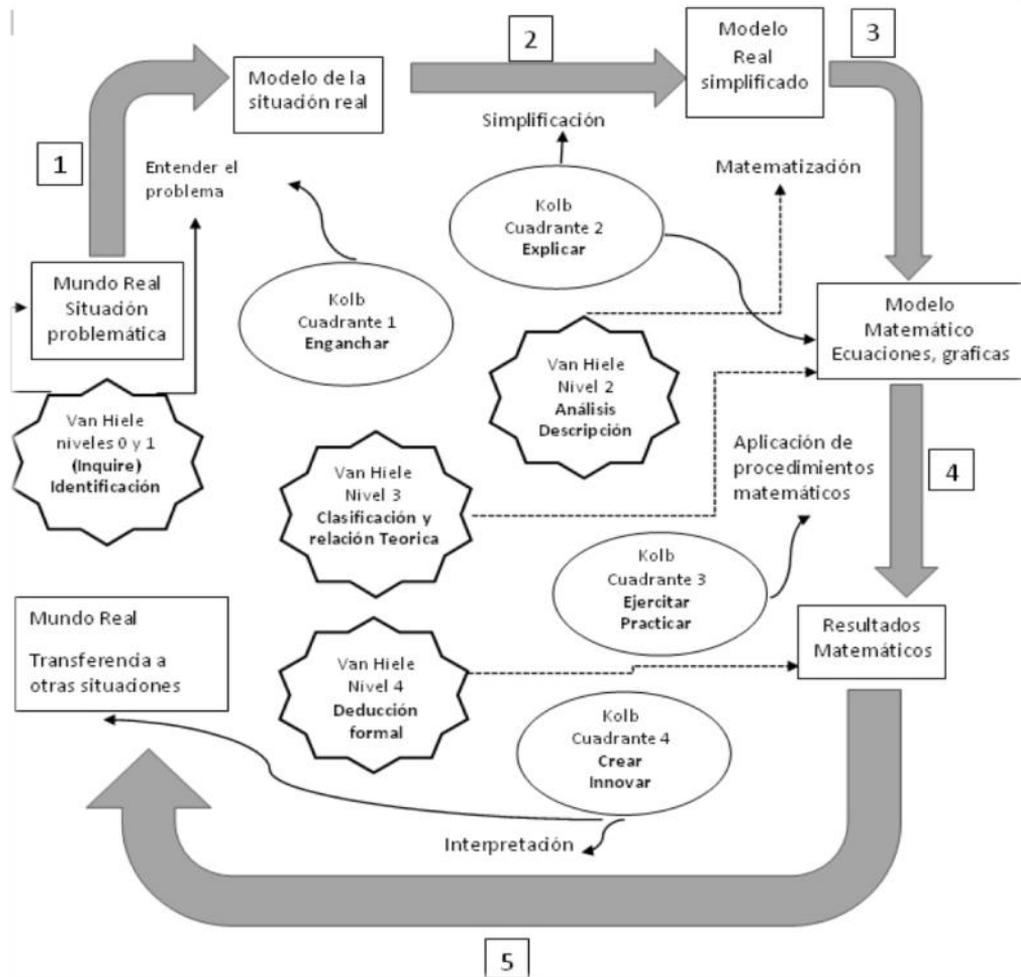


Figura 11.1: Proceso de modelación matemática propuesto por Moreno-Reyes, Oñate y Alcántara, 2016.

a cabo la modelación, y a su vez es lo suficientemente sencillo para indicar las observaciones y análisis a realizar.

El modelo propuesto es cíclico en forma de espiral ascendente, pero no algorítmico porque cada situación requiere de la formulación matemática apropiada de la realidad. De tal manera que para avanzar en los niveles se requiere de descriptores que indiquen cuándo saltar al siguiente nivel, para ello se requiere diseñar actividades, ambientes de aprendizaje y por supuesto actividades de evaluación.

El modelo parte de una situación problemática real y consta de cinco etapas:

1. **Entendiendo el problema.** Que nos lleva al modelo de la situación real. Desde el modelo de Kolb [19], nos encontramos en el primer cuadrante cerebral, y las actividades a realizar son para motivar, captar la atención y determinar la importancia y consecuencias de la situación problemática (enganchar), para ello se utilizan los consejos de los hermanos Heath [17] sobre las ideas pegajosas. Para el modelo matemático implica determinar las variables involucradas y sus relaciones. Con respecto al modelo de los Van Hiele [31] estamos en el nivel 0, en el cual

indagamos sobre la situación problemática y en el nivel 1 de reconocimiento.

2. **Simplificar.** Dentro de lo posible se debe simplificar el modelo real, con la finalidad de eliminar la excesiva e innecesaria complejidad de la realidad, para llegar al modelo real simplificado del problema que se está tratando de resolver. De acuerdo a Kolb [19], todavía estamos en el primer cuadrante relacionado con las implicaciones y la importancia del modelo. Para el modelo Van Hiele [31] ya nos encontramos en el nivel 2, de análisis.

3. **Matematizar.** Hacer matemáticas. Para poder elaborar el modelo matemático, de acuerdo a Kolb [19] en el cuadrante dos se requiere de explicaciones y/o exposiciones por parte del profesor que justifiquen y/o fundamenten las acciones que lleven a la propuesta del modelo matemático, para ello el profesor se puede apoyar en el diseño de actividades de aprendizaje con demostraciones y argumentaciones de la forma de Weston [32]. También en esta parte, aunque se puede utilizar en todo el ciclo, se pueden emplear tecnologías de la información y la comunicación TIC, que apoyen en el proceso de llegar al modelo matemático. De acuerdo al modelo Van Hiele [31] nos encontramos en el nivel 3, de clasificación y relación teórica de las variables involucradas en el problema.

4. **Aplicación.** Del modelo o trabajo matemático. De acuerdo al tercer cuadrante del modelo de Kolb [19], ésto se puede lograr a través de ejercicios, prácticas de laboratorio, elaboración de prototipos o de alguna otra forma de ensayo. Ya con los resultados matemáticos, de acuerdo al modelo Van Hiele [31] se inicia la deducción formal del modelo matemático.

5. **Interpretación.** Su importancia radica en la transferencia del conocimiento a otros casos o situaciones distintas de las cuales se generó en un inicio el modelo matemático. Conforme al modelo de los Van Hiele [31] en esta etapa se logra la deducción formal del modelo matemático y por tanto la solución de la situación problemática. Con respecto al modelo de Kolb [19], se ubica en el cuarto cuadrante cerebral.

Desde el punto de vista cognitivo, de acuerdo al modelo cerebral de Kolb [19] o considerando el modelo específico matemático de Van Hiele [31]; es de suma importancia su utilización para apoyar, en parte, a la compleja labor docente de los profesores y es aún más importante en el proceso enseñanza aprendizaje, ya que para el entendimiento de las matemáticas es esencial el recorrido constante entre la realidad y la abstracción de los modelos matemáticos. Por lo que es conveniente comenzar siempre con problemas sencillos que involucren contenidos ya conocidos, para ir pasando gradualmente a modelos más complejos que utilicen argumentos matemáticos resultado del desarrollo del curso. Debe señalarse que cuanto más se profundiza en el entendimiento de un problema, proporcionalmente más complejo se torna el modelo matemático para describirlo, alcanzando un mayor nivel de conocimiento y de aprendizaje cognitivo sobre los contenidos tratados.

### 11.3. La competencia matemática, etapas y niveles

Las matemáticas se refieren a un espacio de aprendizaje donde su resultado se ve reflejado en teoría relacionada con investigación científica, esta investigación se refleja en dos aspectos dentro de las instituciones educativas: las matemáticas relacionadas con la enseñanza y aquellas relacionadas con el aprendizaje. Lo anterior da como resultado dos enfoques en cuanto a sus participantes y a los objetivos que persiguen. Para el primer caso, donde las matemáticas se refieren a la enseñanza, los docentes deben promover actividades de aprendizaje significativo en sus estudiantes, por medio de estrategias adecuadas a cada situación en particular. En el segundo caso, los estudiantes deben realizar actividades que les ayuden en la construcción de su conocimiento para saber utilizarlo en las situaciones específicas que encuentren en su vida diaria y en su actividad en el campo laboral [25].

Por su parte, el Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (Programme for International Student Assessment, PISA), busca establecer el nivel en que los jóvenes que terminan

el nivel escolar básico se encuentran preparados para enfrentar los desafíos de la sociedad actual, para lo cual realizan una evaluación orientada a valorar el rendimiento acumulado de los sistemas educativos, en las áreas de lecturas, matemáticas y ciencia. Dicha evaluación destaca cuatro apartados en relación al área matemática: en primer lugar toma en cuenta el dominio que se va a evaluar, al cual denomina alfabetización matemática, diferenciado del programa de estudios; en segundo lugar toma en cuenta el marco teórico con sus componentes de contenido, contexto y competencias; en tercer lugar analiza las variables que intervienen en la complejidad del diseño de los instrumentos de evaluación; en cuarto lugar el estudio empírico de las competencias escolares [28]. A partir de estos apartados, surgen diferentes enfoques para las matemáticas escolares, entre los cuales destacan: el enfoque instrumental o tecnológico para el dominio y uso de conceptos básicos; el enfoque estructural o técnico como un sistema de reglas y conceptos basado en la deducción; el enfoque funcional para modelizar situaciones y resolver problemas de diferentes contextos; y el enfoque integrado con actividad autónoma e interacción de situaciones y contextos [22]. La Figura 11.2 presenta la clasificación de los diferentes procesos y niveles de competencia para la modelación matemática, orientados al diseño de procesos de aprendizaje (Elaboración propia de los autores).

Etapas de modelación matemática	Niveles de competencia en los alumnos
1. Entender el problema	Responder preguntas planteadas en contextos conocidos, con información pertinente y preguntas definidas con claridad.
2. Simplificación	Interpretar y reconocer situaciones en contextos que requieren una inferencia directa.
3. Matematización	Ejecutar procedimientos descritos con claridad y trabajar con eficacia con modelos explícitos en situaciones complejas y concretas, con condiciones o supuestos.
4. Aplicación de procedimientos matemáticos	Desarrollar modelos y trabajar con ellos en situaciones complejas.
5. Interpretación	Formar conceptos, generalizar y utilizar información basada en situaciones complejas.

Figura 11.2: Etapas de modelación matemática y niveles de competencia en alumnos. Fuente: elaboración propia.

## 11.4. Fuentes de errores/dificultades en el aprendizaje del álgebra

Los errores se mantienen como una preocupación de manera constante para los docentes ya que cuando se construyen los conocimientos matemáticos pueden surgir errores que deben atenderse mediante un proceso de diagnóstico, corrección y superación. Lo más importante radica en la cantidad y permanencia de los errores, ya que influyen de manera significativa en el aprendizaje y alcance de los objetivos planteados. Aprender acerca de los errores contribuye en la creación de estrategias que permitan abordar aquellos temas que representen una mayor cantidad de dificultades [9].

Los errores que cometen los estudiantes y la forma de abordarlos didácticamente por los docentes en el aula se mantienen como un tema vigente en la Educación Matemática, aportando con aquellas propuestas que permitan mejorar los procesos de enseñanza aprendizaje y mejorar las competencias docentes [10].

García [13], afirma que la experiencia en la enseñanza de Álgebra lleva a los profesores a declarar que los errores cometidos se repiten de manera continua, demostrando profundas dificultades en el aprendizaje. Dichos problemas se podrían relacionar a un nivel bajo en la comprensión de conceptos y enfoque, lo cual se traduce en una forma errónea de aprendizaje cuando los alumnos hacen memorizaciones sin llegar a comprender los lineamientos de los cálculos realizados.

De esta forma se cometen un mayor número de errores que son cualificados como deficiencia en el estudio o en la atención prestada en clase, mientras que la mayoría de las veces se refieren a la falta de comprensión de los conceptos.

Es importante mencionar que los docentes también pueden cometer errores en la realización de cálculos matemáticos, los cuales pueden ser muy parecidos o deberse a las mismas causas de los errores que cometen los estudiantes. El dar una evidencia de estos errores o conceptos con deficiencia es una tarea que se debe llevar a cabo por los docentes para darle una nueva forma a los esquemas que han desarrollado en el pasado [1].

Para la investigación propuesta se realizó la siguiente revisión de literatura relacionada con las fuentes de dificultades para el aprendizaje del Álgebra:

Mancera y Pérez [23], que identifican dificultades de aprendizaje relacionadas con la generalización equivocada de procedimientos aritméticos, resistencia a usar ecuaciones, dificultades en el empleo de signos y expresiones, entre otras, para lo cual proponen un programa de apoyo en la transición de Aritmética hacia Álgebra, utilizando modelos gráficos con interpretaciones de los problemas algebraicos en alumnos de bajo rendimiento matemático. Por otro lado, Gavilán [15], identifica dificultades relacionadas principalmente con las diferentes interpretaciones con el uso de las letras, el proceso de variable, la utilización de signos de operación, diferentes contextos para el signo de igual, resoluciones de ecuaciones y aprendizaje de lenguaje algebraico, realizando una propuesta de aprendizaje colaborativo.

Olmedo et al. [27], localizan dificultades en las concepciones algebraicas estructural y operacional, para lo que identifican errores y categorizan causas, llegando a la inferencia de las concepciones. Chavarría [3]), relaciona la complejidad de los conceptos matemáticos, los procesos de pensamiento matemático, de enseñanza y de cognición con la actitud afectiva y emocional, para mostrar un estudio de caso grupal en las dificultades en problemas de modelación de ecuaciones lineales.

Rodríguez y Torrealba [29], encontraron dificultades asociadas a la ruptura y a los procesos de desarrollo cognitivo, con los cuales utilizaron una metodología cuantitativa para el establecimiento de dificultades y errores en el aprendizaje. Filloy, Puig y Rojano [11], destacaron las dificultades relacionadas con la lectura y escritura de expresiones algebraicas, así como la diferencia entre lenguaje natural y lenguaje algebraico por medio de estudios de caso. De manera similar, Distéfano, Urquijo y Gonzáles de Galindo [8], relacionan las dificultades con el lenguaje simbólico, en una intervención educativa con grupos de control.

Castellanos, Flores y Moreno [6], realizan una investigación cualitativa para presentar una reflexión de los docentes en la enseñanza de Matemáticas y finalmente, Gasco [14], presenta un estudio correlacional con los problemas verbales y su resolución por medio de estrategias de aprendizaje.

Por otra parte, la educación superior tiene en la educación virtual una potente herramienta que le permite definir actividades y modificarlas de acuerdo a las necesidades de cada curso, ampliando a su vez la oferta educativa que presenta cada institución. Sin embargo, dichas instituciones se enfrentan ante un gran reto al momento de adecuar y migrar las normativas institucionales, pedagógicas y administrativas que conlleva la educación presencial, ocasionando problemas de adaptación [10]. Una herramienta útil para estas instituciones se presenta por medio del software libre, ya que representa un ahorro considerable. Actualmente, una gran cantidad de instituciones de educación superior desarrolla y difunde la utilización del software libre [20].

La innovación, de la mano de la ciencia y la tecnología, aparecen como elementos indispensables en la gestión educativa para la investigación y el desarrollo de estudios de posgrado, centrándose en los principios de la planificación estratégica por medio del desarrollo pedagógico, el desarrollo de nuevas competencias, el trabajo en equipo, la apertura para el aprendizaje y la innovación entre otras herramientas [4].

Aunque el aprendizaje de diferentes modelos de investigación está presente en la mayoría de los programas universitarios, los estudiantes presentan dificultades para llevar los conocimientos a la práctica [7].

Para utilizar herramientas tecnológicas en temas matemáticos, es necesario conocer el verdadero impacto que se espera en el aula y no únicamente presentarlas como una vía para agilizar la presentación del conocimiento, donde cada maestro es el actor fundamental e irremplazable. Una parte fundamental en la enseñanza de cuestiones matemáticas, es la incorporación de la experiencia personal de los maestros y la recontextualización de lo que ellos mismos aprendieron en su momento como estudiantes, de tal forma que se obtenga una nueva cultura matemática escolar [2].

## 11.5. Modelación matemática en la enseñanza y aprendizaje de procesos de algebrización en ingeniería

La forma en que las personas ven el mundo, incluso la forma en que realizan investigación, son influenciadas por sus creencias. Algunas creencias se presentan de manera clara y visible, mientras que otras pasan invisibles. Estas últimas pueden sentirse como premisas irreconocibles que son parte de la cultura del entorno. De igual manera, existen mitos que no se han identificado en relación a la forma en que los estudiantes desarrollan ideas matemáticas de manera natural o si es gracias a la instrucción recibida. De cualquier manera, es razonable esperar que ciertos conceptos e ideas matemáticas deben ser dominadas antes de otras con mayor complejidad [16].

La enseñanza de las matemáticas a través de la solución de problemas surge de la teoría constructivista del aprendizaje. A través de la solución de problemas se puede aprender de una mejor forma que únicamente por medio de las explicaciones realizadas por el profesor. Sin embargo, la enseñanza a través de la solución de problemas no es fácil, ya que el profesor necesita seleccionar y facilitar las tareas apropiadas para la solución de los problemas matemáticos que necesita para sus estudiantes [24].

Sawatzki y Sullivan [30], afirman que la educación matemática puede ser perfeccionada situando al aprendizaje en el contexto social y cultural adecuado, tomando en cuenta que existirán variaciones inevitables debido a los entornos en los que los estudiantes colaboran o participan.

La modelización matemática se relaciona con el origen de las matemáticas, sin embargo, no se ha relacionado con los planes de formación. Se ha identificado el uso de las matemáticas en diferentes áreas y a su vez se reconoce la falta de vinculación y de transferencia del conocimiento matemático adquirido en la escuela a situaciones profesionales o cotidianas susceptibles de su uso.

En este sentido, las teorías sobre la enseñanza y aprendizaje de la matemática tienen como factor común la identificación de los errores en el proceso de aprendizaje, buscando sus causas y de esta manera desde sus postulados replantear el proceso a través de estrategias didácticas que permitan promover una construcción de nociones matemáticas más sólida, como es el caso de la modelación matemática.

En Ingeniería, la matemática es un componente fundamental e imprescindible para el análisis, cálculo, predicción y optimización, entre otros; en donde las bases o cimientos de las

matemáticas superiores se encuentran principalmente en la aritmética, álgebra y geometría, de tal forma que plantear procesos de aprendizaje basados en el modelado matemático a través de etapas y niveles de competencia matemática permiten la confrontación cognitiva del estudiante con sus propios errores y dificultades reconstruyendo conceptos y procedimientos de manera correcta. De esta manera, el proceso de modelización encaja perfectamente como estrategia de enseñanza aprendizaje y, por ende, se convierte en un tópico de interés [21].

## 11.6. Metodología

### Tipo de estudio

El diseño metodológico utilizado fue cuasi experimental, donde el grupo de tratamiento sirvió como su propio control antes y después. A este grupo se le aplicó un instrumento de evaluación diagnóstica en el área de Álgebra.

### Sujetos

El instrumento se aplicó a un grupo de 200 aspirantes a ingresar al primer semestre en el Instituto Tecnológico Superior de Guanajuato, 114 mujeres y 86 hombres, cuyo rango de edad se encuentra entre 18 y 20 años. Dichos aspirantes pertenecen a los programas de Ingeniería Industrial, Ingeniería en Sistemas Computacionales, Ingeniería Mecatrónica e Ingeniería en Industrias Alimentarias.

### Procedimiento

Inicialmente se elaboró y se aplicó un instrumento de evaluación diagnóstica para indagar los conocimientos iniciales acerca de: expresiones algebraicas; monomios y polinomios; productos notables y factorización; fracciones algebraicas; reducción de fracciones complejas; resolución de ecuaciones lineales de primer grado y sistemas de ecuaciones lineales; despejes; y resolución de ecuaciones de segundo grado como se presenta en la Figura 11.3. Una vez aplicada la prueba, se identificaron y jerarquizaron los errores cometidos por los alumnos en los temas mencionados por medio de la estadística descriptiva, para posteriormente diseñar actividades de aprendizaje basadas en la modelización matemática propuesta.

## 11.7. Diseño de actividades de aprendizaje

Con base en los resultados obtenidos por la aplicación del instrumento de evaluación, se retoma el proceso de modelación matemática propuesto por [25] como estrategia instruccional para diseñar actividades de aprendizaje de acuerdo a las cinco etapas planteadas por el modelo.

Tomando como ejemplo el tema de sistemas de ecuaciones lineales, incluido en el elemento número siete del instrumento de evaluación dado por la Figura 11.3, se plantea como objetivo didáctico la identificación de los elementos que conforman los sistemas de ecuaciones lineales y su solución.

La Figura 11.4 presenta las actividades propuestas para cada etapa del proceso de modelación matemática, iniciando con el planteamiento de un contexto conocido que lleve a la formación de conceptos y generalización de información.

## 11.8. Resultados

Con la aplicación de la evaluación diagnóstica, se obtuvieron los resultados presentados en la Tabla que se presenta en la Figura 11.5, observándose una fuerte deficiencia en los conocimientos relacionados con Álgebra en los estudiantes. La gráfica mostrada en la Figura 11.6 presenta el porcentaje de respuestas correctas, quedando en último lugar, la sección correspondiente a las

Propuesta de instrumento de evaluación a estudiantes

1. Expresiones algebraicas.

Realiza la siguiente operación:

$$3x^3(3x^3 + 3)(x^2 - x - 2) - (-2x^3 - 2x^2 + 2x^2)^2$$

2. Monomios y polinomios.  
Realiza las siguientes operaciones:

$$(3a - 2b + 5)(3a + 2b - 5)$$

3. Productos notables y factorización.

Efectuar los siguientes productos:

$$\left(\frac{2}{3}x + 5z\right)\left[\frac{2}{3}x - 5z\right]$$

Descomponer al máximo el producto en factores:

$$4xy^3 - 8x^2y^2 - 9xy + 18x^2$$

4. Fracciones algebraicas.

Simplifica:

$$\frac{a^2 - 12c + 32}{8a} \times \frac{a^2 - 8a}{a^2 - 8a + 16} \div \frac{a - 8}{a - 4}$$

5. Reducción de fracciones complejas.

Simplificar:

$$\frac{x^3 - 3ax^2 + 3a^2x - a^3}{\frac{\frac{x+a}{x-a}}{x+a}}$$

6. Resolución de ecuaciones de primer grado

Encuentra el valor de la variable x:

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 315 = x$$

7. Sistemas de ecuaciones lineales.

Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\begin{aligned} 3x - 2y &= -7 \\ -9x + 6y &= 5 \end{aligned}$$

8. Despejes (aplicación de fórmulas).

Realiza los siguientes despejes:

$$f = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{d}}; T; d; L$$

9. Resolución de ecuaciones de segundo grado.

Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$(x - 3)(x - 2) = (3x - 2)(x - 1) + 8 + 7x$$

Figura 11.3: Instrumento de evaluación diagnóstica. Fuente: elaboración propia.

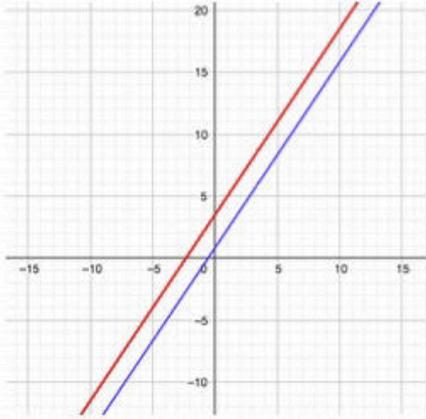
Etapas de modelación matemática	Actividades propuestas												
<b>1 Entender el problema</b>	Una compañía tiene en su cuenta bancaria 1, una deuda de \$7 después de realizar 3 depósitos del monto-A y 2 retiros del monto-B. En su cuenta bancaria 2, la compañía tiene a su favor un saldo de \$5 después de realizar 9 retiros del monto-A y 6 depósitos del monto-B. ¿Este problema tiene solución?. De ser así, ¿cuál es la cantidad del monto-A y del monto-B?												
<b>2 Simplificación</b>	<table border="1" data-bbox="465 472 1106 563"> <thead> <tr> <th>Cuenta bancaria</th> <th>Monto-A</th> <th>Monto-B</th> <th>Saldo</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Cuenta 1</td> <td>3</td> <td>- 2</td> <td>- 7</td> </tr> <tr> <td>Cuenta 2</td> <td>- 9</td> <td>6</td> <td>5</td> </tr> </tbody> </table>	Cuenta bancaria	Monto-A	Monto-B	Saldo	Cuenta 1	3	- 2	- 7	Cuenta 2	- 9	6	5
Cuenta bancaria	Monto-A	Monto-B	Saldo										
Cuenta 1	3	- 2	- 7										
Cuenta 2	- 9	6	5										
<b>3 Matematización</b>	$3x - 2y = -7$ $-9x + 6y = 5$												
<b>4 Aplicación de procedimientos matemáticos</b>	<p>Método gráfico:</p>  <p>El gráfico muestra un plano cartesiano con el eje x y el eje y. El eje x tiene marcas de -15 a 15 en incrementos de 5. El eje y tiene marcas de -10 a 20 en incrementos de 5. Se han dibujado dos líneas rectas paralelas con una pendiente positiva. Una línea es roja y la otra es azul. Ambas líneas están separadas y no se cruzan, lo que visualiza que el sistema de ecuaciones no tiene solución.</p>												
<b>5 Interpretación</b>	El sistema de ecuaciones planteado en el problema no tiene solución, dado que las ecuaciones son paralelas.												

Figura 11.4: Ejemplo de actividad de aprendizaje con base en modelización matemática 1. Fuente: elaboración propia.

fracciones algebraicas y en penúltimo lugar, la reducción de fracciones complejas. La gráfica de la Figura 11.7 presenta a su vez el porcentaje de respuestas incorrectas obtenidas. Este tipo de respuestas se relaciona con la proporcionalidad de magnitudes, cuya importancia decayó considerablemente mediante el desarrollo del cálculo diferencial y que presenta la oportunidad de realizar un proceso de modelización que integre el aislamiento de la proporcionalidad por medio de las relaciones funcionales entre diferentes magnitudes. [12].

Adicionalmente, las gráficas dadas en las Figuras 11.8 y 11.9 ofrecen una visión del porcentaje de respuestas correctas obtenidas por mujeres y hombres, mientras que las gráficas de

Item	Tema	Cantidad de respuestas correctas	Cantidad de respuestas incorrectas	Porcentaje de respuestas correctas	Porcentaje de respuestas incorrectas
1	Expresiones algebraicas	45	155	22.50%	77.50%
2	Monomios y polinomios	36	164	18.00%	82.00%
3	Productos notables y factorización	44	156	22.00%	78.00%
4	Fracciones algebraicas	18	182	9.00%	91.00%
5	Reducción de fracciones complejas	23	177	11.50%	88.50%
6	Resolución de ecuaciones de primer grado	42	158	21.00%	79.00%
7	Sistemas de ecuaciones lineales	35	165	17.50%	82.50%
8	Despejes matemáticos	52	148	26.00%	74.00%
9	Resolución de ecuaciones de segundo grado	38	162	19.00%	81.00%

Figura 11.5: Resultados a partir de evaluación diagnóstica. Fuente: elaboración propia

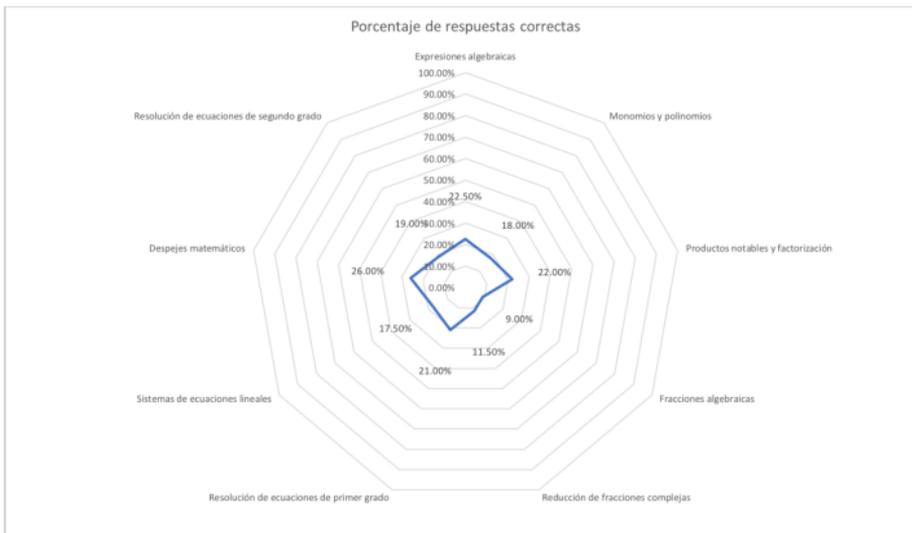


Figura 11.6: Porcentaje de respuestas correctas. Fuente: elaboración propia

las Figuras 11.10 y 11.11 presentan el porcentaje de respuestas incorrectas obtenidas respectivamente por cada género. Esta información nos ofrece una visión acerca de la diferencia de respuestas por género, donde las mujeres obtienen una ligera ventaja en relación a la cantidad de respuestas correctas obtenidas, especialmente en las secciones que representan la mayor dificultad en general. Lo anterior a pesar de que tradicionalmente la identidad de las matemáticas se ha construido sobre la base de estereotipos sociales que son influenciados con gran fuerza y



Figura 11.7: Porcentaje de respuestas incorrectas. Fuente: elaboración propia

han determinado comportamientos establecidos en los estudiantes. Esto se ha estructurado en el desarrollo del proceso educativo, donde se ve a los hombres y mujeres de manera diferente en cuanto a sus capacidades y desempeño matemático [33].

## 11.9. Conclusiones

Con respecto a las conclusiones de esta primera etapa puede mencionarse que los aspirantes a las carreras de Ingeniería en el Instituto Tecnológico Superior de Guanajuato presentan dificultades relacionadas con aritmética elemental, lo cual se refleja en la realización de operaciones básicas con fracciones y en una siguiente etapa en la resolución de ecuaciones lineales que servirán como base a las asignaturas de semestres posteriores en su carrera. A través del examen diagnóstico de conocimientos en álgebra se identificaron como principales dificultades la solución de fracciones algebraicas, reducción de fracciones complejas, monomios y polinomios, entre otros, como se muestra en la tabla de la Figura 11.5. Que constituyen las principales fuentes de errores y dificultades en el aprendizaje del Álgebra y que son punto de partida para diseñar actividades de aprendizaje, basadas en la confrontación cognitiva del alumno, que promuevan la resolución de problemas en el ejercicio de la ingeniería a través de la estrategia didáctica de la modelación matemática a partir de sus etapas y niveles de competencia matemática.

Los aspectos identificados en esta etapa diagnóstica son fundamentales para iniciar la etapa del diseño didáctico que se oriente hacia una intervención más fundamentada y efectiva para promover mejores aprendizajes conceptuales y procedimentales de nociones algebraicas con base a procesos de modelización matemática que le den mayor sentido al conocimiento matemático vinculado a la realidad.



Figura 11.8: Porcentaje de respuestas correctas mujeres. Fuente: elaboración propia

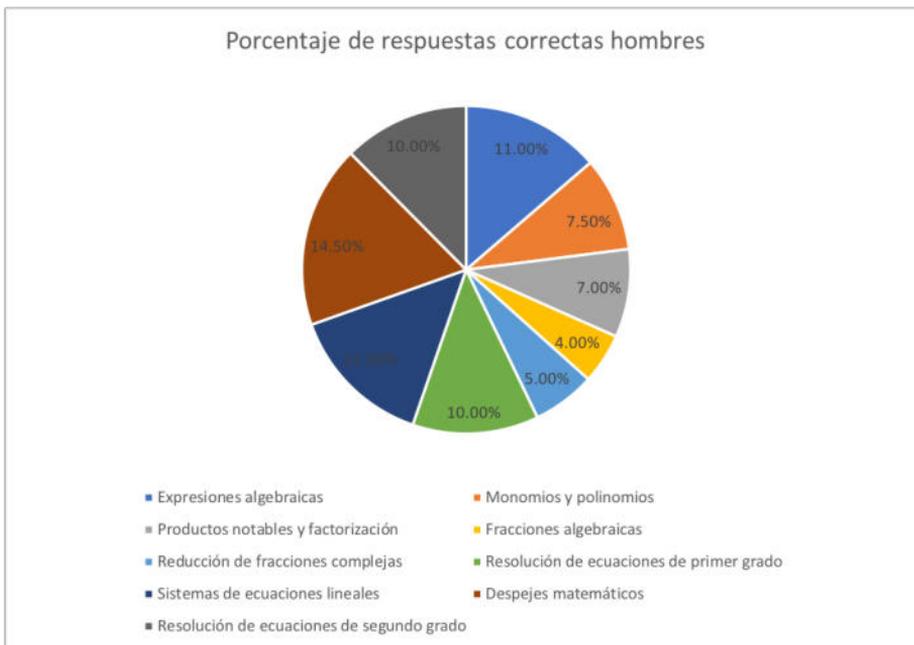


Figura 11.9: Porcentaje de respuestas correctas hombres. Fuente: elaboración propia

Por último, no es de menor importancia mencionar, que las tecnologías digitales a través



Figura 11.10: Porcentaje de respuestas incorrectas mujeres. Fuente: elaboración propia

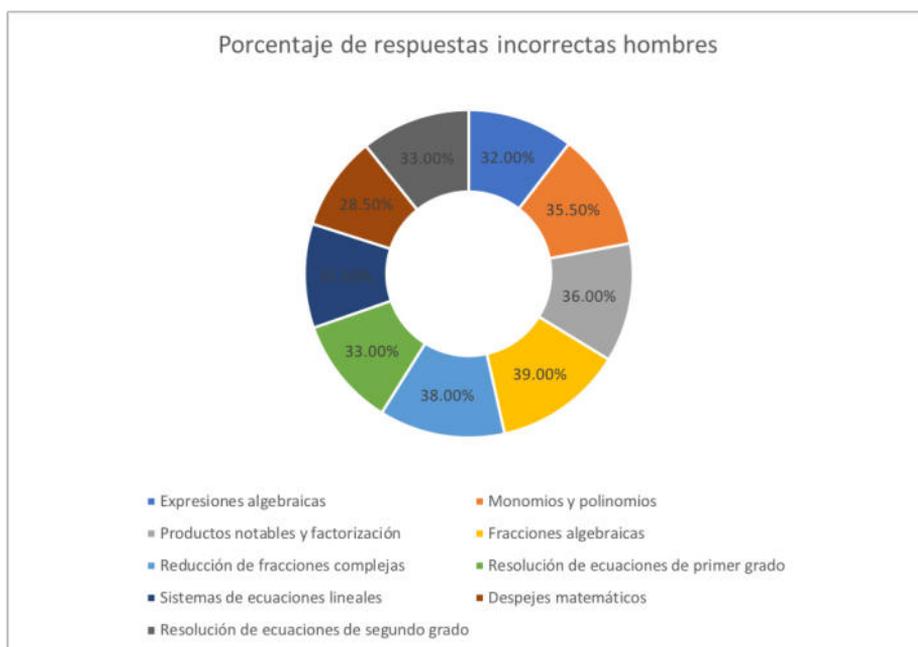


Figura 11.11: Porcentaje de respuestas incorrectas hombres. Fuente: elaboración propia

de sus herramientas, recursos, servicios y aplicaciones, posibilitan una prometedora e innova-

dora dimensión en el estudio y la identificación de metodologías efectivas para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas basadas en la modelización utilizando TIC.

# Bibliografía

- [1] R. Abrate, M. Pochulu, and J. Vargas. **Errores y dificultades en Matemática: análisis de causas y sugerencias de trabajo**. Villa María: Universidad Nacional de Villa María, 2006.
- [2] L. Albarracín, J. Chico, and M. Guinjoan. **Aprendiendo a enseñar matemáticas a partir de la propia experiencia**. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 196:113–119, 2015.
- [3] G. Chavarría. **Dificultades en el aprendizaje de problemas que se modelan con ecuaciones lineales : El caso de estudiantes de octavo nivel de un colegio de Heredia** Difficulties faced by eighth grade students in the learning of linear equation problems at a high school i. *Uniciencia*, 28(2):15–44, 2014.
- [4] O. G. Barbón and J. Fernández. **Rol de la gestión educativa estratégica en la gestión del conocimiento, la ciencia, la tecnología y la innovación en la educación superior**. *Educación Médica*, 19(1):51–55, 2018.
- [5] H. Burkhardt. **Modelling in mathematics classrooms: Reflections on past developments and the future**. *ZDM*, 38(2):178–195, 2006.
- [6] M. T. Castellanos, P. Flores and A. Moreno. **Reflexión de futuros profesores de matemáticas sobre problemas profesionales relacionados con la enseñanza del álgebra escolar** Reflections on Future Mathematics Teachers about Professional Issues Related to the Teaching of School Algebra. *Bolema, Rio Claro*, pages 408–429, 2017.
- [7] M. Criollo, M. Romero and T. Fontaines-Ruiz. **Autoeficacia para el aprendizaje de la investigación en estudiantes universitarios**. *Psicología Educativa*, 23(1):63–72, 2017.
- [8] M. L. Distéfano, S. Urquijo and S. González. **Una intervención educativa para la enseñanza del lenguaje simbólico**. *Union, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 23:59–71, 2010.
- [9] A. Engler, M. I. Gregorini, D. Müller, S. Vrancken and M. Hecklein. **Los errores en el aprendizaje de matemática**. *Revista Premisa*, 6(23):23–32, 2004.
- [10] R. Escudero. **Uso de los errores matemáticos como dispositivo didáctico para generar aprendizaje de la racionalización de radicales de tercer orden**. *Zona Próxima*, 12–25, 2007.
- [11] E. Filloy, L. Puig and T. Rojano. **El estudio teórico local del desarrollo de competencias algebraicas**. *Enseñanza de las ciencias*, 26(3), 2008.

- [12] F. García. **El álgebra como instrumento de modelización. articulación del estudio en las relaciones funcionales en la educación secundaria.** *Investigación en educación matemática*, pages 71–92, 01 2007.
- [13] J. García. **Análisis de errores y dificultades en la resolución de tareas algebraicas por alumnos de primer ingreso en nivel licenciatura.** (*Trabajo de Grado*). *Universidad de Granada, Facultad de Ciencias de la Educación, Granada, España. Facultad de Ciencias de la Investigación. Valencia, Venezuela. Recuperado de [http://produccion-uc. bc. uc. edu. ve/documentos/trabajos B](http://produccion-uc.bc.uc.edu.ve/documentos/trabajos_B), 7000281, 2010.*
- [14] J. Gasco-Txabarri. **La resolución de problemas aritmético-algebraicos y las estrategias de aprendizaje en matemáticas. un estudio en educación secundaria obligatoria (eso).** *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 20(2):167–192, 2017.
- [15] P. Gavilán. **Dificultades en el paso de la aritmética al álgebra escolar : ¿puede ayudar el Aprendizaje Cooperativo?** *Investigación en la Escuela*, 73(0), 2011.
- [16] P. Goldenberg and Cynthia Carter. **Myths of priority and unity in mathematics learning.** *Education Sciences*, 8(2):85, 2018.
- [17] C. Heath and D. Heath. *Made to stick: Why some ideas survive and others die.* Random House, 2007.
- [18] N. Herrmann. **The theory behind the hdbi and whole brain technology.** *Better results through better thinking*, 1999.
- [19] A. Y. Kolb and D. A. Kolb. **Learning styles and learning spaces: Enhancing experiential learning in higher education.** *Academy of management learning & education*, 4(2):193–212, 2005.
- [20] B. López, J. Damián, F. Garza, J. Rosales, and R. García. *Educando en la transversalidad para un conocimiento multidisciplinario.* Universidad del Papaloapan, 2017.
- [21] R. López, M. Molina, and E. Castro. **Modelización en el aula de ingeniería : un estudio de caso en el marco de un experimento de enseñanza.** *PNA*, 11:75–96, 2017.
- [22] J. L. Lupiañez. *Expectativas de aprendizaje y planificación curricular en un programa de formación de profesores de Matemáticas de secundaria.* PhD thesis, Universidad de Granada, 2009.
- [23] E. Mancera and C. Pérez. **Historia y Prospectiva de la Educación Matemática.** *Conferencia Interamericana de Educación Matemática*, 2007.
- [24] J. O. Masingila, D. Olanoff and P. M. Kimani. **Mathematical knowledge for teaching teachers : knowledge used and developed by mathematics teacher educators in learning to teach via problem solving.** *J Math Teacher Educ*, pages 429–450, 2018.
- [25] H. Moreno-Reyes, P. Oñate and R. Alcántara. *La modelación matemática estrategia didáctica para propiciar el aprendizaje.* Universidad Tecnológica de la Mixteca, 2016.
- [26] National Council of Teachers of Mathematics. *Principles and Standards for School Mathematics.* Number 1 in Principles and Standards for School Mathematics. National Council of Teachers of Mathematics, 2000.

- [27] N. Olmedo and M. Galindez. **Algunas concepciones de alumnos que ingresan a la facen acerca del estudio de las ecuaciones.** *Revista Electrónica Iberoamericana de Educación en Ciencias y Tecnología*, 5(2), 2014.
- [28] L. Rico. **La alfabetización matemática y el Proyecto PISA de la OCDE.** *Padres y Madres de Alumnos. Revista de la CEAPA*, 82:7–13, 2005.
- [29] I. Rodríguez and A. Torrealba. **Dificultades que conducen a errores en el aprendizaje del lenguaje algebraico en estudiantes de tercer año de educación media general.** *ARJÉ. Revista de Postgrado FaCE-UC*, 11:416–438, 2017.
- [30] C. Sawatzki and P. Sullivan. **Shopping for Shoes : Teaching Students to Apply and Interpret Mathematics in the Real World.** *Int J of Sci and Math Educ*, pages 1355–1373, 2018.
- [31] Dina Van Hiele-Geldof and Pierre Van Hiele. El problema de la comprensión (en conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría). *Utrecht, Holanda (Traducción al español para el proyecto de investigación Gutiérrez y otros, 1991). Holanda: Universidad de Utrecht*, 1957.
- [32] A. Weston and J. F. Malem-Seña. **Las claves de la argumentación.** Ariel Barcelona, 1994.
- [33] P. Zapata-Cardona, L. Rocha. **Equidad de género en la clase de matemáticas gender equity in the mathematics classroom equidade de género na classe da matemática.** *Revista Científica Universidad Distrital Francisco José de Caldas*, 19:168, 05 2014.