



UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE LA MIXTECA

**CONSTRUCCIÓN DE UN DISPOSITIVO HÁPTICO
DE DOS GRADOS DE LIBERTAD BASADO EN UN
MECANISMO PARALELOGRAMO CON
DINÁMICA DESACOPLADA**

TESIS

PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRA EN ROBÓTICA

PRESENTA:

ING. MARÍA DE JESÚS ARMAS PATRICO

DIRECTOR DE TESIS:

DR. JOSÉ ANÍBAL ARIAS AGUILAR

CO-DIRECTOR DE TESIS:

M.C. ESTEBAN CHÁVEZ CONDE

HUAJUAPAN DE LEÓN, OAXACA

JULIO 2019

Dedicatoria

Dedicado con todo mi amor y cariño a mi amado esposo Alberto de Jesús Santos Villolobos por su apoyo incondicional, con quien compartimos intereses y metas; gracias por tu comprensión y los ánimos; parte del tiempo que he dedicado a este trabajo te lo he quitado a ti y eres quien más ha sufrido mis cambios de humor durante todo este proceso. Juntos hemos logrado muchas cosas importantes y aún hay muchas otras por lograr, gracias por acompañarme en este viaje.

A mi amada madre Hermelinda Patricio Diego quien con sus palabras me alentó para seguir adelante, gracias por mostrarme que todo lo que me proponga lo puedo lograr con esfuerzo y dedicación.

A mi padre Paulino Armas Arano, quien siempre vivirá en mi memoria y en mi corazón.

A mis hermanos Genara, Fátima, Alberto, Magdalena, Blanca, Antonia, Martín y Daniel, que aunque somos de personalidades muy distintas, siempre tendremos en común las vivencias compartidas a lo largo de nuestras vidas.

Agradecimientos

A Dios por darme vida para poder terminar este proyecto, por que cada día me bendice con la oportunidad de estar con las personas que amo y que me aman.

A la Universidad Tecnológica de la Mixteca por brindarme la oportunidad de cursar mis estudios de Maestría.

Agradezco también al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por apoyarme con la beca otorgada durante la maestría y por el financiamiento para la construcción del prototipo experimental.

A mi director de tesis, el Dr. José Aníbal Arias Aguilar, por su ayuda en la realización de este proyecto, gracias por aportar sus conocimientos en el diseño de ambientes virtuales, por su comprensión y ayuda en los momentos en que mis conocimientos eran más limitados.

A mi Co-director M. en C. Esteban Chávez Conde, gracias por aportar su experiencia en la fabricación del prototipo experimental y por sus consejos para mejorar día a día, gracias por hacerme ver las cosas desde otro punto de vista y comprender que las cosas siempre se pueden mejorar.

A los profesores: Dr. Jesús Linares Flores, Dr. Fermín Hugo Ramírez Leyva, Dr. Alberto Elías Petrilli y el Dr. Carlos García Rodríguez, por haber aceptado ser sinodales y por las sugerencias realizadas al presente trabajo de tesis.

A mis amigos Jhonathan y Cuauhtémoc quienes sin esperar nada a cambio compartieron su conocimiento, alegrías y tristezas, gracias por esas eternas noches en las que parecía que no terminaríamos los trabajos, entre todos hicimos que todo fuera más ameno.

Resumen

El presente trabajo de tesis aborda la construcción y validación de un dispositivo háptico de dos grados de libertad, basado en un mecanismo paralelogramo con dinámica desacoplada. La plataforma experimental del dispositivo háptico, está compuesta principalmente de un mecanismo paralelogramo, dos servomotores, dos servoamplificadores y una tarjeta de adquisición de datos. Cada servomotor tiene integrado un codificador incremental, los cuales se emplean para obtener los datos de la posición angular de los eslabones actuados. Cada servoamplificador tiene dos formas de configuraciones de control: velocidad y par.

Las validaciones que se realizan al dispositivo háptico son cinemática directa e inversa y cinemática diferencial, de igual forma se implementa un control cinemático y un controlador por par calculado en el espacio articular para el seguimiento de una trayectoria circular. También se realizó un ambiente virtual en MATLAB/Simulink, compuesto de una esfera que representa el punto de interfaz háptico o el efector final del dispositivo háptico. Finalmente se realizó la comunicación del dispositivo háptico con el ambiente virtual.

Abstract

The present thesis approaches the construction and validation of a haptic device with two degrees of freedom, based on a parallelogram mechanism with uncoupled dynamics. The experimental platform of the haptic device consists mainly of a parallelogram mechanism, two servomotors, two servoamplifiers and one data acquisition card. Each servomotor has an integrated incremental encoder, which is used to obtain the angular position data of the actuating links. Each servoamplifier has two control configurations: speed and torque.

Validations performed with the haptic device are: forward kinematics, inverse kinematics, and differential kinematics, a kinematics control is also implemented and a controller for torque in the space of the joints circular tracking path. A virtual environment was also created in MATLAB/Simulink, composed of a sphere that represents the haptic interface point or the end effector of the haptic device. Finally, the haptic device and virtual environment communication is realized.

Índice general

Dedicatoria	I
Agradecimientos	III
Resumen	V
Abstract	VII
Índice de figuras	XI
Índice de tablas	XIII
1. Introducción	1
1.1. Marco teórico	2
1.2. Planteamiento del problema	12
1.3. Justificación	13
1.4. Hipótesis	14
1.5. Objetivos	14
1.5.1. General	14
1.5.2. Específicos	14
1.6. Metas	15
1.7. Limitaciones de la tesis	16
1.8. Estado del arte	16
1.9. Metodología	18

2. Modelos matemáticos del dispositivo háptico	21
2.1. Mecanismo de cinco barras como dispositivo háptico	21
2.2. Modelos cinemáticos del mecanismo	22
2.2.1. Cinemática directa e inversa	22
2.2.2. Cinemática diferencial y singularidades	27
2.2.3. Control cinemático de velocidad	28
2.3. Modelos dinámicos del mecanismo	29
2.3.1. Modelo dinámico y propiedades	30
2.3.2. Dinámica desacoplada y propiedades	42
2.3.3. Control dinámico	53
2.4. Obtención de los parámetros dinámicos de los eslabones actuados	57
2.4.1. Modelo del péndulo simple	57
2.4.2. Función de transferencia de un sistema de segundo orden	60
3. Validación experimental	69
3.1. Plataforma experimental	70
3.2. Modelos cinemáticos	70
3.2.1. Cinemática directa	71
3.2.2. Cinemática inversa	79
3.3. Modelo cinemático diferencial	81
3.3.1. Control cinemático	83
3.4. Dinámica desacoplada: Preliminares	86
3.5. Comunicación unilateral: Prototipo-ambiente virtual	88
4. Conclusiones y perspectivas	91
4.1. Conclusiones generales	91
4.2. Trabajo futuro	92
A. Dibujos de taller	95
B. Fabricación y ensamble del prototipo	109
B.1. Diseño 3D	109
B.2. Fabricación de los eslabones y pernos	110
B.3. Fabricación de los soportes y flechas	111

0. Índice general	XI
<hr/>	
B.4. Fabricación de los coples rígidos y pesas	113
B.5. Otros elementos mecánicos	114
B.6. Ensamble del dispositivo háptico	114
C. Programas de control numérico	117
D. Tarjeta electrónica Sensoray Modelo 626	141
E. Servomotores y Servoamplificadores	145
E.1. Caracterización voltaje-velocidad	149
E.2. Caracterización del servomotor relación voltaje-par	150
F. Programas de Simulink: Simulación y Experimentos	155
G. Publicaciones y reconocimientos	163

Índice de figuras

1.1. El sistema del tacto es de los primeros sentidos que desarrolla un feto [?].	4
1.2. Interfaz háptica (Sensable Technology, Inc).	5
1.3. Partes de un sistema de interacción háptico: usuario, escenario virtual y robot háptico.	6
1.4. Etapas del renderizado háptico.	7
1.5. Dispositivo háptico Novint Falcon [?].	9
1.6. Dispositivo háptico Phantom Omni. [Phantom Omni, Geomagic].	10
1.7. Guante Háptico Cybergrasp [?].	10
1.8. Guante táctil Cybertouch [?].	11
1.9. Exoesquelético háptico Sarcos [?].	11
1.10. Comunicación unilateral: prototipo-ambiente virtual a construir en interacción con la esfera como objeto virtual.	13
1.11. Diagrama de bloques de la interacción háptica unilateral entre el usuario, el dispositivo háptico y el ambiente virtual.	19
1.12. Diseño preliminar del dispositivo háptico.	20
2.1. Partes principales del mecanismo.	22
2.2. Dibujo esquemático del dispositivo háptico.	23
2.3. Configuración esquemática del mecanismo paralelogramo planar.	24
2.4. Esquemático del mecanismo paralelogramo.	30
2.5. Esquemático del eslabón L_1	32
2.6. Esquemático del eslabón L_2	33
2.7. Esquemático del eslabón L_3	34

2.8. Esquemático del eslabón L_4	35
2.9. Eje L perpendicular al eslabón y a la pesa.	43
2.10. Coordenada L_{c4} del centro de masa del objeto compuesto.	43
2.11. Distancia desde L hasta el centro de masa del eslabón.	45
2.12. Distancia desde L hasta el centro de masa de la pesa.	45
2.13. Eje L perpendicular al eslabón y a la pesa.	46
2.14. Coordenada L_{c3} del centro de masa del objeto compuesto.	47
2.15. Distancia desde L hasta el centro de masa del eslabón.	49
2.16. Distancia desde L hasta el centro de masa de la pesa.	49
2.17. Posición del efector final y errores de los servomotores.	55
2.18. Señales de control de los servomotores τ_1 y τ_2	56
2.19. Trayectoria circular.	56
2.20. Desplazamiento angular de los eslabones L_1 y L_2 Vs el modelo del péndulo simple.	59
2.21. Sistema de segundo orden.	60
2.22. Curva de respuesta a un escalón unitario, con t_d , t_r , t_p , M_p y t_s	61
2.23. Curvas de respuesta de los eslabones L_1 y L_2	62
2.24. Desplazamiento angular de los eslabones L_1 y L_2 vs función prototipo de segundo orden.	67
3.1. Plataforma experimental: Robot paralelogramo, PC y tarjeta de adquisición de datos	70
3.2. Poción cero del mecanismo paralelogramo.	71
3.3. Resultados experimentales: desplazamiento angular de los es- labones L_1 y L_2 y la posición del efector final en el punto $p(0.03, 0.20) m$	73
3.4. Resultados experimentales: Desplazamientos angulares de los eslabones L_1 y L_2	73
3.5. Resultados experimentales: Posición del efector final en el pun- to $p(0.03, 0.20) m$	74
3.6. Resultados experimentales: desplazamiento angular de los es- labones L_1 y L_2 y la posición del efector final en el punto $p(-0.04, 0.17) m$	74

3.7. Resultados experimentales: Desplazamientos angulares de los eslabones L_1 y L_2	75
3.8. Resultados experimentales: Posición del efector final en el punto $p(-0.04, 0.17)$ m	75
3.9. Resultados experimentales: desplazamiento angular de los eslabones L_1 y L_2 y la posición del efector final en el punto $p(0.12, 0.04)$ m	76
3.10. Resultados experimentales: posiciones articulares de los eslabones L_1 y L_2	77
3.11. Resultados experimentales: Posición del efector final en el punto $p(0.12, 0.04)$ m	77
3.12. Resultados experimentales: desplazamiento angular de los eslabones L_1 y L_2 y la posición del efector final en el punto $p(0.18, 0.14)$ m	78
3.13. Resultados experimentales: posiciones articulares de los eslabones L_1 y L_2	78
3.14. Resultados experimentales: posición del efector final en el punto $p(0.18, 0.14)$ m	79
3.15. Resultados experimentales: desplazamientos angulares de L_1 y L_2 , medidos por los encoders vs los obtenidos con la cinemática inversa.	79
3.16. Resultados experimentales: desplazamientos angulares de L_1 y L_2 , medidos por los encoders vs los obtenidos con la cinemática inversa.	80
3.17. Resultados experimentales: desplazamientos angulares de L_1 y L_2 , medidos por los encoders vs los obtenidos con la cinemática inversa.	81
3.18. Resultados experimentales: posiciones y velocidades del efector final, Jacobiano vs Cinemática directa.	82
3.19. Resultados experimentales: posiciones y velocidades angulares del efector final, lectura de los encoders.	83
3.20. Posición del efector final: deseada, en simulación y experimental.	84

3.21. Errores de posición.	85
3.22. Señales de control.	85
3.23. Trayectorias: caracol de Pascal y Círculo.	86
3.24. Posición del efector final y errores de los servomotores para una trayectoria circular.	87
3.25. Señales de control y voltajes demandados a los servomotores.	87
3.26. Trayectoria circular de simulación y experimento.	88
3.27. Comunicación unilateral: Rosa de cuatro pétalos realizada con el efector final.	89
3.28. Comunicación unilateral: Matlab vs ambiente virtual.	90
4.1. Prototipo del ambiente virtual incluyendo colisiones en Unity.	93
B.1. Diseño digitalizado del robot paralelogramo.	109
B.2. Eslabones del mecanismo paralelogramo.	110
B.3. Pernos-bridá para unir a los eslabones.	110
B.4. Base del mecanismo paralelogramo.	111
B.5. Soportes laterales del mecanismo paralelogramo.	111
B.6. Soporte medio del mecanismo paralelogramo.	111
B.7. Soportes de los servomotores.	112
B.8. Ejes transmisores de potencia.	112
B.9. Perfil PTR (Perfil Tubular Rectangular).	112
B.10. Coples rígidos.	113
B.11. Pesas de bronce para modificar los centros de masa de los eslabones L_3 y L_4	113
B.12. Coples flexibles para adaptar el cople rígido con el eje trans- misor de potencia.	114
B.13. Rodamientos, seguros y tornillos prisioneros.	114
E.1. Péndulo simple.	150
E.2. Eslabón L_1	152
E.3. Eslabón L_2	153
F.1. Diagrama de bloques en simulink para validar la cinemática directa.	155

F.2. Diagrama de bloques en simulink para validar la cinemática inversa.	156
F.3. Cinemática diferencial: Bloques en simulink para la lectura del encoder del servomotor 1.	156
F.4. Cinemática diferencial: Bloques en simulink para la lectura del encoder del servomotor 2.	157
F.5. Cinemática diferencial: Cinemática directa	157
F.6. Cinemática diferencial: Jacobiano	158
F.7. Control cinemático: Servomotor 1	158
F.8. Control cinemático: Servomotor 2	159
F.9. Control cinemático: Trayectoria deseada, Jacobiano y ganancias del control proporcional.	160
F.10. Control cinemático: Controladores y cinemática directa.	160
F.11. Dinámica: Motor 1 y controlador 1.	161
F.12. Dinámica: Motor 2, ganancias del controlador y errores	161
F.13. Dinámica: Trayectoria deseada	162

Índice de tablas

2.1. Parámetros dinámicos de los eslabones L_1 y L_2 ajustados con el modelo del péndulo simple.	59
2.2. Parámetros dinámicos del dispositivo háptico ajustados con la función prototipo de segundo orden	67
3.1. Parámetros dinámicos del dispositivo háptico.	69
E.1. Relación voltaje-velocidad para el servomotor 1.	149
E.2. Relación voltaje-velocidad para el servomotor 2.	149
E.3. Relación voltaje-par para el servomotor 1.	154
E.4. Relación voltaje-par para el servomotor 2.	154

Capítulo 1

Introducción

La realidad virtual es un medio que con la ayuda de computadoras y otros dispositivos le dan al usuario la sensación de estar interactuando en un ambiente real. En la interacción usuario-máquina requerida en ambientes virtuales se utilizan los sentidos de la vista y el oído para dar información al usuario de lo que pasa en el ambiente virtual, sin embargo, los niveles de inmersión del usuario pueden mejorarse con la integración del sentido del tacto.

Los dispositivos hápticos proporcionan la retroalimentación de fuerza al usuario que interactúa con entornos virtuales o remotos. Estos dispositivos dan una sensación de “presencia” al usuario.

Existen dispositivos hápticos de retroalimentación de fuerza de propósito general, como aquellos que son de entretenimiento y los de propósito específico, o por ejemplo, aquellos diseñados para aplicaciones médicas, los cuales incluyen un software de simulación. Existen dispositivos hápticos con control de impedancia en donde el usuario mueve el dispositivo y el dispositivo reacciona con una fuerza si es necesario; y los de admitancia en donde el dispositivo mide las fuerzas que el usuario ejerce sobre él y reaccionan con el movimiento.

1.1. Marco teórico

Los primeros prototipos de interfaces hápticas tuvieron lugar a principio de 1990. Esto fue posible gracias a que los microprocesadores y sistemas computacionales se desarrollaron de forma que permitían el procesamiento de datos en tiempo real (Puerto, en [?]).

Se conoce como realidad virtual al sistema basado en el empleo de computadoras y otros dispositivos con fines de producir una apariencia de realidad que permita al usuario tener la sensación de estar presente en ella. El ser humano recibe información del ambiente por medio de los cinco sentidos: vista, oído, tacto, gusto y olfato, los cuales trabajan conjuntamente para que el cerebro pueda interpretar de la mejor manera la información que recibe del entorno. De igual forma, cuando se emula un ambiente virtual, éste debe de ser muy semejante a lo que se percibe en la vida real para lograr que el usuario se sienta inmerso en esa realidad virtual.

Un sistema de realidad virtual se basa en tres pilares:

1. Interacción: Basado en la capacidad del usuario de poder interactuar con el ambiente virtual en tiempo real.
2. Inmersión: Es la capacidad del sistema de mantener toda la atención del usuario de manera que éste no pueda notar la diferencia entre lo real y lo virtual.
3. Imaginación: Es la capacidad del usuario para creer que el ambiente virtual es real.

Comúnmente el sentido de la vista es el más explotado cuando se trata de realidad virtual mediante el uso de pantallas o gafas estereoscópicas, ya que gracias a ella se puede interpretar nuestro entorno, como por ejemplo colores, la forma de los objetos, se pueden calcular distancias, etc.; sin embargo, no es capaz de recibir información de los otros canales como el auditivo, olfativo, gustativo o tacto. Esta información es importante para poder comprender en su totalidad la información proporcionada por el entorno. Por lo tanto, un sistema de realidad virtual debe proporcionar una interfaz que sea capaz

de enviar y recibir información de diferentes canales sensoriales de manera semejante a la vida real (González, en [?]). Así, la realidad virtual es una representación de cosas, que con ayuda de los medios electrónicos, dan la sensación de estar en un entorno real y que se puede interactuar con lo que nos rodea (Fernandez, en [?]).

Háptica se refiere a la ciencia del tacto, el término haptic proviene del griego haphesthai, que significa relativo al tacto. Se refiere a la interacción manual con entornos, ya sea en forma de exploración o manipulación (Srinivasan and Basdogan, en [?]).

Hablar de háptica es algo muy extenso, como lo describe Roger W. Cholewiak, psicofisiólogo del tacto, antiguo director del laboratorio del tacto de la Universidad de Princeton en (Cholewiak, en [?]). De acuerdo a Roger W. la piel responde al contacto (“tacto”), a las vibraciones mecánicas, a los cambios de temperatura, a los productos químicos (como el mentol o la capsaicina), y a eventos potencialmente perjudiciales (dolor térmico, mecánico o químicamente inducido).

Cada uno de estas “sub-modalidades” tiene su propio rango normal. Hay niveles por debajo de los cuales no se siente el estímulo salvo con la piel, el límite superior queda generalmente definido por intensidades que son tan fuertes que pueden causar dolor y/o daños en el tejido.

El término “tacto” por lo general se refiere a un contacto relativamente estático (más que a un cambio que se produzca rápidamente o una dinámica vibratoria). Pero la exploración háptica, como por ejemplo la de mover un dedo sobre una superficie suave, puede implicar tanto un contacto táctil, como uno vibratorio, dependiendo de la naturaleza de la superficie.

En este caso, se ha informado de que las protuberancias (asperezas) tan pequeñas como una micra por lo general se pueden sentir. En lo referente al tacto o las vibraciones se puede tocar un automóvil y sentir el ruido sordo del motor, o escribir en un papel con un lápiz y sentir sobre su fina textura un arañazo de alta frecuencia.

Estos ejemplos cotidianos reflejan parte de la gama de nuestra sensibilidad vibrotáctil. Dado que los sucesos táctiles que entran en contacto con la piel tienen que pasar a través de un medio viscoelástico de varias capas (formado por la epidermis, la dermis, los músculos, la grasa, entre otros) para llegar hasta los receptores, la definición de estímulo es particularmente difícil. Las características de la piel en sí varían de un lugar a otro en el cuerpo de una persona, entre personas, y a través de todas las edades, desde los bebés hasta los ancianos.



Figura 1.1: El sistema del tacto es de los primeros sentidos que desarrolla un feto [?].

Una interfaz háptica es un sistema que permite a una persona sentirse como si estuviera en contacto con un ambiente remoto o virtual. Estas interfaces permiten al usuario mover parte de su cuerpo, por lo general la mano, y sentir fuerzas, vibraciones, calor, etc.

Las interfaces hápticas incluyen sensores y actuadores. Una interfaz háptica es un tipo de interfaz hombre-máquina lo cual hace posible que un usuario interactúe con un ambiente de realidad virtual (*ver* Puerto, en [?]) (*véase* la Figura 1.2).



Figura 1.2: Interfaz háptica (Sensable Technology, Inc).

En la mayoría de simulaciones realizadas en entornos virtuales, basta con emplear displays 3D y dispositivos de sonido 3D stereo para provocar en el usuario, mediante imágenes y sonidos, la sensación de inmersión dentro del espacio virtual. No obstante, además de provocar en el usuario esta sensación de inmersión, se le debe proporcionar la posibilidad de interactuar con el medio virtual, pudiendo establecer entre el usuario y el entorno virtual una transferencia bidireccional y en tiempo real de información mediante el empleo de interfaces de tipo háptico.

Las interfaces hápticas permiten al usuario mantener la sensación de interacción con el entorno virtual o remoto. Éstas pueden clasificarse en tres grandes grupos, según lo que proporcionen: retroalimentación de fuerza, retroalimentación táctil, o retroalimentación propioceptivo. Cada una de ellas aportará al usuario información referente a un determinado campo, siendo clave la selección del tipo de interface que se requiera, en función de las características que deseamos controlar en nuestra aplicación.

Un dispositivo háptico es un mecanismo mediante el cual el usuario puede controlar los movimientos de un objeto virtual o un robot real en un lugar remoto y recibir información táctil del entorno de trabajo. Este dispositivo es diseñado para interactuar con el ser humano.

Un sistema háptico está compuesto por tres partes básicas (*véase* la Figura 1.3) el usuario, el escenario virtual y el robot o dispositivo háptico (*ver* Puerto, en [?]).

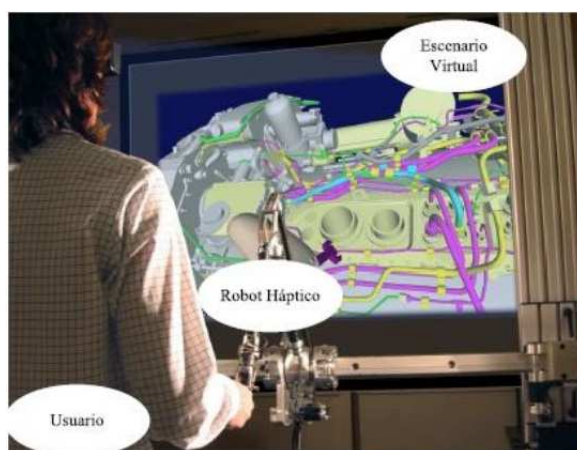


Figura 1.3: Partes de un sistema de interacción háptico: usuario, escenario virtual y robot háptico.

Los dispositivos hápticos trasladan la sensación de presencia a un operador que puede (gracias a ellos) tocar, sentir y manipular objetos tridimensionales simulados en un entorno virtual. Al añadir el sentido del tacto a la experiencia virtual, los dispositivos hápticos representan una parte muy valiosa del desarrollo de la industria de la simulación.

El robot o dispositivo háptico engloba todo lo relativo al tacto, pero no por ello distingue los tipos de información que puede percibir el cuerpo. En el sector de la simulación las sensaciones suelen ser kinestética, vestibulares y de retroalimentación táctil.

La palabra kinestético hace referencia al sentido muscular, que es estimulado por las tensiones del cuerpo, mediante su uso es posible determinar en qué lugar o posición están localizadas ciertas partes del cuerpo sin necesidad de mirarlas (Kern, en [?]).

Las sensaciones vestibulares controlan la sensación de equilibrio porque se refieren al posicionamiento de la cabeza. Es la sensación más común cuando nos referimos al uso de plataformas de movimiento.

La retroalimentación táctil trata con dispositivos que interactúan con los nervios terminales en la piel, los cuáles indican presencia de calor, presión y textura. Estos dispositivos son utilizados para indicarle al usuario si está en contacto con un objeto virtual.

Ahora bien, la retroalimentación de fuerzas en el área de la háptica trata con dispositivos que interactúan con músculos y tendones, y brindan al humano una sensación de que se aplica una fuerza. Entre los principales tipos de dispositivos hápticos se encuentran las plataformas de movimiento para simuladores y travesías simuladas, los guantes con retroalimentación de fuerza, los dermatoesqueletos y mayordomos.

Por otro lado, el renderizado háptico se utiliza para calcular las colisiones entre objetos virtuales, las respuestas a estas interacciones y la retroalimentación transmitida al usuario mediante la interfaz háptica (*ver* Salisbury et al., en [?]). El renderizado tiene principalmente dos tareas: 1) el cálculo de la orientación y posición del objeto virtual manejado por el usuario (avatar), y 2) el cálculo de las fuerza y pares que se deben de restituir al usuario como consecuencia de la interacción de éste con el escenario virtual.

La mayoría de métodos del renderizado háptico existentes dividen el proceso de cálculo de las fuerzas y pares de colisión en tres etapas (*véase* la Figura 1.4): detección de colisión, respuesta de colisión y algoritmos de control (*ver* Díaz, en [?]).

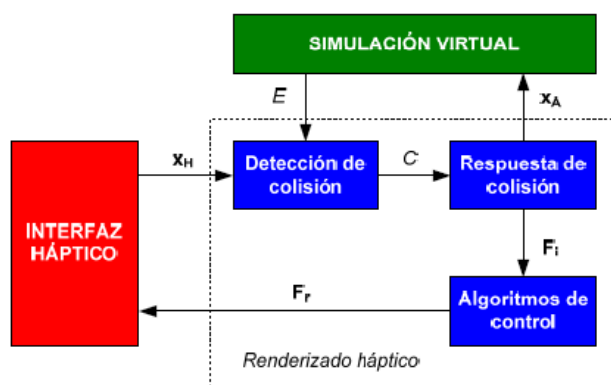


Figura 1.4: Etapas del renderizado háptico.

La detección de colisión toma la posición del dispositivo háptico X_H y la información del entorno visual E para detectar si hay colisiones o no. La respuesta de colisión toma la información de colisión C y calcula la posición ideal del avatar X_A , y la fuerza ideal de interacción F_i entre el avatar y el entorno. Por último, los algoritmos de control devuelven al usuario una fuerza F_r que aproxima la fuerza ideal a las capacidades del dispositivo háptico.

El objetivo de la etapa de la detección de colisión es determinar rápidamente el contacto geométrico entre el avatar y los objetos del entorno, evitando que dos sólidos ocupen el mismo espacio. Con la información de colisión obtenida, el algoritmo de respuesta de colisión se encarga de calcular la fuerza ideal debida a la colisión entre el avatar y el escenario. Una vez que el módulo de respuesta de colisión ha calculado la fuerza ideal entre el avatar y el escenario, la etapa del algoritmo de control se encarga de aplicar dichas fuerzas al usuario. Una de las tareas principales del algoritmo de control es adaptar estas fuerzas a las capacidades reales del dispositivo háptico antes de restituírselas al usuario.

En la actualidad, la tecnología ofrece a los usuarios una diversidad de dispositivos hápticos capaces de simular con gran realismo distintas sensaciones hápticas. Todos estos dispositivos son de contacto físico entre el usuario y la computadora, también retroalimentan fuerza al usuario que interactúa con entornos virtuales y/o remotos. Los dispositivos o interfaces hápticos más comunes y básicos son las pantallas táctiles de los teléfonos móviles, las cuales pueden obtener la posición del dedo o *stylus* del usuario y realizar la acción pedida, pero estos dispositivos hápticos son sólo de entrada, debido a que la respuesta a la acción es visual, sonora o una vibración. Si el usuario busca percibir información a través de un ambiente virtual, debe de buscar dispositivos hápticos más complejos y especializados, capaces de enviar y recibir información hápticamente.

Actualmente se dispone de varios modelos de dispositivos hápticos, cuyo número de grados de libertad en posicionamiento varía desde 3 hasta 6. Algo que se debe de tener en cuenta en los dispositivos hápticos es el rango de control de fuerza; o dicho de otra forma los niveles máximo y sostenido de fuerza que puede ejercer el dispositivo háptico sobre el usuario. Los dedos

de un humano pueden ejercer de 30 a 50 N de fuerza en periodos breves de tiempo y de 4 a 7 N en periodos sostenidos (Vélez, en [?]). Para que el confort del usuario este dentro de unos niveles de seguridad admisibles, las fuerzas ejercidas por la interface deben de ser inferiores en un 15% a los valores máximos anteriormente mencionados. Entre los dispositivos hápticos comerciales podemos encontrar los siguientes.

Un dispositivo es el Novint Falcon (véase la Figura 1.5), en el cual para su manipulación, el usuario debe de tomar la esfera y desplazarla a la posición que desee, así el usuario podrá observar en la pantalla de su computadora como el objeto que representa al dispositivo háptico en el ambiente virtual (una herramienta, una mano, un punto, etc.) se mueve de acuerdo al movimiento del robot. Una vez que la mano virtual colisione con la pared virtual, el dispositivo háptico devolverá al usuario una retroalimentación de fuerza en tres direcciones (posee tres grados de libertad), que permita al usuario sentir que ha colisionado con un objeto virtual (ver González, en [?]).



Figura 1.5: Dispositivo háptico Novint Falcon [?].

Otro dispositivo utilizado, es el Phantom Omni de Sensable (véase la Figura 1.6), el cual tiene tres grados de libertad en fuerza y seis grados de libertad en orientación, debido a que el *stylus* también puede rotar en tres direcciones, además de desplazarse. Este dispositivo puede proporcionar una fuerza máxima de 22 N y la fuerza sostenida es de 3N (24 Hz) (ver Vélez, en [?]).



Figura 1.6: Dispositivo háptico Phantom Omni. [Phantom Omni, Geomagic].

Si lo que se busca es que el usuario interactúe con la mano entera para poder tocar y coger los objetos virtuales, existen los llamados guantes hápticos. Por ejemplo el Cybergrasp (véase la Figura 1.7), fabricado por Immersion Co. El Cybergrasp es una estructura exoesquelética fijada a la parte posterior de la mano, que es accionada por unos actuadores que impiden el movimiento de cada dedo, con el fin de dar al usuario la sensación de colisión (ver Vélez, en [?]).



Figura 1.7: Guante Háptico Cybergrasp [?].

El usuario también puede recibir información del ambiente virtual, como pueden ser temperaturas o texturas, para esto se deben de usar guantes táctiles, los cuales son más ligeros y emplean normalmente vibradores electromecánicos para proporcionar texturas o rugosidades del objeto virtual.

Un ejemplo de este guante es el Cybertouch Immersion Co (véase la Figura 1.8). Se basa en seis vibradores electromecánicos situados en la parte posterior de los dedos y en la palma de la mano.



Figura 1.8: Guante táctil Cybertouch [?].



Figura 1.9: Exoesquelético háptico Sarcos [?].

Existen otros dispositivos hápticos (véase la Figura 1.9), estos se colocan en todo el cuerpo y no se reducen a un dedo o a una mano. Estos son llamados exoesqueletos hápticos, dispositivos pesados y complejos en relación

con los anteriores, utilizados para ampliar los movimientos o la fuerza del ser humano.

Algunos de los principales campos de aplicación de las interfaces hápticas son (Vélez, en [?]):

- Medicina: Simuladores quirúrgicos para entrenamiento médico, los cirujanos pueden planear y ensayar operando en un modelo de paciente virtual proporciona una experiencia importante para los estudiantes en un entorno preclínico.
- Educacional: Proporciona a los estudiantes la posibilidad de experimentar fenómenos a escalas nano y macro, como entrenamiento para técnicos, etc.
- Entretenimiento: Juegos de video y simuladores que permitan al usuario sentir y manipular objetos virtuales.
- Industria: Integración de interfaces hápticos en los sistemas CAD (computer assisted design) de tal forma que el usuario pueda manipular libremente los componentes de un conjunto en un entorno inmersivo.
- Artes Gráficas: Exhibiciones virtuales de arte, museos, escultura virtual, etc.

1.2. Planteamiento del problema

El presente trabajo de tesis aborda el problema de la manufactura, ensamble, calibración y validación de un dispositivo háptico tipo paralelogramo de dos grados de libertad con dinámica desacoplada. También se desarrolla un ambiente virtual, el cual tiene como objeto virtual una esfera que representa al HIP (Haptic Interface Point), la cual se mueve en el plano XY para una interacción unidireccional entre el dispositivo háptico y el ambiente virtual (*véase* la Figura 1.10).

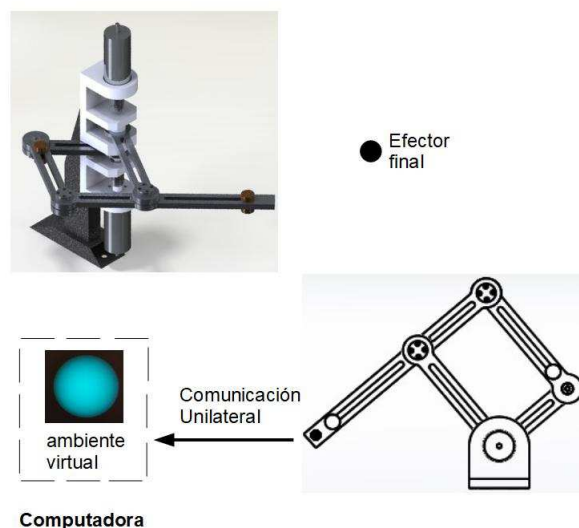


Figura 1.10: Comunicación unilateral: prototipo-ambiente virtual a construir en interacción con la esfera como objeto virtual.

1.3. Justificación

Los manipuladores paralelogramos al estar formados por varias cadenas cinemáticas en paralelo, contribuye a que la rigidez global del robot sea mayor, esto permite trabajar con cargas mayores y disminuir el error provocado por las deformaciones de los eslabones, ya que estas deformaciones producen una pérdida de precisión al posicionar el mecanismo, así mismo los eslabones son más ligeros ya que los motores se ubican en la base fija, lo cual permite que la precisión sea mayor. Por otro lado, estudios publicados recientemente por el Instituto de Cirugía Urológica Avanzada (ICUA) de España, han demostrado que las personas operadas mediante la cirugía robótica Da Vinci en comparación con las personas operadas de forma convencional habían tenido menor pérdida de sangre, tenían menos necesidad de transfusiones, un riesgo más bajo de complicaciones, riesgo más bajo de infecciones quirúrgicas,

estancia hospitalaria más corta, menos días de cateter en cirugía prostática y recuperación más rápida con retorno más temprano a las actividades habituales. También, la mayor parte de los pacientes operados con el robot Da Vinci habían recuperado de forma más rápida su capacidad sexual y tenían más posibilidades de mantener la continencia urinaria (*ver* [?], [?], [?], [?], [?] y [?]).

1.4. Hipótesis

Se considera que es posible construir el dispositivo háptico tipo paralelogramo de dos grados de libertad con material de bajo costo. También se considera que es posible modelar el ambiente virtual con una esfera que represente al HIP (Haptic Interface Point) y que se mueva en el plano XY, así mismo que se puede establecer una comunicación unilateral entre el prototipo y el ambiente virtual.

1.5. Objetivos

1.5.1. General

Construir un dispositivo háptico de dos grados de libertad basado en un mecanismo paralelogramo con dinámica desacoplada.

1.5.2. Específicos

1. Modelar matemáticamente al dispositivo háptico.
2. Realizar simulaciones numéricas.
3. Fabricar y ensamblar al prototipo.
4. Incorporar los servomotores y servoamplificadores al dispositivo háptico.
5. Validar experimentalmente al dispositivo háptico.

6. Desarrollar un ambiente virtual basado en una esfera de dos grados de libertad con enlace a SimulinkTM.
7. Establecer una comunicación unidireccional entre el dispositivo háptico y el ambiente virtual.

1.6. Metas

1. Realizar el modelado matemático, análisis, simulación y validación del modelo del dispositivo háptico.
2. Realizar simulaciones numéricas de la cinemática directa, inversa y diferencial usando Simulink.
3. Fabricar y ensamblar cada una de las piezas del dispositivo háptico.
4. Incorporar los servomotores y los servoamplificadores al dispositivo háptico.
5. Habilitar los canales de los servoamplificadores y de la tarjeta Sensoray para la lectura de los encoders de los dos servomotores.
6. Proponer una trayectoria deseada y verificar que los modelos cinemáticos obtenidos sean los correctos.
7. Implementar un control cinemático.
8. Implementar un controlador por calculado para seguimiento de trayectoria.
9. Modelar el ambiente virtual como una esfera que se mueva en el plano $x-y$ en 3D World Editor de Matlab/Simulink.
10. Establecer una comunicación unilateral entre el dispositivo háptico y la computadora donde se encuentra el ambiente virtual.

1.7. Limitaciones de la tesis

Ya se cuenta con un diseño previo del dispositivo háptico¹. El dispositivo háptico será un prototipo experimental, no será un producto terminado que esté listo para salir al mercado. El dispositivo háptico sólo tendrá dos grados de libertad y debido a esto sólo se moverá en las direcciones $x-y$, no podrá proporcionar diferentes texturas hápticas del objeto virtual (lisa, rugosa, etc.) por otro lado, la única herramienta que se verá en el ambiente virtual y que representa al dispositivo háptico será un punto denominado HIP (Haptic Interface Point) a lo largo de los ejes $x-y$, a diferencia de los dispositivos comerciales que ya existen en el mercado y que cuentan con diferentes accesorios que representan al dispositivo háptico dentro del ambiente virtual y que puedan intercambiarse (una mano, una pistola, un lápiz, un dedo virtual, una herramienta, un punto, etc.).

Este dispositivo no permite la manipulación en múltiples puntos de contacto sintiendo toda su superficie y su uso se limita a sistemas de realidad virtual donde el usuario interactúa con el ambiente virtual a través de un punto.

1.8. Estado del arte

Uno de los primeros prototipos con mecanismo tipo paralelogramo es el pantógrafo, el cual es un mecanismo articulado basado en las propiedades de los paralelogramos; este instrumento dispone de unas varillas conectadas de tal manera que se pueden mover respecto de un punto fijo. Mientras un punto del mecanismo siga determinada trayectoria, otro punto del mecanismo traza una trayectoria idéntica amplificada o reducida. Su teoría se describe en los principios de Descartes sobre los paralelogramos y fue ideado en 1603 por el sacerdote jesuita germano Christopher Scheiner; tiene aplicaciones en diversos campos de la mecánica, en mecanismos tales como el pantógrafo de ferrocarril, el gato hidráulico, el pantógrafo de oxicorte, o como instrumento de dibujo.

¹Diseño hecho como parte de un servicio social por el Ing. Marcos Infante Jacobo.

Por otro lado, algunos investigadores han estudiado manipuladores robóticos tipo paralelogramo para aplicaciones de reaprendizaje en el movimiento de extremidades superiores en personas con discapacidades motrices. El prototipo consiste en un manipulador planar de dos grados de libertad constituido por un mecanismo de cuatro barras tipo paralelogramo impulsado por dos motores de corriente continua. A dicho mecanismo se le aplica una ley de control clásica del tipo PD (proporcional derivativo) y se realizaron pruebas de seguimiento de trayectorias (*ver* Vilchis, en [?]).

En [?] Kim et al. desarrollan dos prototipos de manipuladores paralelos planares con mecanismos paralelogramos, con estructuras cinemáticas diferentes y realizan la comparativa de ambos, con el objetivo de saber cual de ellos alcanza una mayor velocidad, espacio de trabajo, rigidez y alta precisión.

Kong et al. en [?] presentan un método de optimización multi-objetivo de un manipulador de 2 GDL (GRADOS DE LIBERTAD) basado en un mecanismo paralelogramo, basado en la idea de diseño para control DFC (DESIGN FOR CONTROL), utilizan el algoritmo NSGA-II para darle solución al complejo problema de optimización.

En años recientes, Chávez-Conde et al. en [?] presentan un concepto de diseño de una plataforma experimental tipo robot manipulador de tres grados de libertad, basado en un mecanismo del tipo paralelogramo con desacoplamiento dinámico; también diseñaron controladores para seguimiento de trayectorias del efector final, usando técnicas de control por planitud diferencial y modos deslizantes.

Estrada-Cingualbres, et al. en [?] realizan un estudio del estado tensional-deformacional del mecanismo paralelogramo del cortacogollo desfibrador para la cosechadora cañera cubana CCA-5000. Utilizan el método de elementos finitos y a través del análisis dinámico lineal determinaron las causas de las deformaciones plásticas aparecidas en el tubo inferior del paralelogramo del mecanismo cortacogollo.

Cruz-Muciño, et al. en [?] hacen una optimización del espacio de trabajo de un robot 3R con mecanismo paralelogramo de 5 barras usando un algoritmo metaheurístico; en donde la función objetivo es el espacio de trabajo, la restricción es la no colisión entre los eslabones y las variables de diseño son

las longitudes de los eslabones y los ángulos formados entre ellos.

Shin et al. en [?] proponen un método para medir la dirección y magnitud con el dispositivo háptico Phantom como maestro, para ello utilizan un sensor de fuerza de un solo eje, con el fin de mejorar la eficiencia de operación en un sistema de teleoperación.

Valdez, et al. en [?] proponen una metodología de diseño para optimizar la estructura mecánica y un control PID (Proporcional Integral Derivativo) de un robot con mecanismo paralelogramo. Para ello usaron una estimación de un algoritmo de distribución (EDA) basado en la distribución de Boltzmann.

Hao, et al. en [?] a través de modelos analíticos realizan una síntesis de una clase de mecanismos paralelogramos planos que cumplen con el concepto de espacio de posición, en donde el mecanismo paralelogramo cambia las posiciones de las articulaciones de acuerdo a sus espacios de posición.

1.9. Metodología

La metodología considerada está basada en una perspectiva de ingeniería concurrente (*ver* Aguayo, en [?]) mediante el modelo de Pahl y Beitz (*ver* Nigel, en [?]), considerando que el producto a desarrollar es un dispositivo para propósitos experimentales en la innovación-investigación en el campo de la háptica.

Se requiere fabricar, ensamblar, calibrar y validar un dispositivo háptico tipo paralelogramo de dos grados de libertad con dinámica desacoplada. Así mismo se requiere desarrollar un ambiente virtual para una interacción unilateral entre el dispositivo háptico y el ambiente virtual.

El dispositivo háptico será un prototipo experimental y sólo tendrá dos grados de libertad, no podrá proporcionar diferentes texturas hápticas del objeto virtual (lisa, rugosa, etc.), por otro lado, la única herramienta que se verá en el ambiente virtual y que representa al efector final del dispositivo háptico será un punto denominado HIP (Haptic Interface Point) representado por una esfera virtual en el plano XY, tampoco permite la manipulación en múltiples puntos de contacto sintiendo toda su superficie y su uso se limita a sistemas de realidad virtual donde el usuario interactúa con el ambiente

virtual a través de un punto.

Se considera que el dispositivo háptico tiene disponible tanto la señal de entrada, que es la fuerza aplicada por el usuario F_{au} , como la de salida, la cual son los desplazamientos angulares ϕ_1 y ϕ_2 de los eslabones motrices L_1 y L_2 (véase la Figura 1.11), y que su dinámica es completamente conocida. Además, que la fuerza aplicada por el usuario F_{au} sobre el dispositivo háptico no alcanza frecuencias mayores a 100 Hz². Al aplicar una fuerza al dispositivo háptico este genera desplazamientos angulares, los cuales son las señales de entrada para la cinemática directa, con la cual se obtendrá la posición del efector final en el punto $p(x, y)$, conocido este punto se envían a un multiplexor, las cuales son las entradas al bloque “VR Sink”, quien establece la comunicación entre el prototipo experimental y el ambiente virtual.

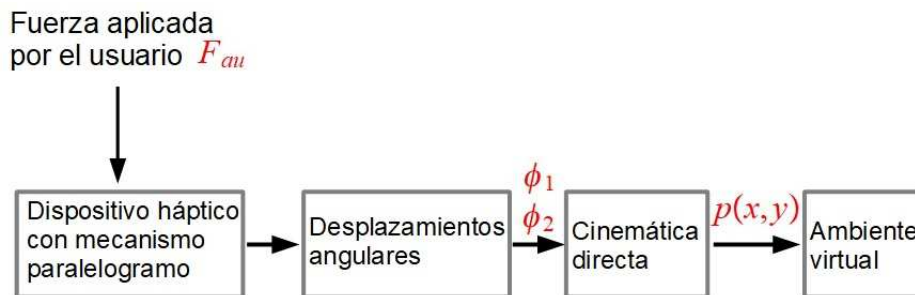


Figura 1.11: Diagrama de bloques de la interacción háptica unilateral entre el usuario, el dispositivo háptico y el ambiente virtual.

En la Figura 1.12 se muestra el diseño preliminar del dispositivo háptico, en donde la transmisión es por poleas-banda. La polea más pequeña es la polea motriz y va acoplada a la flecha del servomotor y la otra polea es la conducida.

²Se considera que para tareas de exploración y manipulación el usuario pueda ejercer fuerzas entre 5 y 15 N y de acuerdo a [?] está dentro de lo permitido, para que el confort del usuario este dentro de unos niveles de seguridad admisibles.

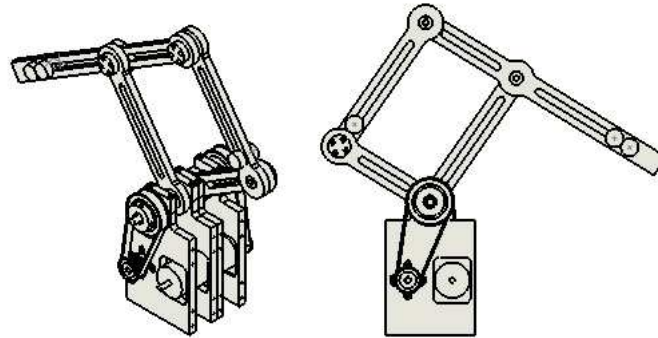


Figura 1.12: Diseño preliminar del dispositivo háptico.

Debido a que la transmisión por poleas-banda aumentaría el par de los servomotores, el usuario tendría que ejercer más par para contrarestarlo y poder manipular o guiar al dispositivo, de tal forma que sería el dispositivo quien guie al usuario. Sin embargo, lo que se busca es que sea el usuario quien guie al dispositivo, es así como se optó por un rediseño de la base del mecanismo, de tal forma que la transmisión sea directa, es decir, la flecha de los servomotores será acoplada a los eslabones activos mediante coples, tal como se muestra en la Figura 1.10.

El dispositivo háptico fue construido en la universidad del Papaloapan campus Loma Bonita, utilizando fresadora CNC (Control Numérico por Computadora), torno convencional y taladro. El sistema utiliza dos servomotores maxon EC-max 40 brushless de 120 watt, encoder de 500 pulsos por revolución y dos servoamplificadores. Los eslabones, los soportes y la base son de aluminio y los ejes transmisores de potencia son de acero inoxidable.

Para la manufactura de las partes que integran al dispositivo háptico se programó una máquina CNC con código G, se hicieron ajustes y finalmente se ensambló al dispositivo. Posteriormente, se le agregaron los servomotores, los servoamplificadores y la tarjeta de adquisición de datos; mismos que se habilitaron para leer las señales de los desplazamientos angulares de los eslabones activos. Después se validó al dispositivo háptico y finalmente se estableció la comunicación unilateral con el ambiente virtual.

Capítulo 2

Modelos matemáticos del dispositivo háptico

En este capítulo se presenta el modelado matemático de la dinámica del dispositivo háptico con mecanismo paralelogramo que se ha obtenido por las ecuaciones Euler-Lagrange (*ver* [?] y [?]). Las dinámicas del dispositivo háptico están descritas por ecuaciones diferenciales ordinarias lineales, que representan solamente las características dinámicas de la parte mecánica del dispositivo háptico. El caso de estudio ha sido modelado considerando que la transmisión del movimiento entre la flecha de los actuadores y el mecanismo paralelogramo es por transmisión directa, es decir, hay dos coples flexible y rígido que acoplarán la flecha de los actuadores con el mecanismo paralelogramo.

2.1. Mecanismo de cinco barras como dispositivo háptico

El mecanismo de la Figura 2.1 se conoce como mecanismo de cinco barras, aunque a simple vista se observa que solo hay cuatro barras o eslabones. En la teoría de mecanismos es una convención contar la tierra como un enlace adicional, lo que explica la terminología.

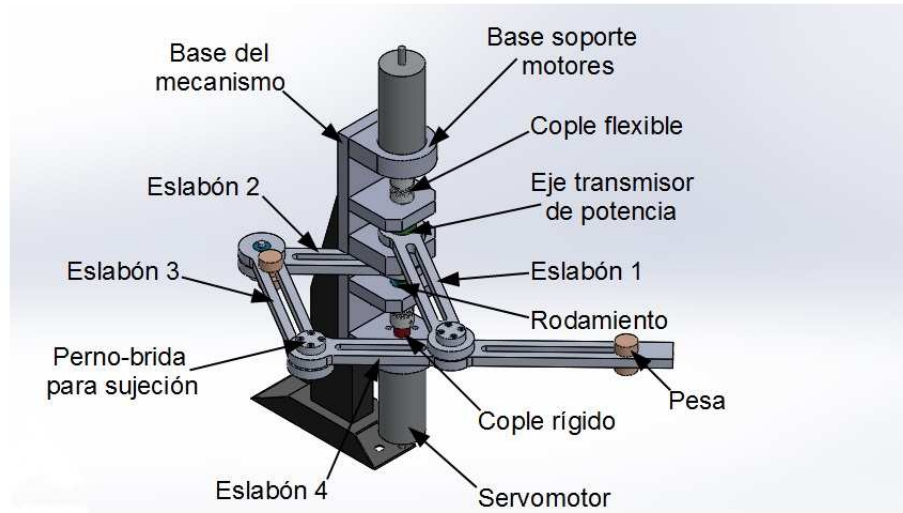


Figura 2.1: Partes principales del mecanismo.

Este mecanismo paralelogramo tiene dos eslabones activos o actuados y el resto son subactuados, por lo cual hay dos servomotores. El mecanismo paralelogramo se encuentra sobre el plano $x-y$ y su transmisión de movimiento es directa. El mecanismo también tiene incluidas dos pesas que servirán para cambiar el centro de masa de los eslabones.

2.2. Modelos cinemáticos del mecanismo

En esta sección se presentan los modelos cinemáticos del mecanismo, los cuales son la cinemática directa e inversa y se resolverán mediante el método geométrico, ya que el mecanismo presenta cierta simplicidad geométrica y se pueden deducir las relaciones únicamente con trigonometría, estas relaciones se obtendrán al resolver los triángulos formados por los eslabones.

2.2.1. Cinemática directa e inversa

El mecanismo paralelogramo de cinco barras mostrado en la Figura 2.2 tiene dos grados de libertad. L_1 , L_2 , L_3 , $L_2 + L_4$ son las longitudes de los

eslabones 1, 2, 3 y 4, respectivamente, ϕ_1 y ϕ_2 son las posiciones angulares de los eslabones actuados.

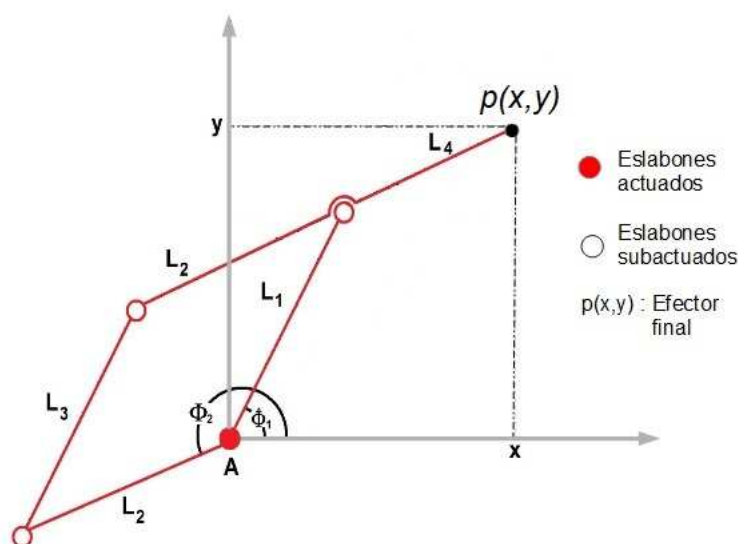


Figura 2.2: Dibujo esquemático del dispositivo háptico.

Las longitudes de los eslabones L_1 y L_3 es la misma, de igual forma que las longitudes marcadas como L_2 ; de esta manera el camino cerrado en la figura es de hecho un paralelogramo, lo cual simplifica los cálculos (ver Spong, en [?]).

El dato de partida son las coordenadas (p_x, p_y) en las que se quiere posicionar el efector final, (véase la Figura 2.2), a partir de ellas deseamos conocer las posiciones articulares ϕ_1 y ϕ_2 del robot para que su efector final se posicione de acuerdo a la posición que se desea.

Considere el triángulo formado por ABC de acuerdo a la Figura 2.3, el ángulo α que se encuentra dentro del triángulo formado por los lados adyacentes $L_1 + L_4 \cos(\beta)$, cateto opuesto $L_4 \sin(\beta)$ y la hipotenusa $\sqrt{x^2 + y^2}$, del teorema de Pitágoras se obtiene la solución para la variable articular ϕ_1 .

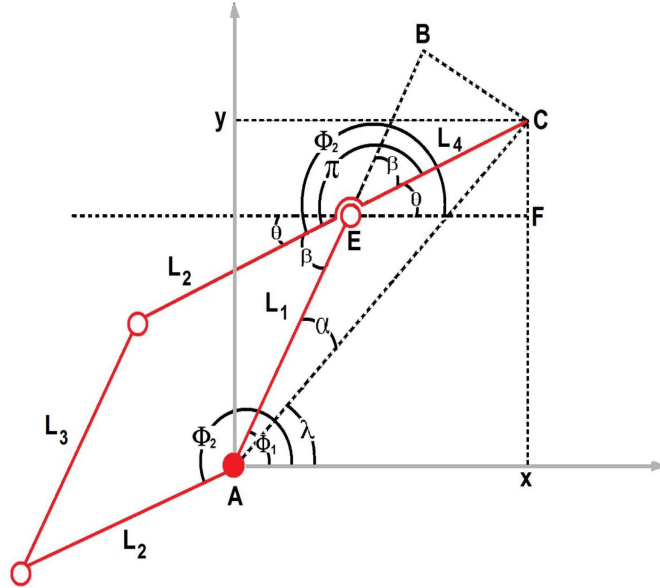


Figura 2.3: Configuración esquemática del mecanismo paralelogramo planar.

$$(\sqrt{x^2 + y^2})^2 = [(L_1 + L_4 \cos(\beta)) + (L_4 \sin(\beta))]^2 \quad (2.2.1)$$

$$x^2 + y^2 = ((L_1 + L_4 \cos(\beta)) + (L_4 \sin(\beta)))^2 \quad (2.2.2)$$

Luego, desarrollando el binomio cuadrado tenemos:

$$x^2 + y^2 = L_1^2 + 2L_1L_4 \cos(\beta) + L_4^2 \cos^2(\beta) + L_4^2 \sin^2(\beta) \quad (2.2.3)$$

Aplicando la identidad Pitagórica $\cos^2(\beta) + \sin^2(\beta) = 1$:

$$x^2 + y^2 = L_1^2 + 2L_1L_4 \cos(\beta) + L_4^2 [\cos^2(\beta) + \sin^2(\beta)] \quad (2.2.4)$$

$$x^2 + y^2 = L_1^2 + 2L_1L_4 \cos(\beta) + L_4^2 \quad (2.2.5)$$

$$\cos(\beta) = \frac{x^2 + y^2 - L_1^2 - L_4^2}{2L_1L_4} \quad (2.2.6)$$

Ahora tomando el ángulo λ dentro del triángulo formado por ACx , observe que se encuentra formado por el cateto opuesto y , el cateto adyacente x y la hipotenusa $\sqrt{x^2 + y^2}$ y se cumple la siguiente expresión:

$$\lambda = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) \quad (2.2.7)$$

Observe que el ángulo α satisface:

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{L_4 \sin(\beta)}{L_1 + L_4 \cos(\beta)}\right) \quad (2.2.8)$$

La variable articular ϕ_1 está dada por:

$$\phi_1 = \alpha + \lambda \quad (2.2.9)$$

$$\phi_1 = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{L_4 \sin(\beta)}{L_1 + L_4 \cos(\beta)}\right) \quad (2.2.10)$$

Retomando la ecuación (2.2.6), y usando la identidad Pitagórica $\cos^2(\beta) + \sin^2(\beta) = 1$ se tiene que:

$$\begin{aligned} \sin^2(\beta) &= (1 - \cos^2(\beta)) \\ \sin(\beta) &= \sqrt{(1 - \cos^2(\beta))} \\ \sin(\beta) &= \sqrt{(1 - a^2)} \end{aligned} \quad (2.2.11)$$

Ahora usando la identidad trigonométrica $\tan(\beta) = \sin(\beta)/\cos(\beta)$, se tiene que:

$$\begin{aligned} \tan(\beta) &= -\frac{\sqrt{(1 - a^2)}}{a} \\ (\beta) &= \tan^{-1} \frac{-\sqrt{(1 - a^2)}}{a} \end{aligned} \quad (2.2.12)$$

La razón por la que no se utiliza la función arcoseno \arcsin sino la función arcotangente \arctan es debido a consideraciones de cómputo de ambas funciones, la función \arctan es más rápida y eficiente de implementar mediante series infinitas.

Específicamente, se emplea la función arcotangente de dos parámetros $\arctan2$, ya que tiene un rango de salida de $[-\pi, \pi]$, mientras que \arctan tiene un rango de salida de $[-(\pi/2), (\pi/2)]$, ya que esto permite que el dispositivo háptico pueda trabajar en los cuatro cuadrantes del sistema cartesiano y esto a su vez implica que el dispositivo háptico pueda tener cuatro configuraciones diferentes, aunque sólo una de ellas será válida para el dispositivo, ya que las demás harán que entre en singularidades. Para expresarla en función de tangentes hacemos uso de la identidad trigonométrica $\sin(\beta)^2 + \cos(\beta)^2 = 1$.

Debido a las restricciones mecánicas el mecanismo paralelogramo siempre tendrá el codo arriba por eso aparece el signo negativo junto a la raíz.

$$\beta = \tan^{-1} \left(\frac{-\sqrt{1 - \cos(\beta)^2}}{\cos(\beta)} \right) \quad (2.2.13)$$

$$\phi_2 = \phi_1 + (\beta + \pi) \quad (2.2.14)$$

La cinemática inversa del manipulador paralelogramo está dada por las ecuaciones (2.2.10) y (2.2.14), respectivamente.

Para resolver el problema de la cinemática directa se suponen conocidas las posiciones articulares ϕ_1 y ϕ_2 del robot, a partir de ellas deseamos conocer la posición (p_x, p_y) del robot.

De la Figura 2.3 observe que las coordenadas cartesianas x e y del robot están dadas por:

$$x = L_1 \cos(\phi_1) + L_4 \cos(\theta) \quad (2.2.15)$$

$$y = L_1 \sin(\phi_1) + L_4 \sin(\theta) \quad (2.2.16)$$

Observe que el ángulo $\theta = \phi_2 - \pi$ y sustituyendo en (2.2.15) y (2.2.16) se

tiene:

$$x = L_1 \cos(\phi_1) + L_4 \cos(\phi_2 - \pi) \quad (2.2.17)$$

$$y = L_1 \sin(\phi_1) + L_4 \sin(\phi_2 - \pi) \quad (2.2.18)$$

Sabiendo que el $\cos(\pi) = -1$ y el $\sin(\pi) = 0$, entonces:

$$\begin{aligned} \cos(\phi_2 - \pi) &= \cos(\phi_2) \cos(-\pi) + \sin(-\pi) \sin(\phi_2) \\ \cos(\phi_2 - \pi) &= \cos(\phi_2)(-1) + 0 \\ \cos(\phi_2 - \pi) &= -\cos(\phi_2) \end{aligned} \quad (2.2.19)$$

De igual manera,

$$\begin{aligned} \sin(\phi_2 - \pi) &= \sin(-\pi) \cos(\phi_2) + \sin(\phi_2) \cos(-\pi) \\ \sin(\phi_2 - \pi) &= 0 + \sin(\phi_2)(-1) \\ \sin(\phi_2 - \pi) &= -\sin(\phi_2) \end{aligned} \quad (2.2.20)$$

Entonces la cinemática directa está dada por la ecuación (2.2.21).

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 \cos(\phi_1) - L_4 \cos(\phi_2) \\ L_1 \sin(\phi_1) - L_4 \sin(\phi_2) \end{bmatrix} \quad (2.2.21)$$

2.2.2. Cinemática diferencial y singularidades

La cinemática diferencial entre otras cosas busca encontrar la relación existente entre las velocidades articulares y la velocidad del efector final, también nos es útil para identificar singularidades en el robot. La cinemática diferencial puede ser calculada de la siguiente manera:

$$\dot{x} = J(q)\dot{q} \quad (2.2.22)$$

donde:

$$\mathbf{x} = [x \ y]^T, \quad \dot{\mathbf{x}} = [\dot{x} \ \dot{y}]^T, \quad \mathbf{q} = [\phi_1 \ \phi_2]^T, \quad \dot{\mathbf{q}} = [\dot{\phi}_1 \ \dot{\phi}_2]^T$$

y la matriz jacobiana J se obtiene de derivar parcialmente la cinemática directa con respecto de ϕ_1 y ϕ_2 como se muestra a continuación.

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \phi_1} & \frac{\partial x}{\partial \phi_2} \\ \frac{\partial y}{\partial \phi_1} & \frac{\partial y}{\partial \phi_2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial \phi_1} &= -L_1 \sin(\phi_1) \\ \frac{\partial x}{\partial \phi_2} &= L_4 \sin(\phi_2) \\ \frac{\partial y}{\partial \phi_1} &= L_1 \cos(\phi_1) \\ \frac{\partial y}{\partial \phi_2} &= -L_4 \cos(\phi_2) \end{aligned}$$

De tal forma que la matriz jacobiana está dado por la ecuación (2.2.23).

$$J = \begin{bmatrix} -L_1 \sin(\phi_1) & L_4 \sin(\phi_2) \\ L_1 \cos(\phi_1) & -L_4 \cos(\phi_2) \end{bmatrix} \quad (2.2.23)$$

Así la cinemática diferencial queda descrita por la ecuación (2.2.24).

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L_1 \sin(\phi_1) & L_4 \sin(\phi_2) \\ L_1 \cos(\phi_1) & -L_4 \cos(\phi_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}_2 \end{bmatrix} \quad (2.2.24)$$

2.2.3. Control cinemático de velocidad

Considere el caso general de la cinemática diferencial de velocidad de un robot manipulador, dada por:

$$\dot{x} = J\dot{q} \quad (2.2.25)$$

Se desea realizar seguimiento de trayectoria en el espacio cartesiano y se considera como entrada de control de velocidad a,

$$\dot{q} = U \quad (2.2.26)$$

El controlador propuesto es un control proporcional basado en la cinemática diferencial de velocidad del robot (Craig, en [?]),

$$U = J^{-1} \left[\dot{x}_d - k(x - x_d) \right], \quad (2.2.27)$$

donde $U = [u_1 \ u_2 \dots u_n]^T$, J^{-1} es la inversa de la matriz Jacobiana, x_d y \dot{x}_d son los vectores de posición y velocidad deseados, $x_d = [x_d \ y_d]^T$ y $k = \text{diag}[k_{11} \ k_{22} \dots k_{nn}]$ es la matriz de ganancias del controlador.

Sustituyendo (2.2.27) en (2.2.25), se obtiene la dinámica en lazo cerrado, siendo la dinámica del error,

$$\dot{e} + ke \quad (2.2.28)$$

con $e = x - x_d$. La ecuación característica de la dinámica del error, es por lo tanto, $s + k = 0$. Para el diseño de las ganancias del controlador se propone que $k > 0$, para cumplir con la estabilidad de acuerdo a Hurwitz.

La ecuación (2.2.27) expresada en forma escalar, tiene dos controladores, u_1 y u_2 dados por,

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = J^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x}_d - k_{11}(x - x_d) \\ \dot{y}_d - k_{22}(y - y_d) \end{bmatrix} \quad (2.2.29)$$

2.3. Modelos dinámicos del mecanismo

Para encontrar la dinámica del mecanismo paralelogramo se hace uso de las ecuaciones de Euler-Lagrange, para esto se encuentran las energías cinética y potencial para cada uno de los eslabones. De acuerdo a las ecuaciones Euler-Lagrange, el Lagrangiano L está dado por: $L(q, \dot{q}) = \sum K - \sum V$, como la diferencia de la sumatoria de la energía cinética K y la energía potencial

V del sistema. Se define la coordenada generalizada $q=\phi_i$, con $i = 1, 2$; que son los desplazamientos angulares de los eslabones actuados L_1 y L_2 , y las fuerzas generalizadas $Q_i = \tau_i$ con $i = 1, 2$; que son los pares aplicados por los servomotores y D es la disipación de Rayleigh.

2.3.1. Modelo dinámico y propiedades

El mecanismo paralelogramo mostrado en la Figura 2.4 está compuesto principalmente por cuatro eslabones, el eslabón L_4 en uno de sus extremos tiene el efector final que es el medio de interacción con el usuario (vea la Figura 2.2). Mostraremos que, si los parámetros del manipulador satisfacen una relación simple, entonces las ecuaciones dinámicas del manipulador están desacopladas, de modo que al tener dinámica desacoplada hace que cada ecuación de la dinámica sea independiente, por lo que los ángulos ϕ_1 y ϕ_2 de estos dos eslabones motrices se pueden ajustar de manera independiente.

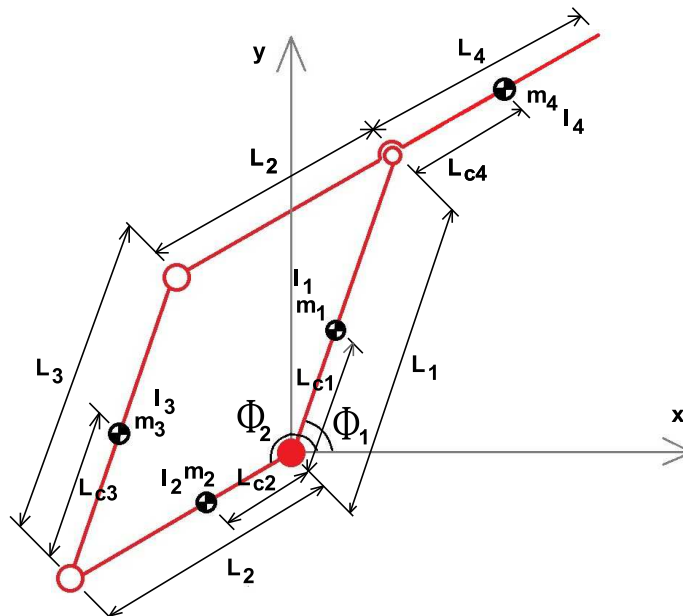


Figura 2.4: Esquemático del mecanismo paralelogramo.

La formulación de Euler-Lagrange parte de una función llamada Lagrangiano $L(\phi, \dot{\phi})$, definida como:

$$L(\phi, \dot{\phi}) = \sum K(\phi, \dot{\phi}) - \sum U(\phi) \quad (2.3.1)$$

La energía potencial del sistema es $V=0$, ya que como está en el plano xy no se ve afectado por la gravedad. Por consiguiente, el Lagrangiano de la parte mecánica del sistema en términos de la coordenada generalizada ϕ_i , está dado por:

$$L(\phi, \dot{\phi}) = \sum K(\phi, \dot{\phi})$$

Con $\sum K(\phi, \dot{\phi}) = k_1 + k_2 + k_3 + k_4$. La formulación de Euler-Lagrange se muestra a continuación.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \phi_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\phi}_i} = \tau_i \text{ con } i = 1, 2. \quad (2.3.2)$$

Considere que:

L_i es la longitud de los eslabones

m_i es la masa del eslabón L_i

I_i es el momento de inercia del centro de masa del eslabón L_i

L_{ci} es la distancia al centro de masa del eslabón L_i

con $i = 1, 2, 3, 4$.

Para calcular la energía cinética de cada uno de los eslabones considere la Figura 2.4.

Haremos uso de la proyección de vectores y del método analítico para suma de vectores o método de componentes rectangulares para calcular la energía cinética de cada eslabón. Para calcular la posición del centro de masa del eslabón L_1 considere la Figura 2.5.

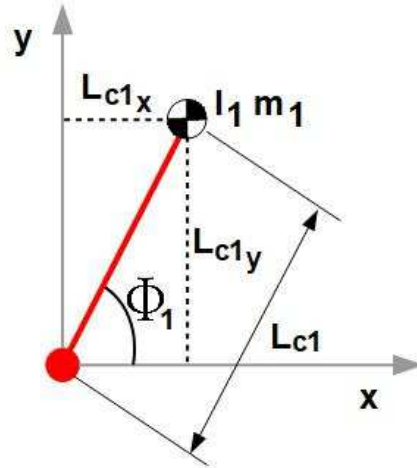


Figura 2.5: Esquemático del eslabón L_1 .

Las posiciones del centro de masa del eslabón L_1 son:

$$\begin{aligned} L_{c1x} &= L_{c1} \cos(\phi_1) \\ L_{c1y} &= L_{c1} \sin(\phi_1) \end{aligned} \quad (2.3.3)$$

Las velocidades lineales del centro de masa del eslabón L_1 son:

$$\begin{aligned} \dot{L}_{c1x} &= -L_{c1} \sin(\phi_1) \dot{\phi}_1 \\ \dot{L}_{c1y} &= L_{c1} \cos(\phi_1) \dot{\phi}_1 \end{aligned} \quad (2.3.4)$$

Las posiciones del centro de masa del eslabón L_2 son de acuerdo a la Figura 2.6.

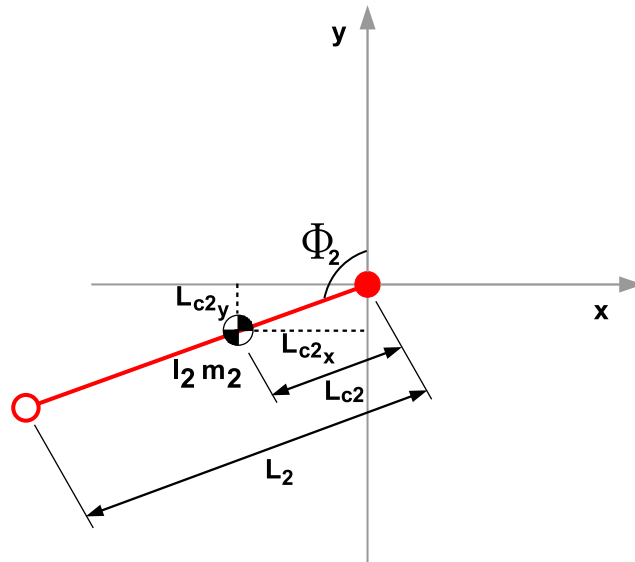


Figura 2.6: Esquemático del eslabón L_2 .

$$\begin{aligned} L_{c2x} &= -L_{c2} \cos(\phi_2) \\ L_{c2y} &= -L_{c2} \sin(\phi_2) \end{aligned} \quad (2.3.5)$$

Como se logra observar en la figura anterior, el ángulo ϕ_2 es mayor que 180° y menor que 270° , de tal forma que $\cos(\phi_2)$ siempre será negativo en ese rango, así que es válida la siguiente expresión,

$$\begin{aligned} L_{c2x} &= L_{c2} \cos(\phi_2) \\ L_{c2y} &= L_{c2} \sin(\phi_2) \end{aligned} \quad (2.3.6)$$

Las velocidades lineales del centro de masa del eslabón L_2 son:

$$\begin{aligned}\dot{L}_{c2x} &= -L_{c2} \sin(\phi_2) \dot{\phi}_2 \\ \dot{L}_{c2y} &= L_{c2} \cos(\phi_2) \dot{\phi}_2\end{aligned}\quad (2.3.7)$$

Considere la Figura 2.7 para obtener las posiciones del centro de masa del eslabón L_3 , así mismo recordando que L_3 es paralelo a L_1 y haciendo uso de un sistema de referencia auxiliar $x' - y'$, se suman los vectores $L_2 + L_{c3}$ para establecer las posiciones del centro de masa del eslabón L_3 .

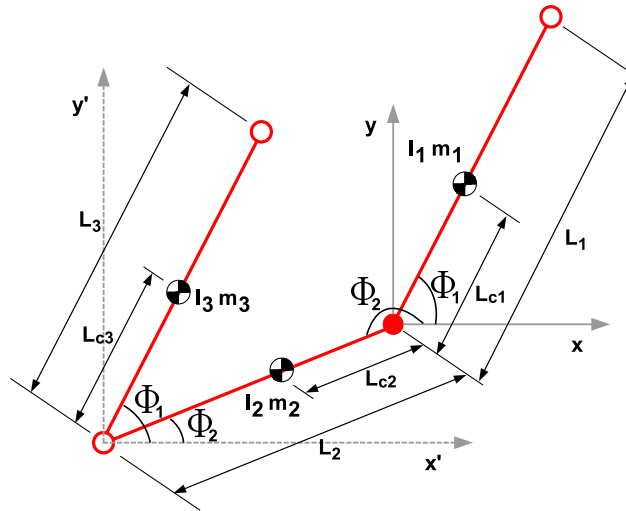


Figura 2.7: Esquemático del eslabón L_3 .

Para el vector L_2 se tiene:

$$\begin{aligned}L_{2x} &= L_2 \cos(\phi_2) \\ L_{2y} &= L_2 \sin(\phi_2)\end{aligned}\quad (2.3.8)$$

Y para el vector L_{c3} se tiene:

$$\begin{aligned} L_{c3x} &= L_{c3x} \cos(\phi_1) \\ L_{c3y} &= L_{c3x} \sin(\phi_1) \end{aligned} \quad (2.3.9)$$

Sumando $L_2 + L_{c3}$ se tiene:

$$\begin{aligned} L_{c3xT} &= L_{c3} \cos(\phi_1) + L_2 \cos(\phi_2) \\ L_{c3yT} &= L_{c3} \sin(\phi_1) + L_2 \sin(\phi_2) \end{aligned} \quad (2.3.10)$$

Las velocidades lineales del centro de masa del eslabón L_3 son:

$$\begin{aligned} \dot{L}_{c3xT} &= -L_{c3} \sin(\phi_1) \dot{\phi}_1 - L_2 \sin(\phi_2) \dot{\phi}_2 \\ \dot{L}_{c3yT} &= L_{c3} \cos(\phi_1) \dot{\phi}_1 + L_2 \cos(\phi_2) \dot{\phi}_2 \end{aligned} \quad (2.3.11)$$

Para obtener las posiciones del centro de masa del eslabón L_4 considere la Figura 2.8, se hace suma de vectores de $L_1 + L_{c4}$:

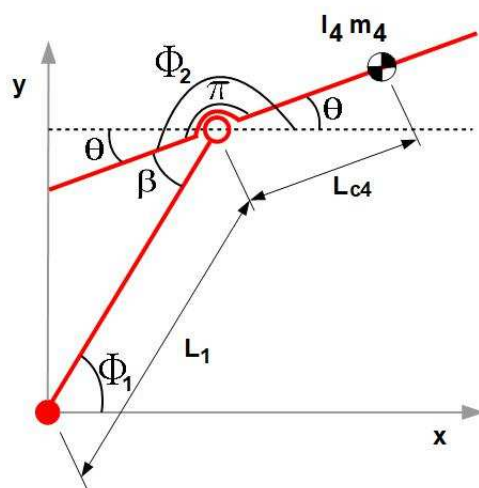


Figura 2.8: Esquemático del eslabón L_4 .

Para el vector L_4 se tiene:

$$\begin{aligned} L_{c4x} &= L_{c4} \cos(\theta) \\ L_{c4y} &= L_{c4} \sin(\theta) \end{aligned} \quad (2.3.12)$$

Para el vector L_1 se tiene:

$$\begin{aligned} L_{1x} &= L_1 \cos(\phi_1) \\ L_{1y} &= L_1 \sin(\phi_1) \end{aligned} \quad (2.3.13)$$

Sumando ambos vectores obtenemos:

$$\begin{aligned} L_{c4xT} &= L_1 \cos(\phi_1) + L_{c4} \cos(\theta) \\ L_{c4yT} &= L_1 \sin(\phi_1) + L_{c4} \sin(\theta) \end{aligned} \quad (2.3.14)$$

Pero recordando que $\theta = \phi_2 - \pi$:

$$\begin{aligned} L_{c4xT} &= L_1 \cos(\phi_1) + L_{c4} \cos(\phi_2 - \pi) \\ L_{c4yT} &= L_1 \sin(\phi_1) + L_{c4} \sin(\phi_2 - \pi) \end{aligned} \quad (2.3.15)$$

Y también recordando la ecuación (2.2.19) y (2.2.20) tenemos:

$$\begin{aligned} L_{c4xT} &= L_{c1} \cos(\phi_1) - L_{c4} \cos(\phi_2) \\ L_{c4yT} &= L_{c1} \sin(\phi_1) - L_{c4} \sin(\phi_2) \end{aligned} \quad (2.3.16)$$

Las velocidades lineales del centro de masa del eslabón L_4 son:

$$\begin{aligned} \dot{L}_{c4xT} &= -L_1 \sin(\phi_1) \dot{\phi}_1 + L_{c4} \sin(\phi_2) \dot{\phi}_2 \\ \dot{L}_{c4yT} &= L_1 \cos(\phi_1) \dot{\phi}_1 - L_{c4} \cos(\phi_2) \dot{\phi}_2 \end{aligned} \quad (2.3.17)$$

Ahora encontraremos la energía cinética para cada uno de los eslabones. La energía cinética está dada por $k_i = \frac{1}{2}m_i v_i^2 + \frac{1}{2}I_i \dot{w}_i^2$ siendo w_i la velocidad angular del centro de masa del eslabón L_i con $i = 1, 2, 3, 4$. Sabiendo que la

norma de un vector está dada por $\|v\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n v_i^2}$ y aplicando la identidad Pitagórica $\cos^2(\phi) + \sin^2(\phi) = 1$. Obteniendo la norma para cada una de las velocidades lineales del centro de masa de los eslabones L_1 , L_2 , L_3 y L_4 se tiene:

$$\begin{aligned}
\|v_{c1}\| &= \sqrt{(-L_{c1} \sin(\phi_1) \dot{\phi}_1)^2 + (L_{c1} \cos(\phi_1) \dot{\phi}_1)^2} \\
\|v_{c1}\| &= \sqrt{L_{c1}^2 \sin^2(\phi_1) \dot{\phi}_1^2 + L_{c1}^2 \cos^2(\phi_1) \dot{\phi}_1^2} \\
\|v_{c1}\| &= \sqrt{L_{c1}^2 \dot{\phi}_1^2 [\sin^2(\phi_1) + \cos^2(\phi_1)]} \\
\|v_{c1}\|^2 &= L_{c1}^2 \dot{\phi}_1^2
\end{aligned} \tag{2.3.18}$$

Así, la energía cinética para el eslabón L_1 está dada por:

$$k_1 = \frac{1}{2} m_1 L_{c1}^2 \dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2} I_1 \dot{\phi}_1^2 \tag{2.3.19}$$

De igual forma se obtiene la norma para el vector de velocidad lineal del centro de masa del eslabón L_2 :

$$\begin{aligned}
\|v_{c2}\| &= \sqrt{(-L_{c2} \sin(\phi_2) \dot{\phi}_2)^2 + (L_{c2} \cos(\phi_2) \dot{\phi}_2)^2} \\
\|v_{c2}\| &= \sqrt{L_{c2}^2 \sin^2(\phi_2) \dot{\phi}_2^2 + L_{c2}^2 \cos^2(\phi_2) \dot{\phi}_2^2} \\
\|v_{c2}\| &= \sqrt{L_{c2}^2 \dot{\phi}_2^2 [\sin^2(\phi_2) + \cos^2(\phi_2)]} \\
\|v_{c2}\|^2 &= L_{c2}^2 \dot{\phi}_2^2
\end{aligned} \tag{2.3.20}$$

Así, la energía cinética para el eslabón L_2 está dada por:

$$k_2 = \frac{1}{2} m_2 L_{c2}^2 \dot{\phi}_2^2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{\phi}_2^2 \tag{2.3.21}$$

Para el eslabón L_3 se tiene:

$$\|v_{c3}\| = \sqrt{(-L_{c3} \sin(\phi_1)\dot{\phi}_1 - L_2 \sin(\phi_2)\dot{\phi}_2)^2 + (L_{c3} \cos(\phi_1)\dot{\phi}_1 + L_2 \cos(\phi_2)\dot{\phi}_2)^2}$$

Desarrollando los binomios cuadrados tenemos:

$$\|v_{c3}\| = \sqrt{m^2 + 2mn + n^2 + l^2 + 2lp + p^2} \quad (2.3.22)$$

donde:

$$\begin{aligned} m &= -L_{c3} \sin(\phi_1)\dot{\phi}_1 \\ n &= -L_2 \sin(\phi_2)\dot{\phi}_2 \\ l &= L_{c3} \cos(\phi_1)\dot{\phi}_1 \\ p &= L_2 \cos(\phi_2)\dot{\phi}_2 \end{aligned}$$

Haciendo uso de la identidad Pitagórica $\cos^2(\phi) + \sin^2(\phi) = 1$ y trigonométrica $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) \mp \sin(\alpha)\sin(\beta)$ tenemos:

$$\begin{aligned} \|v_{c3}\| &= \sqrt{L_{c3}^2 \dot{\phi}_1^2(q) + 2L_{c3}L_2 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2(r) + L_2^2 \dot{\phi}_2^2(s)} \\ \|v_{c3}\| &= \sqrt{L_{c3}^2 \dot{\phi}_1^2 + 2L_{c3}L_2 \cos(\phi_1 - \phi_2) \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 + L_2^2 \dot{\phi}_2^2} \\ \|v_{c3}\|^2 &= L_{c3}^2 \dot{\phi}_1^2 + 2L_{c3}L_2 \cos(\phi_1 - \phi_2) \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 + L_2^2 \dot{\phi}_2^2 \quad (2.3.23) \end{aligned}$$

donde,

$$q = [\sin^2(\phi_1) + \cos^2(\phi_1)] \quad (2.3.24)$$

$$r = [\sin(\phi_1)\sin(\phi_2) + \cos(\phi_1)\cos(\phi_2)] \quad (2.3.25)$$

$$s = [\sin^2(\phi_2) + \cos^2(\phi_2)] \quad (2.3.26)$$

Así, la energía cinética para el eslabón L_3 está dada por:

$$k_3 = \frac{1}{2}m_3[L_{c3}^2\dot{\phi}_1^2 + 2L_{c3}L_2 \cos(\phi_1 - \phi_2)\dot{\phi}_1\dot{\phi}_2 + L_2^2\dot{\phi}_2^2] + \frac{1}{2}I_3\dot{\phi}_1^2 \quad (2.3.27)$$

La norma para el vector de velocidad lineal del centro de masa del eslabón L_4 es:

$$\|v_{c4}\| = \sqrt{(-L_1 \sin(\phi_1)\dot{\phi}_1 + L_{c4} \sin(\phi_2)\dot{\phi}_2)^2 + (L_1 \cos(\phi_1)\dot{\phi}_1 - L_{c4} \cos(\phi_2)\dot{\phi}_2)^2}$$

Desarrollando los binomios cuadrados tenemos:

$$\|v_{c4}\| = \sqrt{t^2 + 2tu + u^2 + v^2 + 2vw + w^2} \quad (2.3.28)$$

donde,

$$\begin{aligned} t &= -L_1 \sin(\phi_1)\dot{\phi}_1 \\ u &= L_{c4} \sin(\phi_2)\dot{\phi}_2 \\ v &= (L_1 \cos(\phi_1)\dot{\phi}_1 \\ w &= -L_{c4} \cos(\phi_2)\dot{\phi}_2 \end{aligned}$$

Aplicando la identidad Pitagórica $\cos^2(\phi) + \sin^2(\phi) = 1$ y trigonométrica $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) \mp \sin(\alpha)\sin(\beta)$ y recordando de las ecuaciones (2.3.24), (2.3.25) y (2.3.26) se tiene:

$$\begin{aligned} \|v_{c4}\| &= \sqrt{L_1^2\dot{\phi}_1^2 - 2L_1L_{c4}\dot{\phi}_1\dot{\phi}_2 \cos(\phi_1 - \phi_2) + L_{c4}^2\dot{\phi}_2^2} \\ \|v_{c4}\| &= \sqrt{L_1^2\dot{\phi}_1^2 - 2L_1L_{c4}\dot{\phi}_1\dot{\phi}_2 \cos(\phi_1 - \phi_2) + L_{c4}^2\dot{\phi}_2^2} \\ \|v_{c4}\|^2 &= L_1^2\dot{\phi}_1^2 - 2L_1L_{c4}\dot{\phi}_1\dot{\phi}_2 \cos(\phi_1 - \phi_2) + L_{c4}^2\dot{\phi}_2^2 \quad (2.3.29) \end{aligned}$$

De donde la energía potencial para el eslabón L_4 está dada por:

$$k_4 = \frac{1}{2}m_4[L_1^2\dot{\phi}_1^2 - 2L_1L_{c4}\cos(\phi_1 - \phi_2)\dot{\phi}_1\dot{\phi}_2 + L_{c4}^2\dot{\phi}_2^2] + \frac{1}{2}I_4\dot{\phi}_2^2 \quad (2.3.30)$$

Así, la energía cinética total es:

$$\begin{aligned} L = K = & \frac{1}{2}m_1L_{c1}^2\dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2}I_1\dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2}m_2L_{c2}^2\dot{\phi}_2^2 + \frac{1}{2}I_2\dot{\phi}_2^2 + \frac{1}{2}m_3[L_{c3}^2\dot{\phi}_1^2 + \\ & 2L_{c3}L_2\cos(\phi_1 - \phi_2)\dot{\phi}_1\dot{\phi}_2 + L_2^2\dot{\phi}_2^2] + \frac{1}{2}I_3\dot{\phi}_1^2 + \\ & \frac{1}{2}m_4[L_1^2\dot{\phi}_1^2 - 2L_1L_{c4}\dot{\phi}_1\dot{\phi}_2\cos(\phi_1 - \phi_2) + L_{c4}^2\dot{\phi}_2^2] + \frac{1}{2}I_4\dot{\phi}_2^2 \end{aligned} \quad (2.3.31)$$

Se emplea la función de disipación de Rayleigh denotada por D (*ver* Goldstein en [?]) para describir la energía disipativa del sistema, producida por la dinámica lineal de los rodamientos de las uniones de los eslabones en donde c_{11} , c_{12} , c_{13} y c_{14} representan los coeficientes de fricción viscosa debido a los rodamientos, a los ejes transmisores de potencia y a las flechas de los servomotores.

$$D_{11} = \frac{1}{2}(c_{11} + c_{13})\dot{\phi}_1^2 \quad (2.3.32)$$

$$D_{22} = \frac{1}{2}(c_{12} + c_{14})\dot{\phi}_2^2 \quad (2.3.33)$$

La ecuación completa de Euler-Lagrange para la parte mecánica del sistema, incluyendo la función de disipación de Rayleigh y está dada por:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial \phi_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\phi}_i} = \tau_i \text{ con } i = 1, 2. \quad (2.3.34)$$

De acuerdo a la ecuación (2.3.34), obtenemos cada uno de los términos. Si consideramos que,

$$\eta = (m_3L_{c3}L_2 - m_4L_1L_{c4})$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_1} = (m_1 L_{c1}^2 + I_1 + m_3 L_{c3}^2 + I_3 + m_4 L_1^2) \dot{\phi}_1 + \eta \cos(\phi_1 - \phi_2) \dot{\phi}_2 \quad (2.3.35)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_1} \right) &= (m_1 L_{c1}^2 + I_1 + m_3 L_{c3}^2 + I_3 + m_4 L_1^2) \ddot{\phi}_1 + \eta \cos(\phi_1 - \phi_2) \ddot{\phi}_2 \\ &\quad - \eta \sin(\phi_1 - \phi_2) (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2) \dot{\phi}_2 \end{aligned} \quad (2.3.36)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_1} = -m_3 L_{c3} L_2 \sin(\phi_1 - \phi_2) \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 + m_4 L_1 L_{c4} \sin(\phi_1 - \phi_2) \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 \quad (2.3.37)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_2} = \eta \cos(\phi_1 - \phi_2) \dot{\phi}_1 + (m_2 L_{c2}^2 + I_2 + m_3 L_2^2 + m_4 L_{c4}^2 + I_4) \dot{\phi}_2 \quad (2.3.38)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_2} \right) &= \eta \cos(\phi_1 - \phi_2) \ddot{\phi}_1 - \eta \sin(\phi_1 - \phi_2) (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2) \dot{\phi}_1 + \\ &\quad (m_2 L_{c2}^2 + I_2 + m_3 L_2^2 + m_4 L_{c4}^2 + I_4) \ddot{\phi}_2 \end{aligned} \quad (2.3.39)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_2} = \eta \sin(\phi_1 - \phi_2) \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 \quad (2.3.40)$$

$$\frac{\partial D_{11}}{\partial \dot{\phi}_1} = (c_{11} + c_{13}) \dot{\phi}_1 \quad (2.3.41)$$

$$\frac{\partial D_{12}}{\partial \dot{\phi}_2} = (c_{12} + c_{14}) \dot{\phi}_2 \quad (2.3.42)$$

Con $c_{e11} = (c_{11} + c_{13})$ y $c_{e21} = (c_{12} + c_{14})$ y sustituyendo las ecuaciones anteriores en la ecuación (2.3.34) se obtienen las ecuaciones de movimiento tomando en cuenta la disipación de Rayleigh (*ver* [?] y [?]).

Si $\mu = m_1 L_{c1}^2 + I_1 + m_3 L_{c3}^2 + I_3 + m_4 L_1^2$, $\rho = m_2 L_{c2}^2 + I_2 + m_3 L_2^2 + m_4 L_{c4}^2 + I_4$, $\epsilon = c_{e11} \dot{\phi}_1 + f_{c1} \text{sign}(\dot{\phi}_1)$ y $\varepsilon = c_{e21} \dot{\phi}_2 + f_{c2} \text{sign}(\dot{\phi}_2)$, entonces se tiene que:

$$(\mu) \ddot{\phi}_1 + (\eta) \cos(\phi_1 - \phi_2) \ddot{\phi}_2 + (\eta) \sin(\phi_1 - \phi_2) \dot{\phi}_2^2 + \epsilon = \tau_1 \quad (2.3.43)$$

$$(\eta) \cos(\phi_1 - \phi_2) \ddot{\phi}_1 + (\varrho) \ddot{\phi}_2 - (\eta) \sin(\phi_1 - \phi_2) \dot{\phi}_1^2 + \varepsilon = \tau_2 \quad (2.3.44)$$

Observe que en ambas ecuaciones se encuentran presentes ϕ_1 y ϕ_2 lo cual indica que las ecuaciones están acopladas, es decir, ϕ_1 depende de ϕ_2 y viceversa.

2.3.2. Dinámica desacoplada y propiedades

El desacople del dispositivo háptico es de interés, ya que así se pueden controlar a los servomotores de manera independiente, lo cual ayuda a que sea relativamente más fácil la implementación de controladores, entre otras cosas. De las ecuaciones (2.3.43) y (2.3.44) se observa que para que ocurra el desacople del dispositivo háptico, se tendría que cumplir la siguiente condición,

$$(m_3 L_{c3} L_2 - m_4 L_1 L_{c4}) = 0 \quad (2.3.45)$$

Para ello, solo se requiere encontrar a L_{c3} y L_{c4} debido a que el resto de los parámetros son conocidos. Para poder realizar el desacople del dispositivo háptico y calcular el momento de inercia de cada eslabón se recurrió al teorema de los ejes paralelos, ya que éste permite determinar el momento de inercia de un objeto compuesto cuando se conocen los momentos de inercia de sus partes (*ver* Bedford, en [?]). Si consideramos a los eslabones L_3 y L_4 como objetos simples, es decir, sin la pesa, entonces su centro de masa se localiza en $\frac{1}{2}L_3$ y $\frac{1}{2}L_4$, respectivamente, esto debido a que el material del que están hechos los eslabones está uniformemente distribuido y a que guardan simetría. Se considera a los eslabones como objetos compuestos cuando se le agrega la pesa para modificar su centro de masa.

En la Figura 2.9 se observa al objeto, compuesto del eslabón L_4 con masa $m_4=0.18 \text{ kg}$ y una pesa con una masa $m_p=0.059440 \text{ kg}$ y radio $r=0.01 \text{ m}$, del cual se determinará su centro de masa L_{c4} y después su momento de inercia de masa respecto al eje L que pasa por su centro de masa.

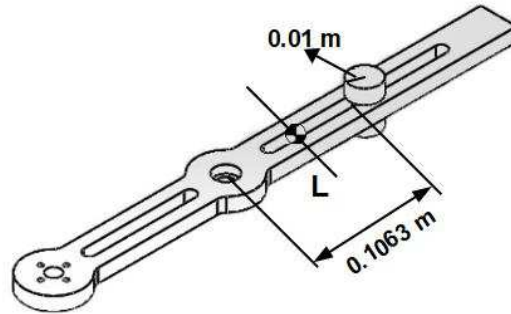


Figura 2.9: Eje L perpendicular al eslabón y a la pesa.

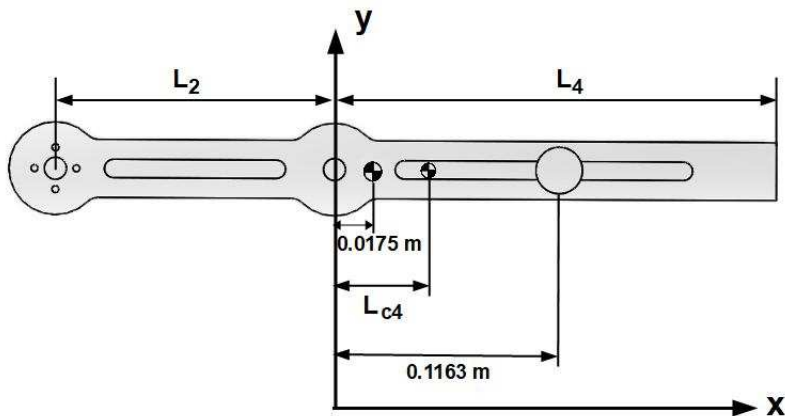


Figura 2.10: Coordenada L_{c4} del centro de masa del objeto compuesto.

En la Figura 2.10 se observa al eslabón L_4 con la pesa colocada a una distancia del origen del sistema de referencia de 0.1163 m .

La ecuación (2.3.46) será utilizada para encontrar las distancias L_{c3} y L_{c4} al centro de masa de los eslabones L_3 y L_4 , respectivamente.

$$\bar{x} = \frac{x_{cmL_i} * m_{L_i} + x_{pL_i} * m_p}{(m_{L_i} + m_p)} \quad (2.3.46)$$

En donde x_{cmL_i} es la distancia al centro de masa de los eslabones L_i , m_{L_i} es la masa de los eslabones L_i , x_{pL_i} es la distancia desde el origen del sistema de referencia del eslabón a la posición de la pesa en los eslabones L_i y \bar{x} es la distancia al centro de masa del objeto compuesto.

Para el eslabón L_4 se tiene:

$$\bar{x} = \frac{x_{cmL_4} * m_{L_4} + x_{pL_4} * m_p}{(m_{L_4} + m_p)} \quad (2.3.47)$$

Se coloca la pesa a una distancia del sistema de referencia xy de $x_{pL_4}=0.1063 m + 0.01 m=0.1163 m$ (véase la Figura 2.10) y una distancia al centro de masa del eslabón L_4 de $x_{cmL_4}=0.0175 m$. Sustituyendo en la ecuación (2.3.47) se obtiene la distancia al centro de masa L_{c4} ,

$$\begin{aligned} \bar{x} &= L_{c4} = \frac{(0.0175 m)(0.18 kg) + (0.1063 m + 0.01 m)(0.059440 kg)}{(0.18 + 0.059440) kg} \\ &= 0.04201428 m \end{aligned}$$

De acuerdo a las Figuras 2.9 y 2.11, se procede a determinar los momentos de inercia del eslabón y de la pesa. La distancia desde el centro de masa del eslabón hasta el centro de masa del objeto compuesto es $0.024514 m$. Por lo tanto, el momento de inercia del eslabón respecto al eje L es:

$$I_{L4} = \frac{1}{12}(0.18 kg)(0.1063 m)^2 + (0.18 kg)(0.024514 m)^2 = 2.776638 \times 10^{-4} kgm^2$$

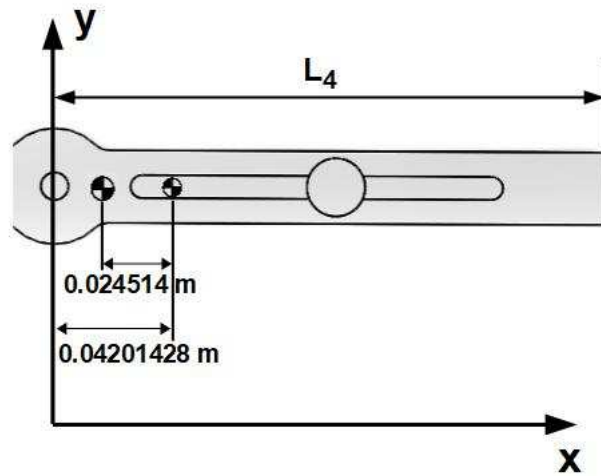


Figura 2.11: Distancia desde L hasta el centro de masa del eslabón.

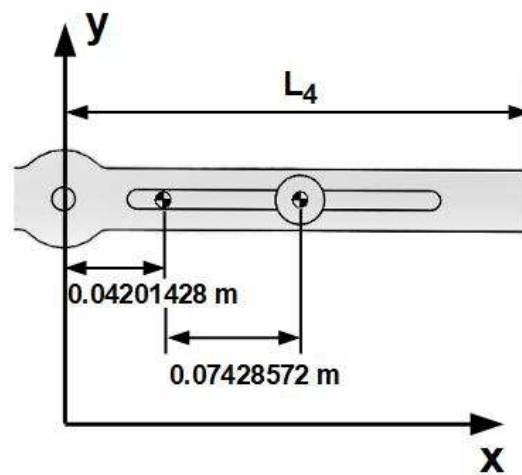


Figura 2.12: Distancia desde L hasta el centro de masa de la pesa.

La distancia desde el centro de masa de la pesa hasta el centro de masa

del elemento compuesto es de 0.07428572 m como se observa en la Figura 2.12.

$$I_{\text{pesa}L_4} = \frac{1}{12}(0.059440 \text{ kg})(0.01 \text{ m})^2 + (0.059440 \text{ kg})(0.07428572 \text{ m})^2 = 3.285071 \times 10^{-4} \text{ kgm}^2$$

El momento de inercia del objeto compuesto respecto a L es,

$$I_4 = I_{L_4} + I_{\text{pesa}L_4} = 6.061709 \times 10^{-4} \text{ kgm}^2$$

En la Figura 2.13 se observa al objeto, compuesto del eslabón L_3 con masa $m_3 = 0.12 \text{ kg}$, una pesa de masa $m_p = 0.059440 \text{ kg}$ y radio $r=0.01 \text{ m}$, del cual se determinará su centro de masa L_{c_3} del objeto compuesto y después su momento de inercia de masa respecto al eje L que pasa por su centro de masa.

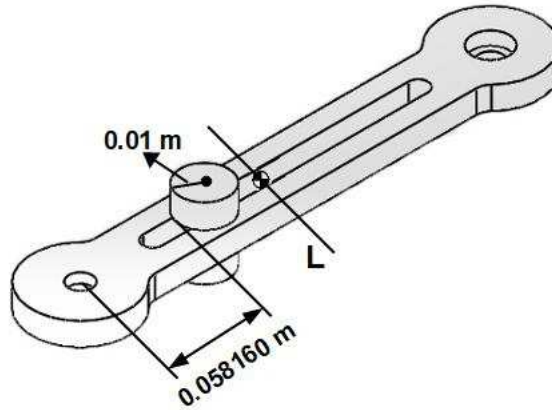


Figura 2.13: Eje L perpendicular al eslabón y a la pesa.

De la ecuación (2.3.45) se tiene que $m_3 L_{c_3} L_2 = m_4 L_1 L_{c_4}$, interesa conocer la masa total de los eslabones considerando la masa propia del eslabón más la masa de la pesa añadida; así se tiene que para el eslabón L_4 la masa total

es $m_4 = m_4 + m_p$ y para el eslabón L_3 la masa total es $m_3 = m_3 + m_p$. Así se tiene que:

$$\begin{aligned} m_4 &= (0.18 + 0.059440)kg = 0.23944 kg \\ m_3 &= (0.12 + 0.059440)kg = 0.17944 kg \end{aligned} \quad (2.3.48)$$

Una vez obtenidos estos valores de masa, se procede a obtener un factor de ganancia k , formado por los parámetros conocidos, teniendo así:

$$\begin{aligned} \kappa &= \frac{m_3 L_2}{m_4 L_1}, \\ \kappa &= \frac{(0.17944 kg)(0.12 m)}{(0.23944 kg)(0.17 m)} = 0.528999 \end{aligned} \quad (2.3.49)$$

De tal forma que la distancia al centro de masa del objeto compuesto L_{c3} está dado por:

$$\bar{x} = L_{c3} = \frac{L_{c4}}{\kappa} = \frac{0.04201428 m}{0.528999} = 0.079422 m \quad (2.3.50)$$

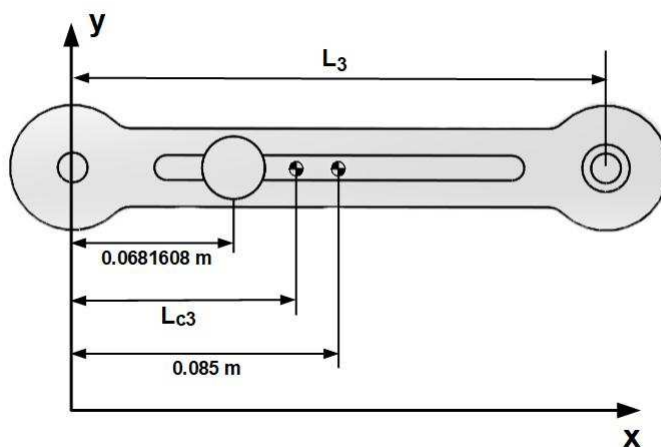


Figura 2.14: Coordenada L_{c3} del centro de masa del objeto compuesto.

En la ecuación (2.3.50) se obtuvo el valor para L_{c3} y de la ecuación (2.3.51) se despeja la posición x_{pL_3} de la pesa en el eslabón L_3 .

$$\bar{x} = \frac{x_{cmL_3} * m_3 + x_{pL_3} * m_p}{(m_3 + m_p)} \quad (2.3.51)$$

Con una distancia al centro de masa del eslabón $x_{cmL_3}=0.085 \text{ m}$, se tiene:

$$\begin{aligned} x_{pL_3} &= \frac{\bar{x}(m_3 + m_p) - (x_{cmL_3})(m_3)}{m_p} \\ x_{pL_3} &= \frac{0.079422 \text{ m}(0.12 + 0.059440)kg - (0.085 \text{ m})(0.12 \text{ kg})}{0.059440 \text{ kg}} = 0.0681608 \text{ m} \end{aligned}$$

De acuerdo a las Figuras 2.13 y 2.14, se procede a determinar los momentos de inercia del eslabón L_3 y de la pesa. La distancia desde el centro de masa del eslabón hasta el centro de masa del objeto compuesto es 0.005578 m como se observa en la Figura 2.15. Por lo tanto, el momento de inercia del eslabón respecto a L es:

$$I_{L_3} = \frac{1}{12}(0.12 \text{ kg})(0.058160 \text{ m})^2 + (0.12 \text{ kg})(0.005578 \text{ m})^2 = 3.755954 \times 10^{-5} \text{ kgm}^2$$

La distancia desde el centro de masa de la pesa hasta el centro de masa del elemento compuesto es de 0.0112612 m como se observa en la Figura 2.16.

$$I_{pесаL_3} = \frac{1}{12}(0.059440 \text{ kg})(0.01 \text{ m})^2 + (0.059440 \text{ kg})(0.0112612 \text{ m})^2$$

$$I_{pесаL_3} = 8.0331946 \times 10^{-6} \text{ kgm}^2$$

El momento de inercia del objeto compuesto respecto a L es,

$$I_3 = I_{L_3} + I_{pесаL_3} = 4.559273 \times 10^{-5} \text{ kgm}^2$$

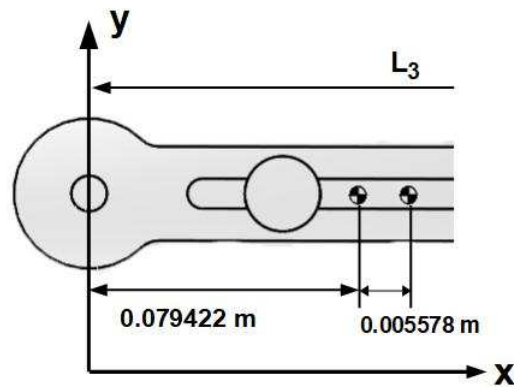


Figura 2.15: Distancia desde L hasta el centro de masa del eslabón.

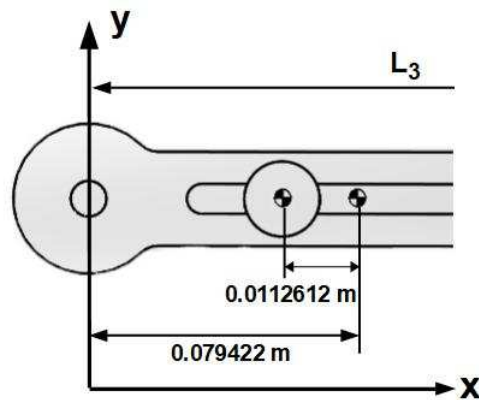


Figura 2.16: Distancia desde L hasta el centro de masa de la pesa.

Ahora sustituyendo los datos obtenidos en la ecuación (2.3.45), se tiene que,

$$(0.17944\text{ kg} * 0.079422\text{ m} * 0.12\text{ m} - 0.23944\text{ kg} * 0.17\text{ m} * 0.04201428\text{ m}) =$$

$$0.000000004822944 = 4.822944 \times 10^{-9}$$

Como se observa el resultado es muy cercano a cero, de tal forma que se puede decir que se ha logrado el desacoplamiento del dispositivo háptico. A continuación, se muestra el modelo dinámico desacoplado en su forma canónica matricial dado por:

$$D(q)\ddot{q} + F(\dot{q}) = \tau, \quad q = [q_1 \ q_2]^T = [\phi_1 \ \phi_2]^T \quad (2.3.52)$$

Donde $D(q)$ es una matriz diagonal de $n \times n$ a la que se le conoce como *matriz de masas*, $F(\dot{q})$ es un vector de n elementos y son los pares debido a las fricciones, q es el vector de los desplazamientos angulares de los eslabones actuados y τ es el vector de pares aplicados por los servomotores.

$$D(q) = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix}, \quad F(\dot{q}) = \begin{bmatrix} c_{11} \\ c_{21} \end{bmatrix}, \quad \tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \quad (2.3.53)$$

Con

$$\begin{aligned} d_{11} &= (m_1 L_{c1}^2 + I_1 + m_3 L_{c3}^2 + I_3 + m_4 L_1^2) \\ d_{12} &= d_{21} = 0 \\ d_{22} &= (m_2 L_{c2}^2 + I_2 + m_3 L_2^2 + m_4 L_{c4}^2 + I_4) \\ c_{11}(\dot{\phi}_1) &= c_{e11} \dot{\phi}_1 + f_{c1} \text{sign}(\dot{\phi}_1) \\ c_{21}(\dot{\phi}_2) &= c_{e21} \dot{\phi}_2 + f_{c2} \text{sign}(\dot{\phi}_2) \end{aligned}$$

A continuación, se muestran las ecuaciones desacopladas.

$$d_{11}\ddot{\phi}_1 + c_{11}(\dot{\phi}_1) = \tau_1 \quad (2.3.54)$$

$$d_{22}\ddot{\phi}_2 + c_{21}(\dot{\phi}_2) = \tau_2 \quad (2.3.55)$$

Note como la ecuación (2.3.54) depende solamente de ϕ_1 , de manera similar sucede con la ecuación (2.3.55) que depende solo de ϕ_2 . Por lo tanto, si

la relación (2.3.45) se satisface, el manipulador de la Figura 2.4 se describe mediante el conjunto de dichas ecuaciones desacopladas.

Propiedades del dispositivo háptico

Las ecuaciones (2.3.54) y (2.3.55) pueden reescribirse en unas ecuaciones diferenciales lineales de primer orden. Definiendo las variables de estado como: $x_1 = \phi_1$, $x_2 = \dot{\phi}_1$; $x_3 = \phi_2$, $x_4 = \dot{\phi}_2$; considerando los pares de los actuadores τ_1 , τ_2 como la señal de entrada $u_1(t) = \tau_1$, $u_2(t) = \tau_2$, y teniendo en cuenta que:

$$\begin{aligned} d_{11} &= (m_1 L_{c1}^2 + I_1 + m_3 L_{c3}^2 + I_3 + m_4 L_1^2) \\ d_{22} &= (m_2 L_{c2}^2 + I_2 + m_3 L_2^2 + m_4 L_{c4}^2 + I_4) \end{aligned}$$

Además que las ecuaciones (2.3.54) y (2.3.55) son independientes, se tienen dos representaciones en el espacio de estados. De acuerdo a las variables de estado definidas anteriormente, una representación en el espacio de estado de la dinámica del dispositivo háptico, puede estar dada por:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + Bu_1(t) \quad (2.3.56)$$

donde $\mathbf{x}(t) = [x_1, x_2]^T \in \mathbb{R}^2$, $u_1(t) \in \mathbb{R}$, $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$; $B, \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$; y

$$A_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{c_{e1}}{b} \end{bmatrix}, \quad B_{11} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{b} \end{bmatrix}. \quad (2.3.57)$$

y

$$A_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{c_{e2}}{c} \end{bmatrix}, \quad B_{21} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{c} \end{bmatrix}. \quad (2.3.58)$$

Un sistema es controlable en el tiempo t_0 si se puede llevar de cualquier estado inicial $x(t_0)$ a cualquier otro estado mediante un vector de control

sin restricciones en un intervalo de tiempo finito. Así también, un sistema es observable en el tiempo t_0 si, con el sistema en el estado $x(t_0)$, es posible determinar este estado a partir de la observación de la salida durante un intervalo de tiempo finito.

R. Kalman introdujo los conceptos de controlabilidad y observabilidad en sistemas dinámicos lineales, que son propiedades importantes en el diseño de sistemas de control en el espacio de estados. Aunque la mayor parte de los sistemas físicos son controlables y observables, los modelos matemáticos correspondientes tal vez no posean la propiedad de controlabilidad y observabilidad. En este caso, es necesario conocer las condiciones bajo las cuales un sistema es controlable y observable.

Controlabilidad

Un sistema lineal de una entrada y una salida descrito mediante la ecuación de estado $\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + Bu$, es de estado completamente controlable si y sólo si los vectores $B, AB, \dots, A^{n-1}B$ son linealmente independientes, o la matriz de $n \times n$,

$$C_k = [B \ : \ AB \ : \ \dots \ : \ A^{n-1}B], \quad (2.3.59)$$

es de rango n . La matriz se denomina, por lo común, *matriz de controlabilidad*.

De acuerdo a las ecuaciones (2.3.57) y (2.3.58) las matrices de controlabilidad están dadas por: $C_{ki} = [B, AB]$,

$$C_{k1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{b} \\ \frac{1}{b} & -\frac{c_{e1}}{b^2} \end{bmatrix}, \text{ y } C_{k2} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{c} \\ \frac{1}{c} & -\frac{c_{e2}}{c^2} \end{bmatrix} \quad (2.3.60)$$

El determinante de las matrices de controlabilidad son: $\det C_{k1} = -\frac{1}{b^2}$ y $\det C_{k2} = -\frac{1}{c^2}$, son no singular; y por tanto, el rango $C_{ki} = 2$. Por lo que los sistemas son de *estado completamente controlable*.

Observabilidad

El concepto de observabilidad es útil al resolver el problema de reconstruir variables de estado no medibles, a partir de variables que sí lo son en el tiempo mínimo posible (*ver* [?]). Dado un sistema lineal descrito mediante la ecuación de estado $\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x}$ y la ecuación de salida $y = Cx$, es completamente observable si el estado $x(t_0)$ se determina a partir de la observación de $y(t)$ durante un intervalo de tiempo finito, $t_0 \leq t \leq t_1$. Por tanto, el sistema es completamente observable si y sólo si la matriz $n \times nm$,

$$O_k = [C^T : A^T C^T : \dots : (A^T)^{n-1} C^T], \quad (2.3.61)$$

es de rango n , o tiene n vectores columna linealmente independientes. Esta matriz se denomina *matriz de observabilidad*.

De acuerdo a las ecuaciones (2.3.57) y (2.3.58) las matrices de observabilidad se obtienen mediante $O_{ki} = [C^T, A^T C^T]$, considerando como salida al desplazamiento angular ϕ_i de los motores, $y = Cz_i = z_i$, $C = [1 \ 0]$; con $i = 1, 2$. Por tanto, la matriz de observabilidad es,

$$O_{k1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ y } O_{k2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.3.62)$$

El determinante de las matrices de observabilidad son: $\det O_{k1} = 1$ y $\det O_{k2} = 1$, es no singular; y por tanto, el rango $O_k = 2$. Por lo que los sistemas son de *estado completamente observable*.

2.3.3. Control dinámico

Considere el modelo matemático del robot manipulador dado por

$$D(q)\ddot{q} + F(\dot{q}) = \tau \quad (2.3.63)$$

Se desea realizar seguimiento de trayectoria por medio de un controlador del tipo *Par Calculado + integral*, (*ver* King et al., en [?]) para el modelo dado por la ecuación (2.3.63). Considere como entrada de control a $\tau = u$. La forma del controlador es la siguiente,

$$u = D(q)\Theta + F(\dot{q}) \quad (2.3.64)$$

siendo Θ la entrada de control auxiliar,

$$\Theta = \ddot{q}_d - k_D \Delta \dot{q} - k_P \Delta q - k_P \int \Delta q, \quad (2.3.65)$$

donde $\Delta q = q - q_d$ y q_d hasta su segunda derivada en el tiempo, son los valores deseados de posición, velocidad y aceleración angular. Sustituyendo la ecuación (2.3.64) en la ecuación (2.3.63) se obtiene la dinámica en lazo cerrado,

$$\begin{aligned} D(q)\ddot{q} + F(\dot{q}) &= D(q)\Theta + F(\dot{q}) \\ \ddot{q} &= \Theta \end{aligned} \quad (2.3.66)$$

de la ecuación (2.3.65) se tiene,

$$\begin{aligned} \ddot{q} &= \ddot{q}_d - k_D \Delta \dot{q} - k_P \Delta q - k_P \int \Delta q \\ (\ddot{q} - \ddot{q}_d) + k_D \Delta \dot{q} + k_P \Delta q + k_P \int \Delta q &= 0 \end{aligned} \quad (2.3.67)$$

Siendo la dinámica del error:

$$\Delta q_1^3 + k_{D12} \Delta \ddot{q}_1 + k_{P11} \Delta \dot{q}_1 + k_{I10} \Delta q_1 = 0 \quad (2.3.68)$$

$$\Delta q_2^3 + k_{D22} \Delta \ddot{q}_2 + k_{P21} \Delta \dot{q}_2 + k_{I20} \Delta q_2 = 0 \quad (2.3.69)$$

Las ecuaciones características de la dinámica del error, son polinomios de la forma:

$$s^3 + k_{D12}s^2 + k_{P11}s + k_{I10} = 0 \quad (2.3.70)$$

$$s^3 + k_{D22}s^2 + k_{P21}s + k_{I20} = 0 \quad (2.3.71)$$

Con $\Delta q_1 = q_1 - q_1^*$ y $\Delta q_2 = q_2 - q_2^*$. Para el diseño de las ganancias del

controlador k_D , k_P y k_I , se propone un polinomio característico deseado de tercer orden,

$$(s + p)(s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2) \quad (2.3.72)$$

tal que sea Hurwitz.

De tal forma que se tienen dos controladores:

$$u_1 = D(q) \times \left[\ddot{q}_1^* - k_{D12}(\dot{q}_1 - \dot{q}_1^*) - k_{P11}(q_1 - q_1^*) - k_{I10} \int (q_1 - q_1^*) \right] + F(\dot{q}) \quad (2.3.73)$$

$$u_2 = D(q) \times \left[\ddot{q}_2^* - k_{D22}(\dot{q}_2 - \dot{q}_2^*) - k_{P21}(q_2 - q_2^*) - k_{I20} \int (q_2 - q_2^*) \right] + F(\dot{q}) \quad (2.3.74)$$

donde q_1^* , q_2^* hasta sus segundas derivadas en el tiempo, son los valores deseados de posición, velocidad y aceleración angular. En la Figura 2.17 se muestra la posición del efector final en x e y y los errores de los servomotores, como se observa las posiciones deseada y de simulación son muy similares.

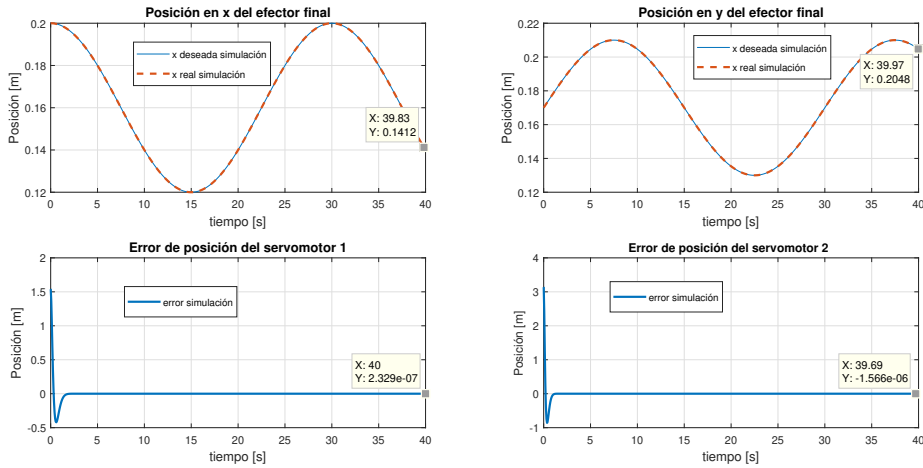


Figura 2.17: Posición del efector final y errores de los servomotores.

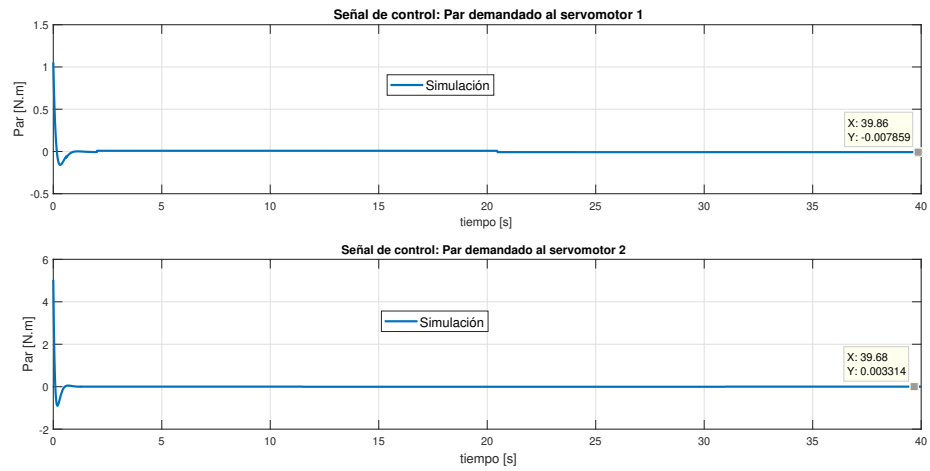


Figura 2.18: Señales de control de los servomotores τ_1 y τ_2 .

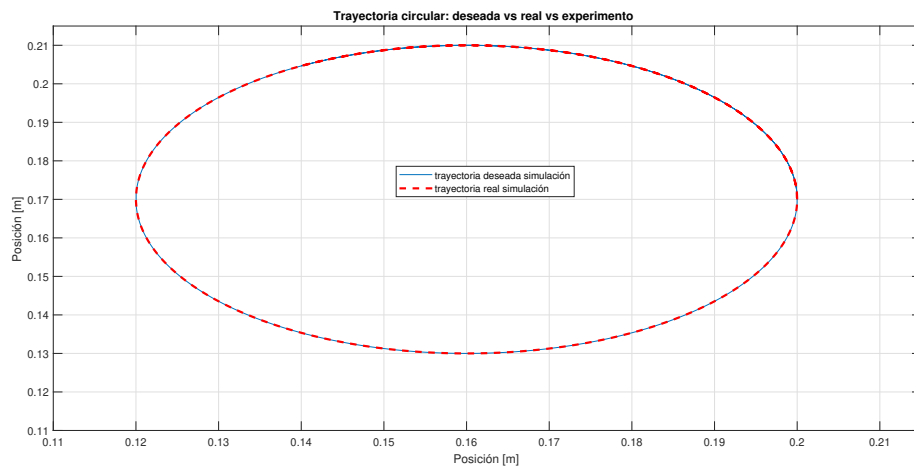


Figura 2.19: Trayectoria circular.

En la Figura 2.18 se observan las señales de control, las cuales son los pares demandados a los servomotores, teniendo así para el servomotor 1 un valor para $\tau_1 = -0.007859 \text{ Nm}$ y para el servomotor 2 un valor de $\tau_2 = 0.003314 \text{ Nm}$. Por otro lado, en la Figura 2.19 se muestran las trayectorias de simulación,

tanto la deseada como la real, como se observa el seguimiento de trayectoria es aceptable, ya que de acuerdo a la Figura 2.17, el error de posición para el servomotor 1 es de $2.329 \times 10^{-7} \text{ m}$ y para el servomotor 2 es de $1.566 \times 10^{-6} \text{ m}$.

2.4. Obtención de los parámetros dinámicos de los eslabones actuados

Para encontrar los parámetros dinámicos de los eslabones actuados, como lo son los coeficientes de fricción viscosa c , fricción seca o de Coulomb f_c , y el momento de inercia I , se recurrió a unas pruebas experimentales con el objetivo de poder caracterizar a los servomotores y obtener una relación voltaje-par, debido a que no se cuenta con un dinamómetro para poder medir la fuerza recuperadora de la posición de equilibrio del cuerpo rígido, estas pruebas se hacen en lazo abierto y en lazo cerrado. Cabe mencionar que los servoamplificadores se configuraron en el modo control par. Para ello se considera a cada eslabón activo como un péndulo simple, al cual se le agrega una pesa de 0.050 kg , al agregarle esa masa, los eslabones activos se consideran como elementos rígidos compuestos. Para realizar el experimento, se colocan a los eslabones de tal forma que sean afectados por la gravedad y de forma manual se hacen oscilar, para después graficar el desplazamiento angular de cada uno de ellos. Esta señal servirá de referencia para poder ajustar los parámetros dinámicos en el modelo del péndulo simple y así poder obtener una aproximación de los parámetros dinámicos.

2.4.1. Modelo del péndulo simple

Para el ajuste de los parámetros dinámicos de los eslabones L_1 y L_2 se retoman las ecuaciones (2.3.54) y (2.3.55), pero solo se consideran los parámetros dinámicos que afectan directamente a dichos eslabones, de tal forma que,

$$(m_1 L_{c1}^2 + I_1) \ddot{\phi}_1 + c_{L1} \dot{\phi}_1 + f_{L1} \text{sign}(\dot{\phi}_1) = \tau_1 \quad (2.4.1)$$

$$(m_2 L_{c2}^2 + I_2) \ddot{\phi}_2 + c_{L2} \dot{\phi}_2 + f_{L2} \text{sign}(\dot{\phi}_2) = \tau_2 \quad (2.4.2)$$

En donde I_1 e I_2 están dadas por la suma de la inercia de los eslabones (I_{L1} e I_{L2}), la inercia de la flecha de los servomotores (I_{m1} e I_{m2}) y la inercia de los ejes transmisores de potencia (I_{etp1} e I_{etp2}) quedando de la siguiente forma:

$$I_1 = I_{L1} + I_{m1} + I_{etp1} \quad (2.4.3)$$

$$I_2 = I_{L2} + I_{m2} + I_{etp2} \quad (2.4.4)$$

A las ecuaciones (2.4.1) y (2.4.2), solo les falta agregarle el término de gravedad g para que tengan la forma del modelo dinámico del péndulo simple. Así las ecuaciones dinámicas que representan a los eslabones L_1 y L_2 son,

$$(m_1 g L_{c1}^2 + I_1) \ddot{\phi}_1 + c_{L1} \dot{\phi}_1 + f_{L1} \text{sign}(\dot{\phi}_1) = \tau_1 \quad (2.4.5)$$

$$(m_2 g L_{c2}^2 + I_2) \ddot{\phi}_2 + c_{L2} \dot{\phi}_2 + f_{L2} \text{sign}(\dot{\phi}_2) = \tau_2 \quad (2.4.6)$$

Las ecuaciones (2.4.5) y (2.4.6) se usarán para hacer una primera aproximación de los parámetros dinámicos de los eslabones L_1 y L_2 , esto variando los parámetros de fricción seca f , fricción viscosa c y momento de inercia I de cada eslabón y así poder hacer una aproximación entre la posición angular de los eslabones obtenida en forma experimental y el modelo del péndulo simple. Los parámetros conocidos son la masa de los eslabones $m_1 = 0.12 \text{ kg}$, $m_2 = 0.10 \text{ kg}$, las distancias al centro de masa $L_{c1} = 0.085 \text{ m}$, $L_{c2} = 0.065 \text{ m}$, también se sabe el momento de inercia de las flechas de los servomotores, los cuales son $I_{m1} = I_{m2} = 1.01 \times 10^{-5} \text{ kg.m}^2$ dada por la hoja de datos del fabricante y también se conoce el momento de inercia de los ejes transmisores de potencia dado por el software SolidWorks $I_{etp1} = I_{etp2} = 1.2842 \times 10^{-6} \text{ kg.m}^2$. De las ecuaciones (2.4.3) y (2.4.4) se puede obtener el valor de la inercia para

los eslabones, encontrando para $I_1 = 0.0013 \text{ kg.m}^2$ e $I_2 = 0.0002 \text{ kg.m}^2$, con $I_{L1} = 1.2886158 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2$ e $I_{L2} = 1.886158 \times 10^{-4} \text{ kg.m}^2$. Las condiciones iniciales de desplazamiento angular de los eslabones L_1 y L_2 fueron de 0.71 rad (40.68°) y 0.6158 rad (35.2827°), respectivamente. En la tabla 2.1 se muestran los parámetros dinámicos obtenidos mediante el modelo del péndulo simple para los eslabones activos L_1 y L_2 .

Parámetros dinámicos para los eslabones L_1 y L_2			
Eslabón	Inercia [kg.m^2]	Fricción viscosa [$\frac{\text{N.m-s}}{\text{rad}}$]	Fricción seca [$\frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$]
L_1	$I_1 = 0.0013$	$c_{L1} = 0.003$	$f_{L1} = 0.0071$
L_2	$I_2 = 0.0002$	$c_{L2} = 0.0014$	$f_{L2} = 0.0016$

Tabla 2.1: Parámetros dinámicos de los eslabones L_1 y L_2 ajustados con el modelo del péndulo simple.

Como se observa en la Figura 2.20 hay una mejor aproximación en la respuesta del eslabón L_2 .

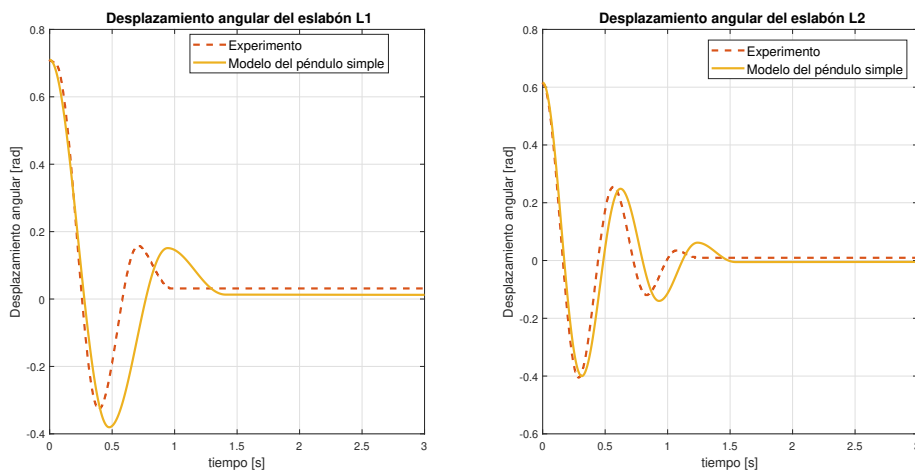


Figura 2.20: Desplazamiento angular de los eslabones L_1 y L_2 Vs el modelo del péndulo simple.

2.4.2. Función de transferencia de un sistema de segundo orden

Un servomotor se considera un sistema de segundo orden, cuya función de transferencia se muestra en la Figura 2.21. El comportamiento dinámico del sistema de segundo orden se describe en términos de los parámetros ω_n y ζ , en donde ω_n es la frecuencia natural no amortiguada en $[rad/s]$ y ζ es el factor de amortiguamiento relativo al sistema (Ogata, en [?]). Si $0 < \zeta < 1$, los polos en lazo cerrado son complejos conjugados y se encuentran en el semiplano izquierdo del plano s . El sistema, entonces, se denomina subamortiguado y la respuesta transitoria es oscilatoria, como veremos a continuación, es éste el caso.

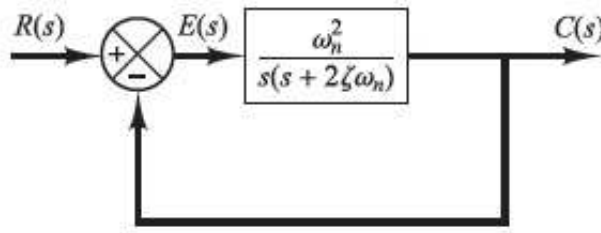


Figura 2.21: Sistema de segundo orden.

En términos de ω_n y ζ , el sistema de la Figura 2.21 se convierte en una función de transferencia en lazo cerrado $C(s)/R(s)$, también conocida como forma estándar del sistema de segundo orden, que se escribe como,

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2.4.7)$$

Siendo k la ganancia del sistema y se encuentra de la siguiente forma:

$$k = \frac{\text{salida del sistema}}{\text{entrada del sistema}}$$

En este caso la entrada del sistema es la posición angular que se da como referencia y la salida es la posición angular que realmente se obtuvo.

La respuesta transitoria de un sistema de control práctico muestra con frecuencia oscilaciones amortiguadas antes de cruzar el estado estacionario.

Al especificar las características de la respuesta transitoria de un sistema de control, es común especificar lo siguiente,

Tiempo de retardo t_d . Es el tiempo requerido para que la respuesta alcance por primera vez la mitad del valor final.

Tiempo de subida t_r . Es el tiempo requerido para que la respuesta pase del 10 al 90 %, del 5 al 95 %, o del 0 al 100 % de su valor final. Para sistemas subamortiguados de segundo orden, generalmente se usa el tiempo de subida del 0 al 100 %.

Tiempo pico t_p . Es el tiempo requerido para que la respuesta alcance el primer pico de sobreelongación.

Sobreelongación máxima (porcentaje), M_p . Es el máximo valor del pico de la curva de respuesta, medido a partir de la unidad.

Tiempo de asentamiento t_s . Es el tiempo que se requiere para que la curva de respuesta alcance un rango alrededor del valor final del tamaño especificado por el porcentaje absoluto del valor final (por lo general, de 0 a 5 %), en la Figura 2.22 se ilustran los términos anteriores.

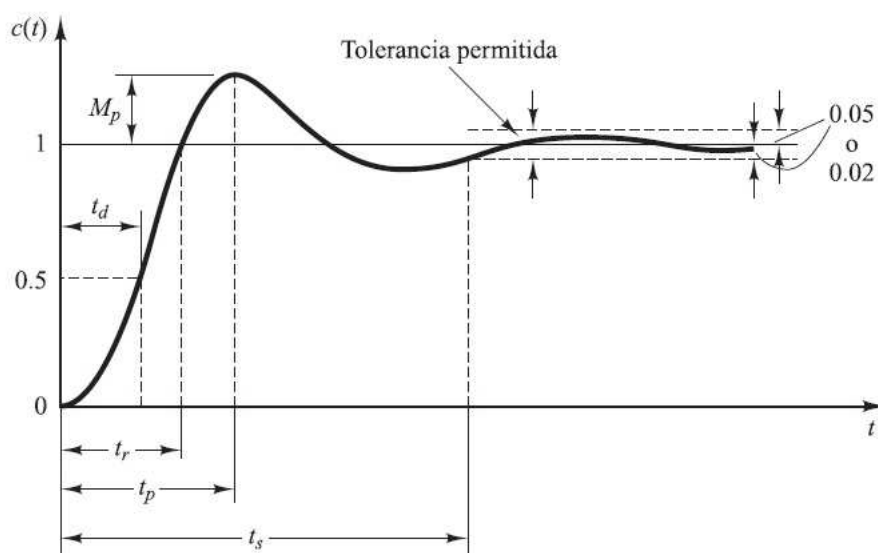


Figura 2.22: Curva de respuesta a un escalón unitario, con t_d , t_r , t_p , M_p y t_s .

Para obtener una mejor aproximación de los parámetros dinámicos de los eslabones L_1 y L_2 se recurrió a hacer un experimento en lazo cerrado, en

donde a los eslabones se les llevó a una posición de referencia de 20° y luego se les hizo oscilar de tal forma que se obtuvieron sus respuestas, como se muestra en la Figura 2.23.

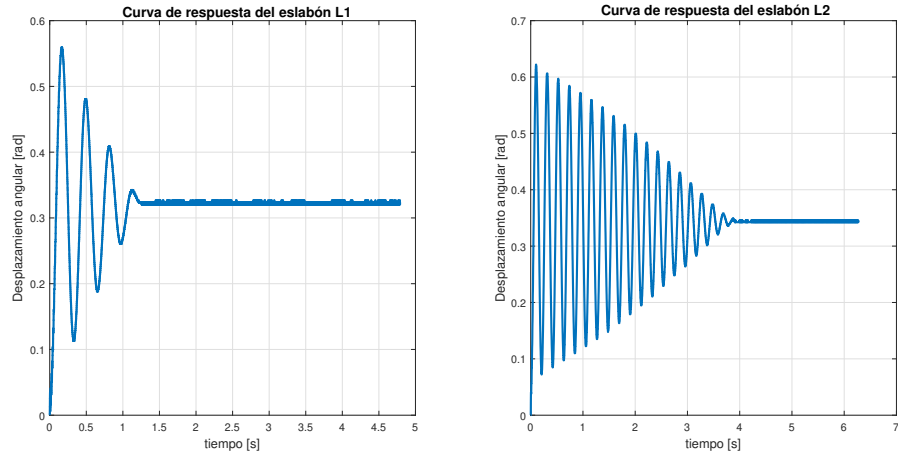


Figura 2.23: Curvas de respuesta de los eslabones L_1 y L_2 .

De la figura anterior se sabe que para el eslabón L_1 :

$$t_{d1} = 0.075 \text{ s} \quad (2.4.8)$$

$$t_{r1} = 0.131 \text{ s} \quad (2.4.9)$$

$$t_{p1} = 0.168 \text{ s} \quad (2.4.10)$$

$$t_{s1} = 1 \text{ s} \quad (2.4.11)$$

$$M_{p1} = 0.2325 \text{ rad} \quad (2.4.12)$$

La sobreelongación máxima se puede encontrar con la siguiente ecuación:

$$M_{p1} = e^{-\left(\frac{\zeta_1}{\sqrt{1-\zeta_1^2}}\right)} \quad (2.4.13)$$

de donde ζ_1 se puede encontrar de la forma siguiente,

$$\zeta = \frac{1}{\sqrt{\frac{\pi^2}{(\ln(M_{p1}))^2} + 1}} \quad (2.4.14)$$

$$\zeta_1 = \frac{1}{\sqrt{\frac{\pi^2}{(\ln(0.2325))^2} + 1}} = 0.421 \quad (2.4.15)$$

La frecuencia natural amortiguada ω_{d1} es,

$$\omega_{d1} = \frac{\pi}{t_p} = \frac{\pi}{0.168} = 18.6999 \text{ [rad/s]} \quad (2.4.16)$$

$$\omega_{n1} = \frac{\omega_d}{\sqrt{1 - \zeta^2}} = \frac{18.6999}{0.907524} = 20.605405 \text{ [rad/s]} \quad (2.4.17)$$

Resultando la ganancia del sistema k_1 ,

$$k_1 = \frac{0.3236}{0.3490} = 0.9272 \quad (2.4.18)$$

Para el eslabón L_2 se tiene que:

$$t_{d2} = 0.037 \text{ s} \quad (2.4.19)$$

$$t_{r2} = 0.056 \text{ s} \quad (2.4.20)$$

$$t_{p2} = 0.104 \text{ s} \quad (2.4.21)$$

$$t_{s2} = 4.226 \text{ s} \quad (2.4.22)$$

$$M_{p2} = 0.2702 \text{ rad} \quad (2.4.23)$$

La sobreelongación máxima se puede encontrar con la siguiente ecuación:

$$M_{p2} = e^{-\left(\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)} \quad (2.4.24)$$

de donde ζ_2 se puede encontrar de la forma siguiente,

$$\zeta_2 = \frac{1}{\sqrt{\frac{\pi^2}{(\ln(0.2702))^2} + 1}} = 0.3845 \quad (2.4.25)$$

La frecuencia natural amortiguada ω_{d2} es,

$$\omega_{d2} = \frac{\pi}{t_{p2}} = \frac{\pi}{0.104 \text{ s}} = 30.20762 \text{ [rad/s]} \quad (2.4.26)$$

$$\omega_{n2} = \frac{\omega_{d2}}{\sqrt{1 - \zeta_2^2}} = \frac{30.20762}{0.923124} = 32.723252 \text{ [rad/s]} \quad (2.4.27)$$

Resultando la ganancia del sistema k_2 ,

$$k_2 = \frac{0.3456}{0.3490} = 0.9902 \quad (2.4.28)$$

Una vez que se encontraron las características de la respuesta transitoria del sistema de control, se procede a encontrar los parámetros dinámicos I_{eq1} , I_{eq2} , c_{L1} , c_{L2} , f_{L1} y f_{L2} , esto utilizando la función prototipo de sistemas de segundo orden (vea la ecuación 2.4.7). Retomado las ecuaciones (2.4.1) y (2.4.2), en donde I_{eq1} está dado por,

$$\begin{aligned} I_{eq1} &= m_1 L_{c1}^2 + I_1 \\ I_{eq1} &= (0.12 \text{ kg})(0.085 \text{ m})^2 + 0.0013 \text{ kg.m}^2 \\ I_{eq1} &= 2.167 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2 \end{aligned} \quad (2.4.29)$$

E I_{eq2} queda de la siguiente manera,

$$\begin{aligned} I_{eq2} &= m_2 L_{c2}^2 + I_2 \\ I_{eq2} &= (0.10 \text{ kg})(0.065 \text{ m})^2 + 0.0002 \text{ kg.m}^2 \\ I_{eq2} &= 6.225 \times 10^{-4} \text{ kg.m}^2 \end{aligned} \quad (2.4.30)$$

Las ecuaciones (2.4.31) y (2.4.32) describen la dinámica de los eslabones L_1 y L_2 que se ocuparán para encontrar los parámetros dinámicos.

$$(I_{eq1})\ddot{\phi}_1 + c_{L1}\dot{\phi}_1 + f_{L1}sign(\dot{\phi}_1) = \tau_1 \quad (2.4.31)$$

$$(I_{eq2})\ddot{\phi}_2 + c_{L2}\dot{\phi}_2 + f_{L2}sign(\dot{\phi}_2) = \tau_2 \quad (2.4.32)$$

Y tomando en cuenta las ecuaciones (2.4.29) y (2.4.30) y los parámetros dinámicos de la tabla 2.1, mismos que serán utilizados para hacer una mejor aproximación, pero ahora utilizando la función prototipo de sistemas de segundo orden (vea la ecuación 2.4.7).

La función de transferencia en lazo abierto para las ecuaciones (2.4.31) y (2.4.32) se muestran en (2.4.33) y (2.4.34), en donde la entrada del sistema es el par τ proporcionado por el servomotor y la salida es la posición angular de los eslabones activos L_1 y L_2 .

$$G_1(s) = \frac{\theta_1(s)}{\tau_1(s)} = \frac{1}{I_{eq1}s^2 + c_{L1}(s) + f_{L1}} \quad (2.4.33)$$

$$G_2(s) = \frac{\theta_2(s)}{\tau_2(s)} = \frac{1}{I_{eq2}s^2 + c_{L2}(s) + f_{L2}} \quad (2.4.34)$$

Y las funciones de transferencia en lazo cerrado incluyendo la ganancia k del sistema, se muestran en las ecuaciones (2.4.35) y (2.4.36).

$$G_1(s) = \frac{k * 1/I_{eq1}}{s^2 + (c_{L1}/I_{eq1})(s) + (f_{L1}/I_{eq1})} \quad (2.4.35)$$

$$G_2(s) = \frac{k * 1/I_{eq1}}{s^2 + (c_{L2}/I_{eq2})(s) + (f_{L2}/I_{eq2})} \quad (2.4.36)$$

Comparando la ecuación (2.4.7) con las ecuaciones anteriores se puede establecer que:

$$\omega_{n1}^2 = \frac{f_{L1}}{I_{eq1}} \text{ y } \omega_{n2}^2 = \frac{f_{L2}}{I_{eq2}} \quad (2.4.37)$$

De la ecuación (2.4.37) se puede saber que f_{L1} y f_{L2} son equivalentes a,

$$\begin{aligned}
f_{L1} &= (\omega_{n1})^2(I_{eq1}) \\
f_{L1} &= (20.605405 \text{ [rad/s]})^2 (2.167x10^{-3} \text{ kg.m}^2) \\
f_{L1} &= 0.920070 \left[\frac{N.m^2}{C^2} \right] \tag{2.4.38}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{L2} &= (\omega_{n2})^2(I_{eq2}) \\
f_{L2} &= (32.723252 \text{ [rad/s]})^2 (6.225x10^{-4} \text{ kg.m}^2) \\
f_{L2} &= 0.666579 \left[\frac{N.m^2}{C^2} \right] \tag{2.4.39}
\end{aligned}$$

Para determinar los coeficientes de fricción viscosa, se establece la siguiente relación:

$$2\zeta_1\omega_{n1} = (c_{L1}/I_{eq1}) \text{ y } 2\zeta_2\omega_{n2} = (c_{L2}/I_{eq2})$$

De donde $c_{L1} = 2\zeta_1\omega_{n1} * I_{eq1}$ y $c_{L2} = 2\zeta_2\omega_{n2} * I_{eq2}$, obteniendo así,

$$\begin{aligned}
c_{L1} &= (2)(0.421)(20.605405 \text{ [rad/s]}) (2.167x10^{-3} \text{ [kg.m}^2]) \\
c_{L1} &= 0.037596 \left[\frac{N.m - s}{rad} \right] \tag{2.4.40}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_{L2} &= (2)(0.3845)(32.723252 \text{ [rad/s]}) (6.225x10^{-4} \text{ [kg.m}^2]) \\
c_{L2} &= 0.015664 \left[\frac{N.m - s}{rad} \right] \tag{2.4.41}
\end{aligned}$$

Con los parámetros dinámicos obtenidos de forma experimental se tiene una referencia de partida, posteriormente, se procedió a realizar pruebas en Matlab Simulink, pero los resultados obtenidos no eran aceptables, así que se procedió a ajustar nuevamente los valores obtenidos hasta que se obtuvieron resultados aceptables como los que se muestran en la Figura 2.24, que en comparación con los resultados obtenidos con el modelo del péndulo simple (vea la Figura 2.20) son mejores ya que como se observa las señales son muy semejantes.

Cabe mencionar que los parámetros de los eslabones pasivos se obtuvieron

con el software SolidWorks. Finalmente los parámetros dinámicos para los eslabones activos que se usaron en la simulación de la función prototipo de segundo orden son los que se muestran en la tabla 2.2.

Parámetros dinámicos del dispositivo háptico de 2GDL	
Frecuencia natural no amortiguada [rad/s]	Factor de amortiguamiento
$\omega_{n1} = 19.42$	$\zeta_1 = 0.06$
$\omega_{n2} = 29.8$	$\zeta_2 = 0.01$
Fricción seca o de Coulomb [$(N.m^2)/(C^2)$]	Fricción viscosa [$(Nm - s)/(rad)$]
$f_{L1} = 0.0079$	$c_{L1} = 5.049976 \times 10^{-3}$
$f_{L2} = 0.0033$	$c_{L2} = 3.941497 \times 10^{-4}$
Masa de los eslabones [kg]	Momentos de inercia de masa [$kg.m^2$]
$m_1 = 0.12$	$I_1 = 1.78456 \times 10^{-3}$
$m_2 = 0.11$	$I_2 = 6.61325 \times 10^{-4}$
Distancias al centro de masa [m]	
$L_{c1} = 0.085$	$L_{c2} = 0.065$

Tabla 2.2: Parámetros dinámicos del dispositivo háptico ajustados con la función prototipo de segundo orden .

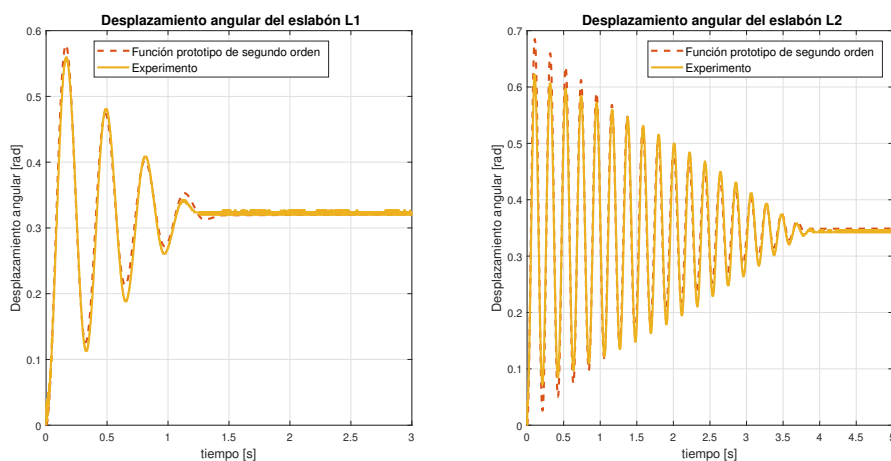


Figura 2.24: Desplazamiento angular de los eslabones L_1 y L_2 vs función prototipo de segundo orden.

Capítulo 3

Validación experimental

Los resultados de simulación numérica y experimental fueron obtenidos con el software Matlab SimulinkTM, usando el método numérico Runge-Kutta, con un paso fijo de integración de 1 *ms*. Los valores de los parámetros utilizados en la simulación y experimentación se muestra en la tabla 3.1.

Parámetros dinámicos del dispositivo háptico de 2GDL	
Masa de los eslabones [<i>kg</i>]	Longitud de los eslabones [<i>m</i>]
$m_1 = 0.12$	$L_1 = 0.17$
$m_2 = 0.10$	$L_2 = 0.12$
$m_3 = 0.12$	$L_3 = 0.17$
$m_4 = 0.18$	$L_4 = 0.19$
Distancias al centro de masa [<i>m</i>]	Momentos de inercia de masa [<i>kg.m</i> ²]
$L_{c1} = 0.085$	$I_1 = 0.0013$
$L_{c2} = 0.06$	$I_2 = 0.0002$
$L_{c3} = 0.079422$	$I_3 = 4.559273 \times 10^{-5}$
$L_{c4} = 0.04201428$	$I_4 = 6.061709 \times 10^{-4}$
Fricción viscosa [$\frac{N.m-s}{rad}$]	Fricción seca o de Coulomb [$\frac{N.m^2}{C^2}$]
$c_{L1} = 0.003$	$f_{L1} = 0.0071$
$c_{L2} = 0.0014$	$f_{L2} = 0.0016$
$c_{L1} = 0.003$	$f_{L1} = 0.0071$
$c_{L2} = 0.0014$	$f_{L2} = 0.0016$

Tabla 3.1: Parámetros dinámicos del dispositivo háptico.

3.1. Plataforma experimental

En la Figura 3.1 se muestran las principales partes de la plataforma experimental, entre ellas se encuentra el prototipo conformado por el mecanismo paralelogramo que será el medio de interacción con el usuario, una fuente de alimentación, dos servomotores Maxon EC-max 40 brushless de 120 watt, encoder de 500 pulsos por revolución y dos servoamplificadores de Maxon motor; también se cuenta con la PC en donde residen el ambiente virtual y las ecuaciones cinemáticas y dinámicas, al igual que los controladores; también se cuenta con la tarjeta de adquisición de datos Sensoray la cual se introduce en el Slot PCI (Peripheral Components Interconnect) de la PC.

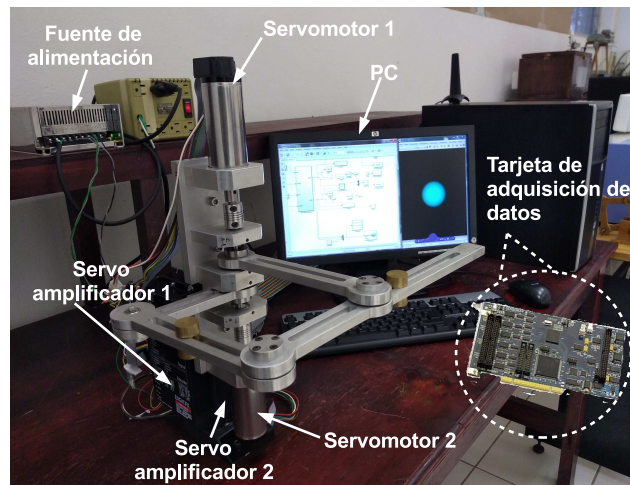


Figura 3.1: Plataforma experimental: Robot paralelogramo, PC y tarjeta de adquisición de datos .

3.2. Modelos cinemáticos

Se validó la cinemática directa, inversa, diferencial y dinámica. En la Figura 3.2 se muestra al mecanismo paralelogramo en una configuración a la que le llamamos posición cero del mecanismo, (las unidades del sistema cartesiano están dadas en *cm*), en donde se inicializaron los encoders, para el eslabón L_1 en una posición de $\phi_1 = 0^\circ$ y el eslabón L_2 en una posición de

$\phi_1 = 90^\circ$, ambos con respecto el eje “x” positivo. Para la cinemática directa e inversa se configuraron los servoamplificadores en su modo de control de velocidad.

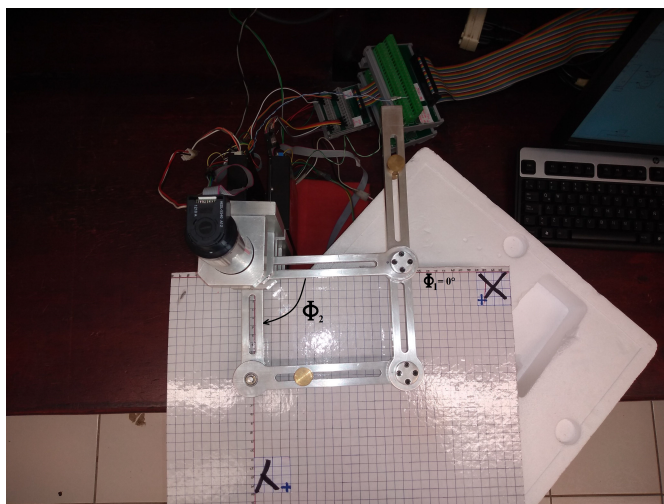


Figura 3.2: Poción cero del mecanismo paralelogramo.

3.2.1. Cinemática directa

Para la validación de la cinemática directa, se tiene que los encoders entregan una lectura de 500 cuentas o pulsos por vuelta, además de que entre los parámetros de entrada se tiene seleccionado en modo “quadruple ” (4), ya que con esto se aumenta la resolución cuatro veces.

Se requiere leer esos desplazamientos en radianes y/o grados, lo que se hace es multiplicar esa lectura por una ganancia de $\frac{-2\pi}{500*4}$, el signo menos es debido a que el servomotor 1 está empotrado con la flecha hacia abajo, de tal forma que su giro es en sentido antihorario y el desplazamiento angular del servomotor 1 (ϕ_1) se mide positivo en sentido horario con respecto al eje “x” positivo. Para el servomotor 2 (ϕ_2) se ocupa la misma ganancia, pero sin el signo menos ya que el servomotor está empotrado hacia arriba y el giro de la flecha es en sentido horario.

En el apéndice (F.1) se muestra el diagrama de bloques en Simulink, ahí se observa que al desplazamiento del servomotor 2 se le suman $\frac{\pi}{2} rad$, ya que como se mencionó anteriormente el eslabón L_2 se inicializa en 90 grados.

Es importante observar que la longitud del eslabón L_4 es de 0.190 m y en el diagrama a bloques se observa 0.194 m, esto es debido a que se colocó un lápiz en el efector final, esto con el fin de ubicar los puntos en x e y en el plano cartesiano y el diámetro del lápiz es de 8 mm, así que se consideró que la punta del lápiz se sitúa justo en el centro; es decir esa distancia está dada por su radio. Cabe mencionar que tanto para la cinemática directa e inversa los servoamplificadores se alimentaron con los 5 voltios que nos entrega la tarjeta Sensoray.

Para la validación de la cinemática directa solo necesitamos como entrada los valores de los desplazamientos angulares de los servomotores 1 (ϕ_1) y 2 (ϕ_2). Estos desplazamientos serán leídos por los encoders de cada servomotor, respectivamente y como salida obtendremos la posición del efector final en x e y .

Para todas estas validaciones el dispositivo será llevado a la posición de cero del mecanismo (*ver* la Figura 3.2). Una vez que el dispositivo está en dicha posición lo movemos manualmente y lo llevamos a cierta posición, observamos en el sistema cartesiano y vemos que con esos desplazamientos angulares de los servomotores como entradas, obtenemos el punto $p(0.03, 0.20) m$, el cual representa la posición del efector final.

En la Figura 3.3 se observan los desplazamientos de los eslabones motrices L_1 y L_2 respectivamente, así como la posición del efector final, el cual es el punto $p(0.03, 0.20) m$.

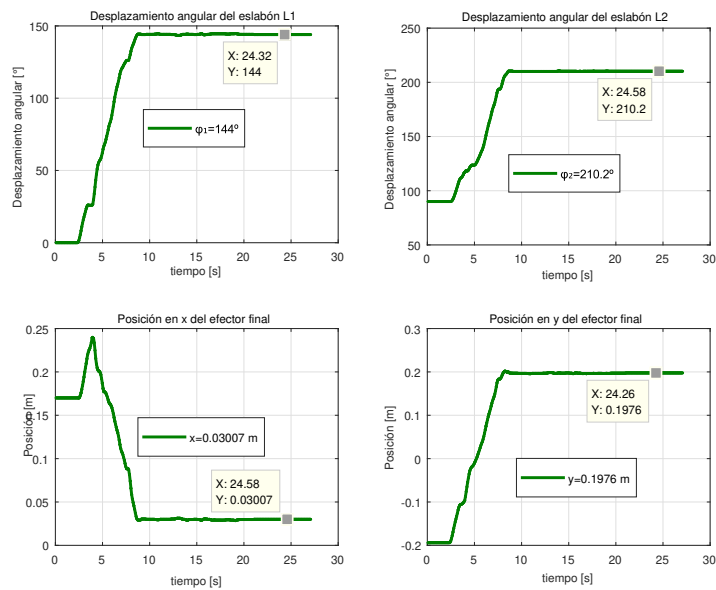


Figura 3.3: Resultados experimentales: desplazamiento angular de los eslabones L_1 y L_2 y la posición del efector final en el punto $p(0.03, 0.20)$ m.

Como se observa, los desplazamientos angulares $\phi_1 = 144^\circ$ y $\phi_2 = 210.2^\circ$ corresponden físicamente con los desplazamientos angulares de los eslabones L_1 y L_2 (ver la Figura 3.4).

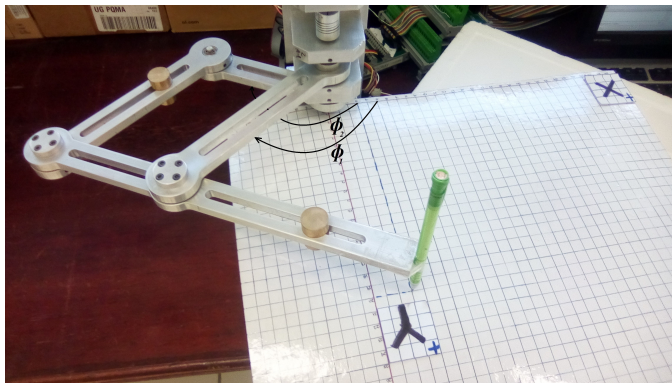


Figura 3.4: Resultados experimentales: Desplazamientos angulares de los eslabones L_1 y L_2 .

De igual manera en la Figura 3.5 se observa que la posición del efector final es el punto $p(0.03, 0.20)$ m.

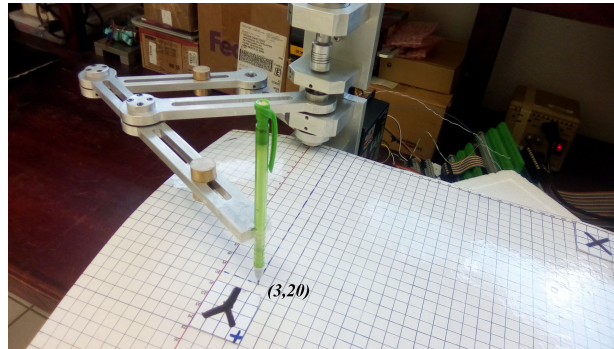


Figura 3.5: Resultados experimentales: Posición del efector final en el punto $p(0.03, 0.20)$ m.

En la Figura 3.6 se observan los desplazamientos de los eslabones motrices L_1 y L_2 , con $\phi_1 = 171.4^\circ$ y $\phi_2 = 229.3^\circ$, así como la posición del efector final, el cual es el punto $p(-0.04, 0.17)$ m.

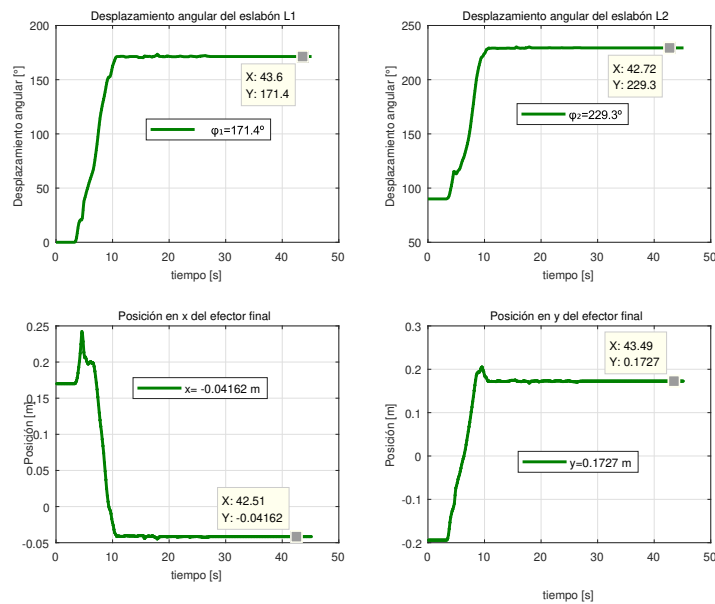


Figura 3.6: Resultados experimentales: desplazamiento angular de los eslabones L_1 y L_2 y la posición del efector final en el punto $p(-0.04, 0.17)$ m.

Los desplazamientos angulares obtenidos corresponden físicamente con los desplazamientos angulares de los eslabones L_1 y L_2 (ver la Figura 3.7).

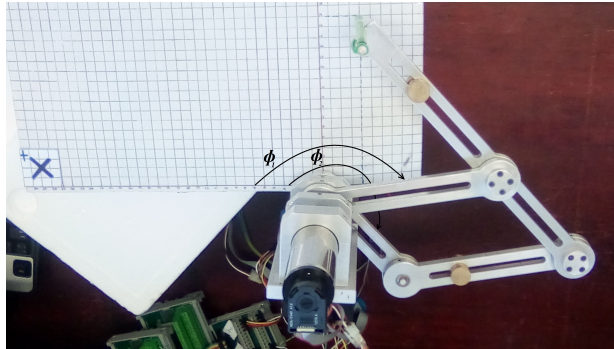


Figura 3.7: Resultados experimentales: Desplazamientos angulares de los eslabones L_1 y L_2 .

En la Figura 3.8 se muestra que para obtener la posición del efector final en el punto $p(-0.04, 0.17)$ m, se requieren como entrada los desplazamientos angulares mostrados en la Figura 3.6.

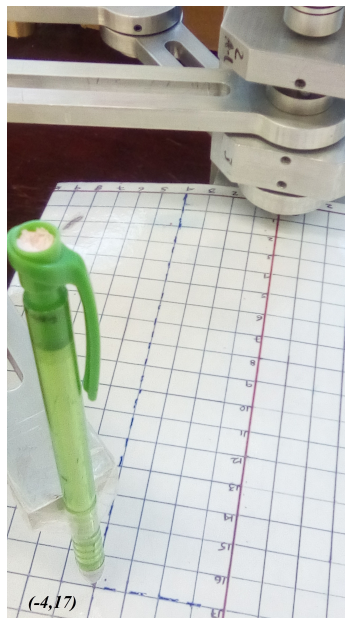


Figura 3.8: Resultados experimentales: Posición del efector final en el punto $p(-0.04, 0.17)$ m.

En la Figura 3.9 se observan los desplazamientos angulares de los eslabones motrices L_1 y L_2 , los valores para $\phi_1 = 98.46^\circ$ y $\phi_2 = 141.1^\circ$, así como la posición del efector final, el cual es el punto $p(0.12, 0.04) m$.

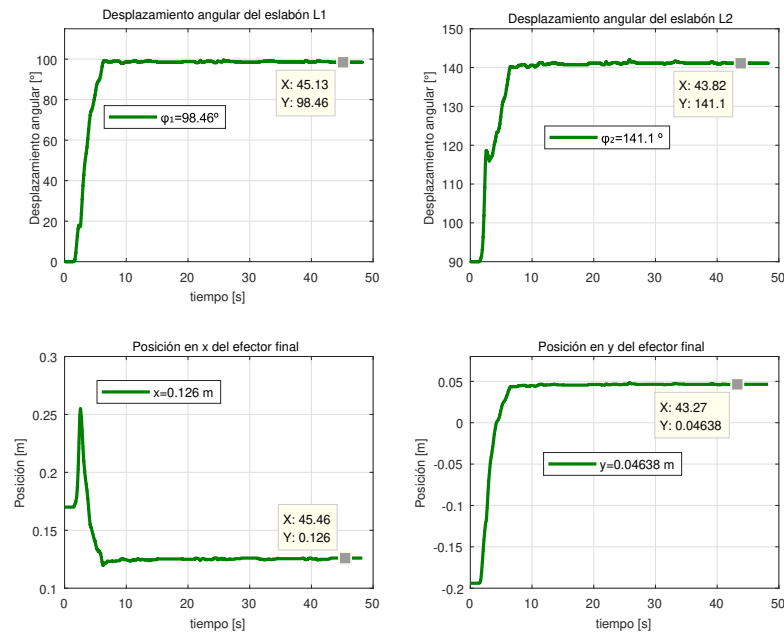


Figura 3.9: Resultados experimentales: desplazamiento angular de los eslabones L_1 y L_2 y la posición del efector final en el punto $p(0.12, 0.04) m$.

Como se observa en la Figura 3.10 los desplazamientos de los eslabones motrices L_1 y L_2 , corresponden físicamente con los que se muestran en la figura anterior.

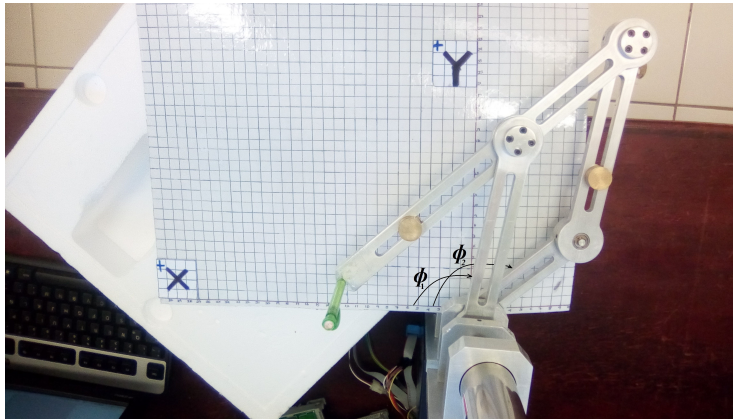


Figura 3.10: Resultados experimentales: posiciones articulares de los eslabones L_1 y L_2 .

En la Figura 3.11 se muestra la posición del efector final en el punto $p(0.12, 0.04)$ m.

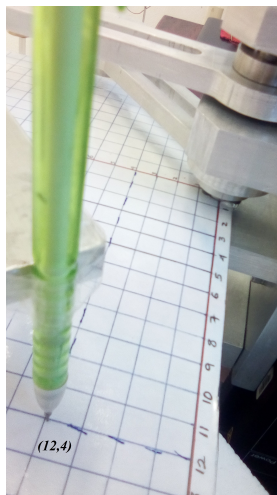


Figura 3.11: Resultados experimentales: Posición del efector final en el punto $p(0.12, 0.04)$ m.

En la Figura 3.12 se observan los desplazamientos de los eslabones motrices L_1 y L_2 , los cuales son, $\phi_1 = 93.06^\circ$ y $\phi_2 = 171.2^\circ$, así como la posición del efector final, el cual es el punto $p(0.18, 0.14)$ m.

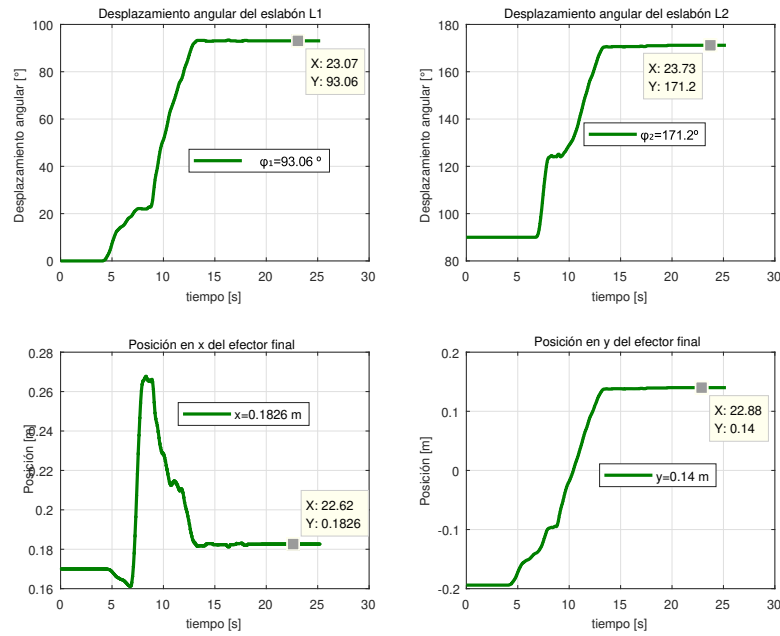


Figura 3.12: Resultados experimentales: desplazamiento angular de los eslabones L_1 y L_2 y la posición del efector final en el punto $p(0.18, 0.14)$ m.

En las Figuras 3.13 y 3.14 se muestran las posiciones articulares de los eslabones L_1 y L_2 y la posición del efector final, respectivamente, las cuales corresponden físicamente con lo obtenido en la Figura 3.12.

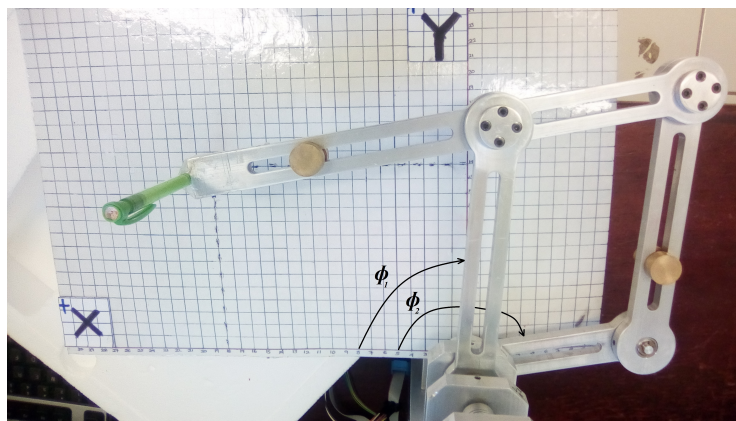


Figura 3.13: Resultados experimentales: posiciones articulares de los eslabones L_1 y L_2 .

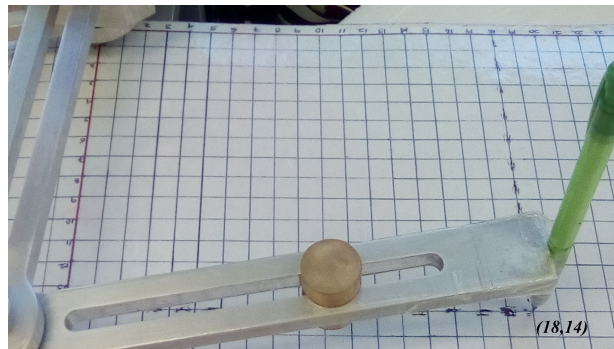


Figura 3.14: Resultados experimentales: posición del efector final en el punto $p(0.18, 0.14) m$.

3.2.2. Cinemática inversa

Para la validación de la cinemática inversa se ubicó también al dispositivo háptico en la posición cero del mecanismo (vea la Figura 3.2). La cinemática inversa tendrá como entrada la posición del efector final en el punto $p(x, y)$ y como salida se obtendrán las posiciones articulares ϕ_1 y ϕ_2 de los eslabones L_1 y L_2 , respectivamente. En el apéndice (F.2) se muestra el diagrama de bloques en Simulink para la cinemática inversa.

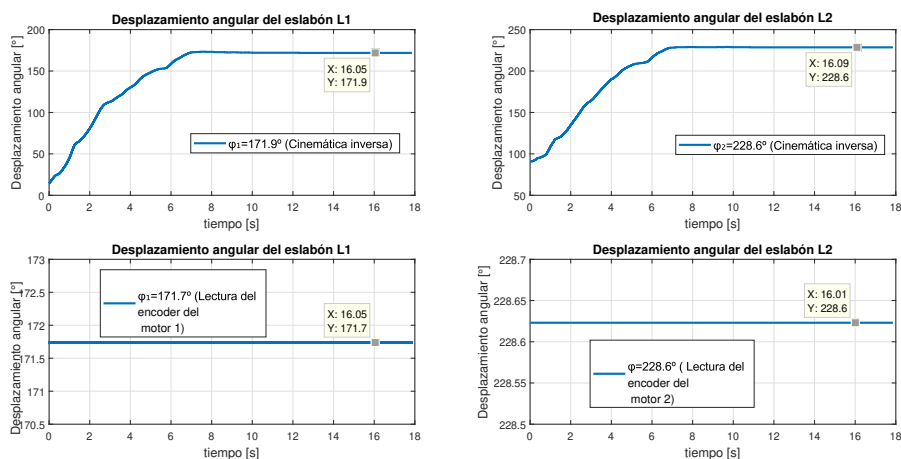


Figura 3.15: Resultados experimentales: desplazamientos angulares de L_1 y L_2 , medidos por los encoders vs los obtenidos con la cinemática inversa.

El punto de partida es $p(-0.04, 0.17)$ m como se observa en la Figura 3.8. En la Figura 3.15 se muestra la comparación de los desplazamientos angulares leídos por los encoders de cada servomotor y los desplazamientos angulares obtenidos por la cinemática inversa, que como se puede notar son similares.

En la Figura 3.11 el punto de partida es $p(0.12, 0.04)$ m. En la Figura 3.16 se muestra la comparación de los desplazamientos angulares leídos por los encoders de cada servomotor y los desplazamientos angulares obtenidos por la cinemática inversa, como se observa los resultados son similares.

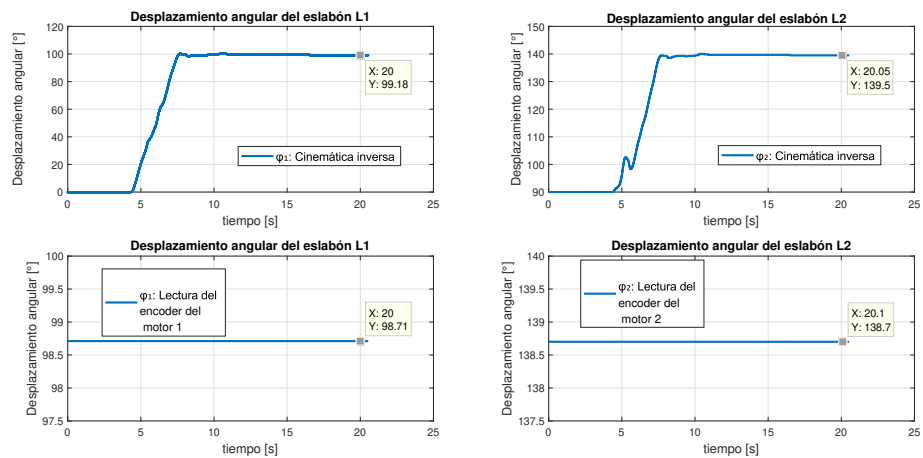


Figura 3.16: Resultados experimentales: desplazamientos angulares de L_1 y L_2 , medidos por los encoders vs los obtenidos con la cinemática inversa.

En la Figura 3.5 el punto de partida es $p(0.03, 0.20)$ m. En la Figura 3.17 se muestra la comparación de los desplazamientos angulares leídos por los encoders de cada servomotor y los desplazamientos angulares obtenidos por la cinemática inversa.

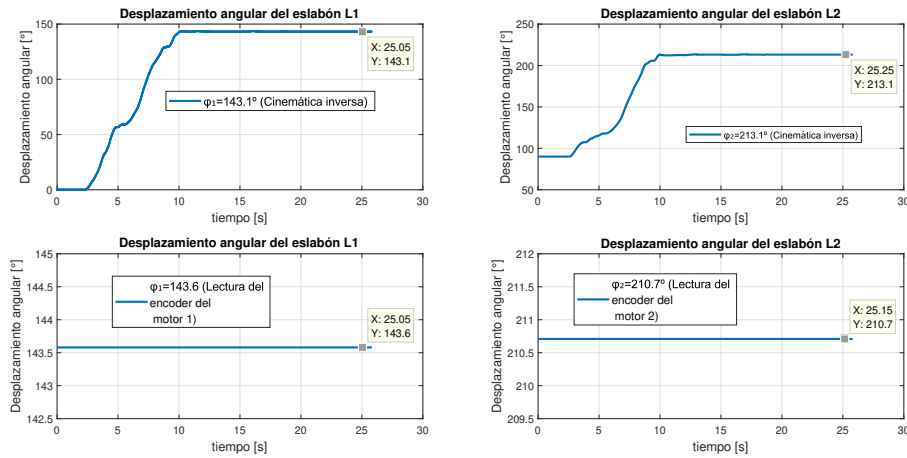


Figura 3.17: Resultados experimentales: desplazamientos angulares de L_1 y L_2 , medidos por los encoders vs los obtenidos con la cinemática inversa.

3.3. Modelo cinemático diferencial

Para validar la cinemática diferencial se necesita inyectar una señal sinusoidal de la forma $A \sin(\omega t)$, donde A es la amplitud de la velocidad y está dada en $[rad/s]$, ω es la frecuencia angular dada en $[rad]$, t es el tiempo dado en $[s]$ y como valor deseado de velocidad se tiene que $A=4 [rad/s]$, $\omega=2 * \pi * f$, en donde $f=1 Hz$ y es la frecuencia. Esta señal se convierte en una velocidad angular dada en $[rpm]$, misma que posteriormente se convierte a niveles de voltajes multiplicándola por las ganancias $(1/630)$ y $(1/810)$ para los servomotores 1 y 2, respectivamente; este voltaje se manda a la salida analógica de la tarjeta de adquisición de datos Sensoray, el cual es inyectado como setpoint en los servoamplificadores que a su vez le suministran a los servomotores, tal como se muestra en los apéndices (F.3),(F.4), (F.5) y (F.6).

Para la cinemática diferencial en los servoamplificadores se habilitó el modo control-par, esto debido a que si lo dejamos en el modo control-velocidad, cuanto se tenga 0 volts, la flecha del motor se bloqueará y no permitirá que se mueva el mecanismo. Los servomotores se alimentaron con una fuente de

alimentación variable de CD con un voltaje de 38 volts.

En la Figura 3.18 se muestra la comparación de las posiciones y velocidades obtenidos por el Jacobiano y por la cinemática directa. Como se observa las posiciones y velocidades del efector final encontrados por medio de la cinemática directa y por el Jacobiano son muy similares.

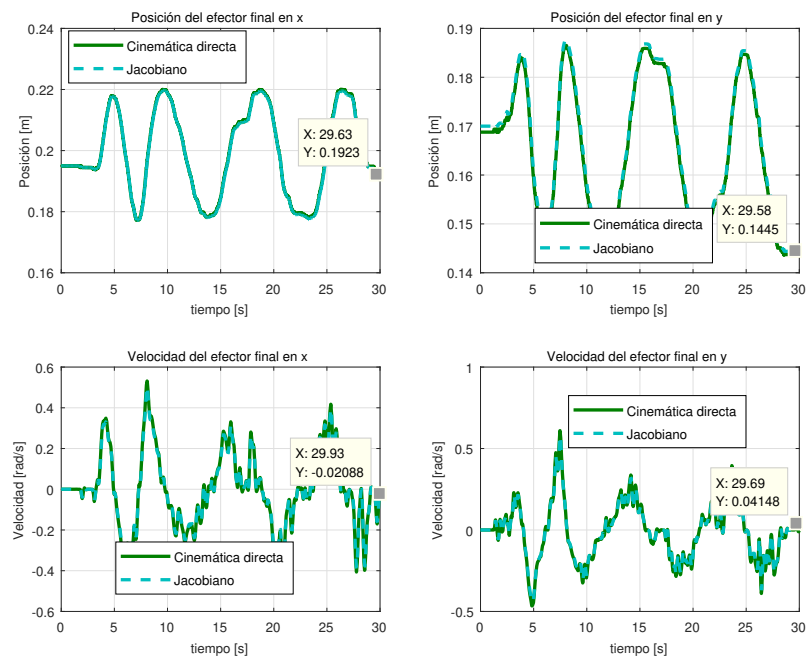


Figura 3.18: Resultados experimentales: posiciones y velocidades del efector final, Jacobiano vs Cinemática directa.

En la Figura 3.19 se muestra la comparación de las posiciones y velocidades obtenidos por los encoders de los servomotores. Como se muestra en el apéndice (F.6) el Jacobiano necesita de la señal de los encoders para poder obtener la velocidad del efector final.

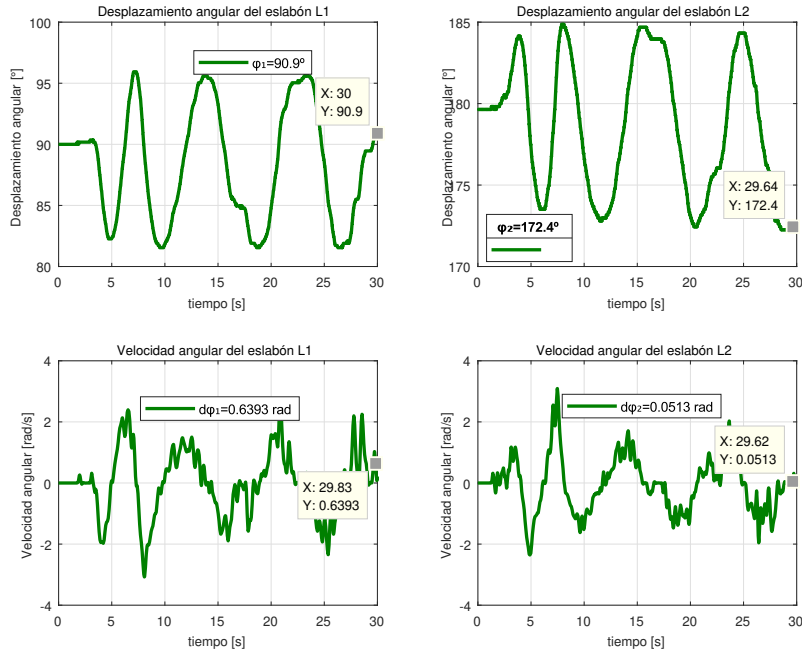


Figura 3.19: Resultados experimentales: posiciones y velocidades angulares del efector final, lectura de los encoders.

3.3.1. Control cinemático

Se implementó un control cinemático del tipo proporcional en donde las señales de control son las velocidades articulares de los eslabones activos L_1 y L_2 , las cuales son $\dot{\phi}_1$ y $\dot{\phi}_2$, estas señales de control son convertidas a niveles de voltaje multiplicandolas por las ganancias (1/630) y (1/810) para los servomotores 1 y 2, respectivamente; este voltaje se manda a la salida analógica de la tarjeta de adquisición de datos Sensoray, el cual es inyectado como set-point en los servoamplificadores que a su vez le suministran a los servomotores, tal como se muestra en los apéndices (F.7), (F.8), (F.9) y (F.10).

Para el control cinemático se necesitan las lecturas de los desplazamientos angulares ϕ_1 y ϕ_2 , los cuales son leídos por los encoders de cada servomotor. Éstas señales las requiere el controlador proporcional. Para el control cinemático los servoamplificadores se configuran en el modo control-velocidad. Las trayectorias deseadas son el Caracol de Pascal y un círculo; para el Caracol de Pascal las ganancias del controlador que se utilizaron fueron $k_{11} = k_{22} = 22$ y para la trayectoria circular $k_{11} = k_{22} = 12$.

En la Figura 3.20 se observan que las posiciones en x e y del efector final, tanto la deseada, la real y la experimental son similares.

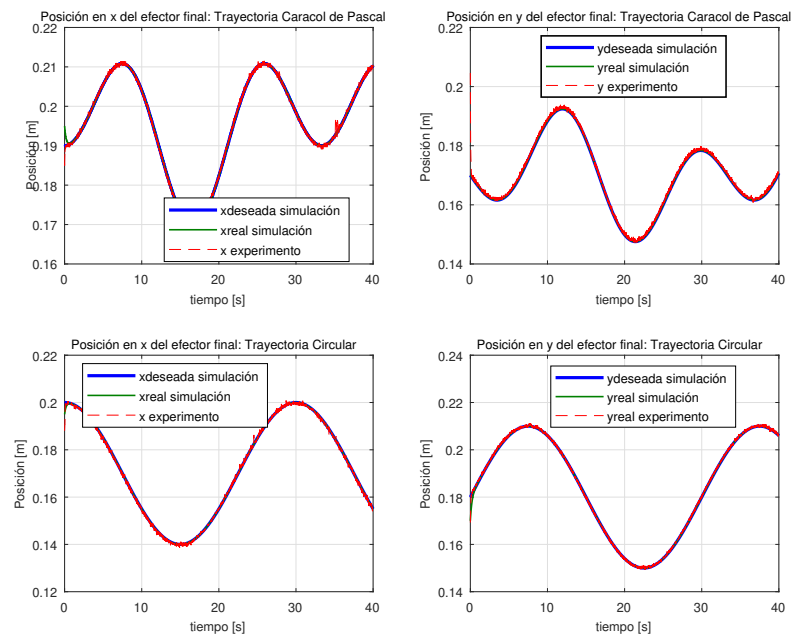


Figura 3.20: Posición del efector final: deseada, en simulación y experimental.

En la Figura 3.21 se observa que los errores para la trayectoria Caracol de Pascal en x e y son $1.761 \times 10^{-4} \text{ m}$ y $1.057 \times 10^{-3} \text{ m}$, respectivamente y para la trayectoria circular los errores son $4.683 \times 10^{-5} \text{ m}$ y $4.215 \times 10^{-4} \text{ m}$, los cuales son relativamente pequeños.

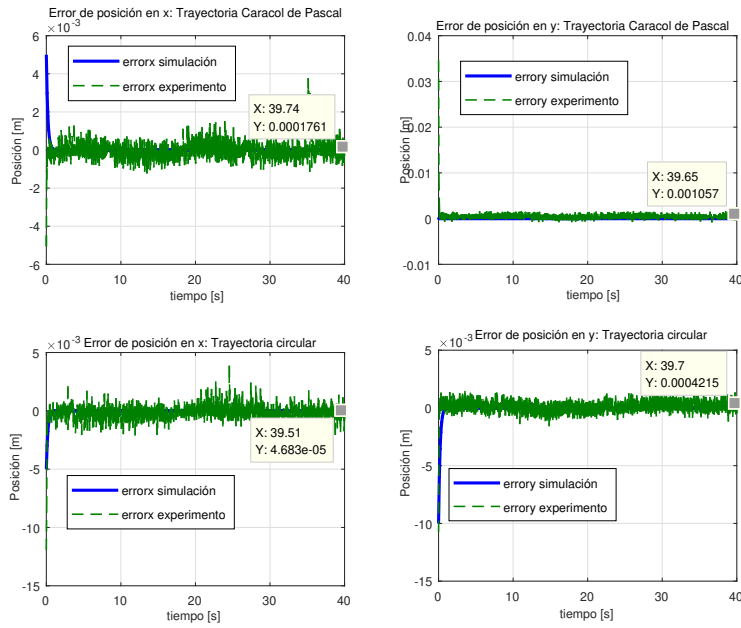


Figura 3.21: Errores de posición.

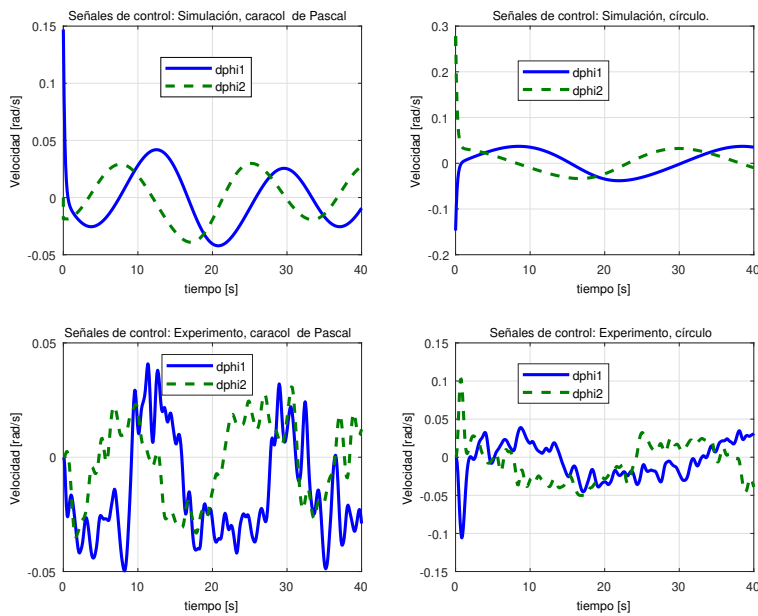


Figura 3.22: Señales de control.

En la Figura 3.22 se muestran las señales de control $\dot{\phi}_1$, $\dot{\phi}_2$ y son las velocidades articulares de los eslabones activos L_1 y L_2 .

En la Figura 3.23 se muestran las trayectorias deseadas, en simulación y experimental del Caracol de Pascal y del círculo, tal como se esperaba las trayectorias son similares.

Capitulo4/figuras/trayectorias_simulacion-eps-c

Figura 3.23: Trayectorias: caracol de Pascal y Círculo.

3.4. Dinámica desacoplada: Preliminares

Para la validación de la dinámica los servoamplificadores se configuraron en el modo de control voltaje-par. Se propusieron dos controladores por par calculado para el seguimiento de una trayectoria circular del tipo PID (Proporcional Integral Derivativo), uno por cada eslabón activo, en donde la entrada de control es el par τ del servomotor, τ es multiplicado por la ganancia de amplificación de par-voltaje, en este caso para el servomotor 1 la ganancia es de 0.2 y para el servomotor 2 es de 0.3; dicho voltaje es mandado a la salida analógica de la tarjeta de adquisición de datos, que a su vez es inyectado como setpoint a los servoamplificadores, como se muestra en los apéndices (F.11) y (F.12).

En la Figura 3.24 se muestran las posiciones deseadas, en simulación y experimental de una trayectoria circular, también se muestran los errores de posición de los dos servomotores. Las ganancias para el controlador u_1 son $k_{D12}=14.0$, $k_{P11}=70.0$, $k_{I10}=125.0$ y para el controlador u_2 son $k_{D22}=30.8$, $k_{P21}=338.8$ y $k_{I20}=1331.0$

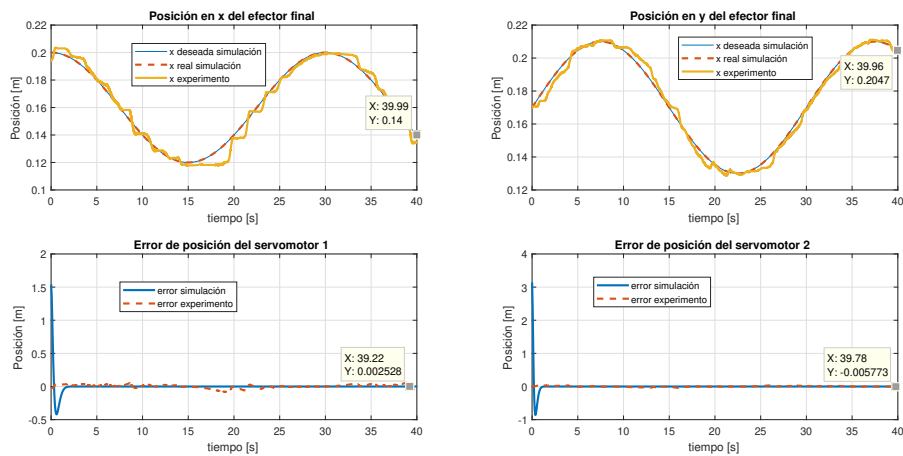


Figura 3.24: Posición del efector final y errores de los servomotores para una trayectoria circular.

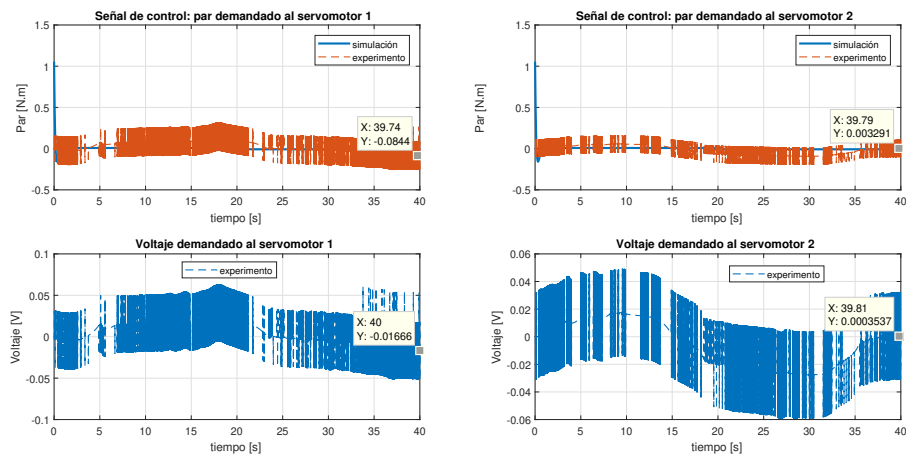


Figura 3.25: Señales de control y voltajes demandados a los servomotores.

En la Figura 3.25 se muestran las señales de control τ_1 y τ_2 , en donde los pares demandados a los servomotores 1 y 2 son de $-8.44 \times 10^{-2} \text{ Nm}$ y $3.291 \times 10^{-3} \text{ Nm}$, respectivamente. También se muestran los voltajes que son requeridos a los servomotores para poder realizar el seguimiento de la trayectoria, en donde los voltajes para los servomotores 1 y 2 son $-1.666 \times 10^{-2} \text{ V}$ y $3.537 \times 10^{-4} \text{ V}$, respectivamente.

En la Figura 3.26 se muestran las trayectorias de simulación, tanto la deseada, como la real y la trayectoria del experimento, como se observa el seguimiento de trayectoria es aceptable, ya que de acuerdo a la Figura 3.24, el error de posición para el servomotor 1 es de $2.528 \times 10^{-3} \text{ m}$ y para el servomotor 2 es de $5.773 \times 10^{-3} \text{ m}$.

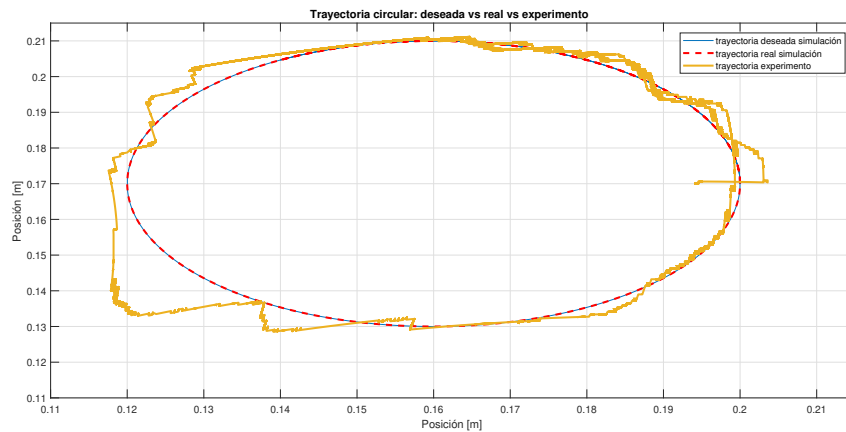


Figura 3.26: Trayectoria circular de simulación y experimento.

3.5. Comunicación unilateral: Prototipo-ambiente virtual

Se realizó un ambiente virtual en Matlab Simulink, haciendo uso del toolbox de realidad virtual “3D World Editor”, el ambiente virtual consta de una esfera la cual representa al efector final, la esfera se mueve en dos dimensiones ($x-y$).

Para la implementación se requiere de la lectura de los encoders, es decir, los desplazamientos angulares ϕ_1 y ϕ_2 , mismos que se inyectan en el modelo cinemático directo y como salida se obtiene la posición del efector final en el punto $p(x, y)$, estas coordenadas del efector final se multiplican por una ganancia (1/0.03), con el fin de establecer una correspondencia entre el espacio de trabajo del ambiente virtual y el del mecanismo paralelogramo.

Posteriormente, estas señales se envían a un multiplexor y son las entradas al bloque “VR Sink”, quien establece la comunicación entre el prototipo experimental y el ambiente virtual. Cuando el efector final se mueve, la esfera también lo hace, siguiendo el movimiento del efector final, cabe mencionar que dicha comunicación solo es en una dirección.

En las Figuras 3.27 y 3.28 se muestra la comunicación entre el dispositivo háptico y el ambiente virtual para la trayectoria de una rosa de cuatro pétalos.

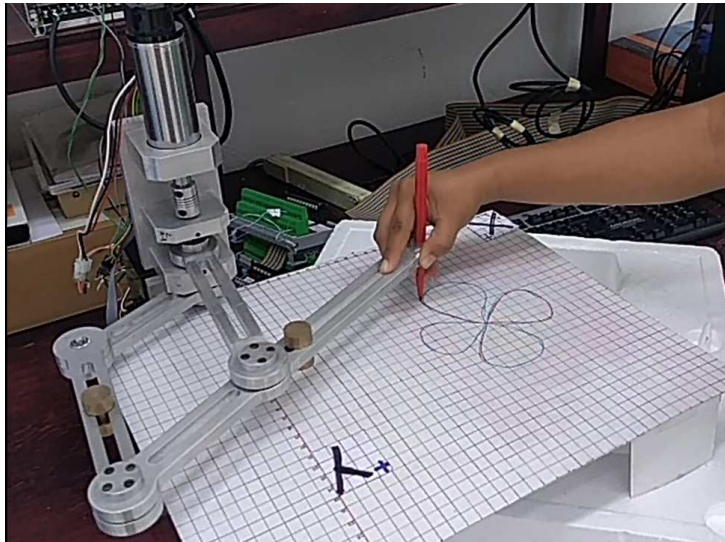


Figura 3.27: Comunicación unilateral: Rosa de cuatro pétalos realizada con el efector final.

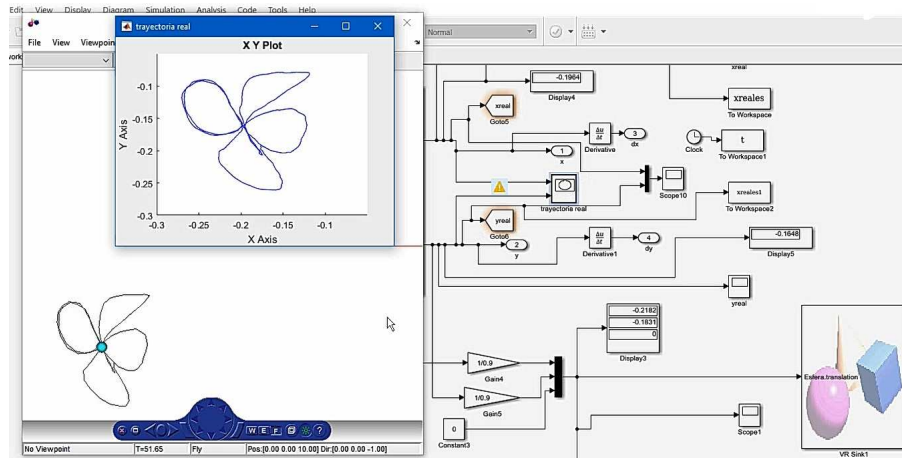


Figura 3.28: Comunicación unilateral: Matlab vs ambiente virtual.

Capítulo 4

Conclusiones y perspectivas

4.1. Conclusiones generales

El principal objetivo del presente trabajo fue la construcción de un mecanismo paralelogramo con dinámica desacoplada. El dispositivo háptico que se construyó está compuesto principalmente por un mecanismo paralelogramo, dos servomotores, dos servoamplificadores, una tarjeta de adquisición de datos y un ambiente virtual.

Los modelos matemáticos que fueron desarrollados describen la cinemática y dinámica del mecanismo paralelogramo y cumplen con las propiedades de controlabilidad y observabilidad necesarios para el diseño de controladores. Se estableció la comunicación entre el dispositivo háptico y el ambiente virtual, el cual está compuesto de una esfera que representa la posición del efector final del mecanismo paralelogramo; se realizaron varias trayectorias con el mecanismo y como se esperaba la esfera realizó el seguimiento de la misma trayectoria en el ambiente virtual.

Se validó la cinemática directa e inversa, diferencial y dinámica del mecanismo paralelogramo, obteniendo resultados aceptables. Por otro lado, también se diseñaron un control cinemático proporcional y un control por par calculado PID, para seguimiento de trayectorias; para el control cinemático se propusieron las trayectorias Caracol de Pascal y un círculo; para el control por par calculado PID se propuso una trayectoria circular. Para ambos con-

troladores los resultados fueron aceptables ya que como se observa en la Figura 3.21 los errores para la trayectoria Caracol de Pascal en x e y son $1.761x10^{-4} m$ y $1.057x10^{-3} m$, respectivamente y para la trayectoria circular los errores son $4.683x10^{-5} m$ y $4.215x10^{-4} m$.

En cuanto al control por par calculado se observa en la Figura 3.24 que los errores de posición para la trayectoria circular son de $2.528x10^{-3} m$ y $5.773x10^{-3} m$ para los servomotores 1 y 2 respectivamente, como se puede notar el error para el servomotor 2 es más grande que para el servomotor 1, éste error se puede disminuir haciendo un reajuste de los parámetros de inercia, fricción viscosa, fricción seca y ganancias del controlador. En general, se logró validar al dispositivo. También se logró establecer la comunicación entre el dispositivo háptico y el ambiente virtual. Tanto los resultados de simulación y experimentación muestran el desempeño satisfactorio del dispositivo háptico.

4.2. Trabajo futuro

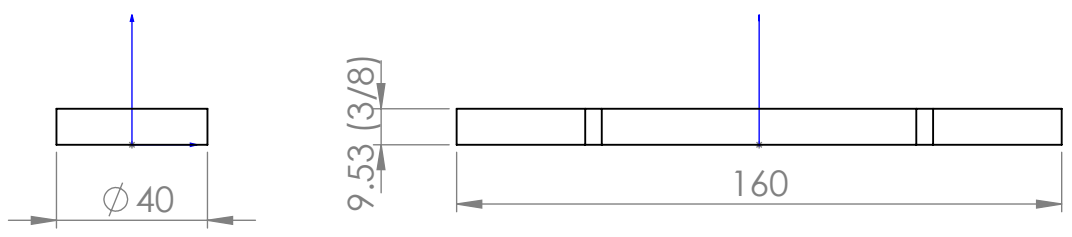
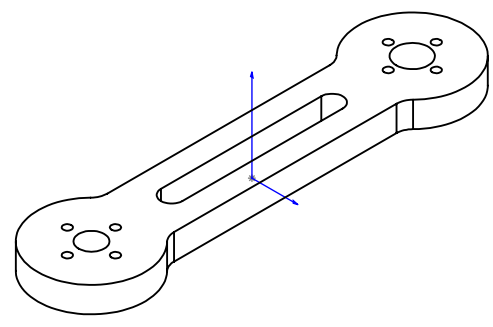
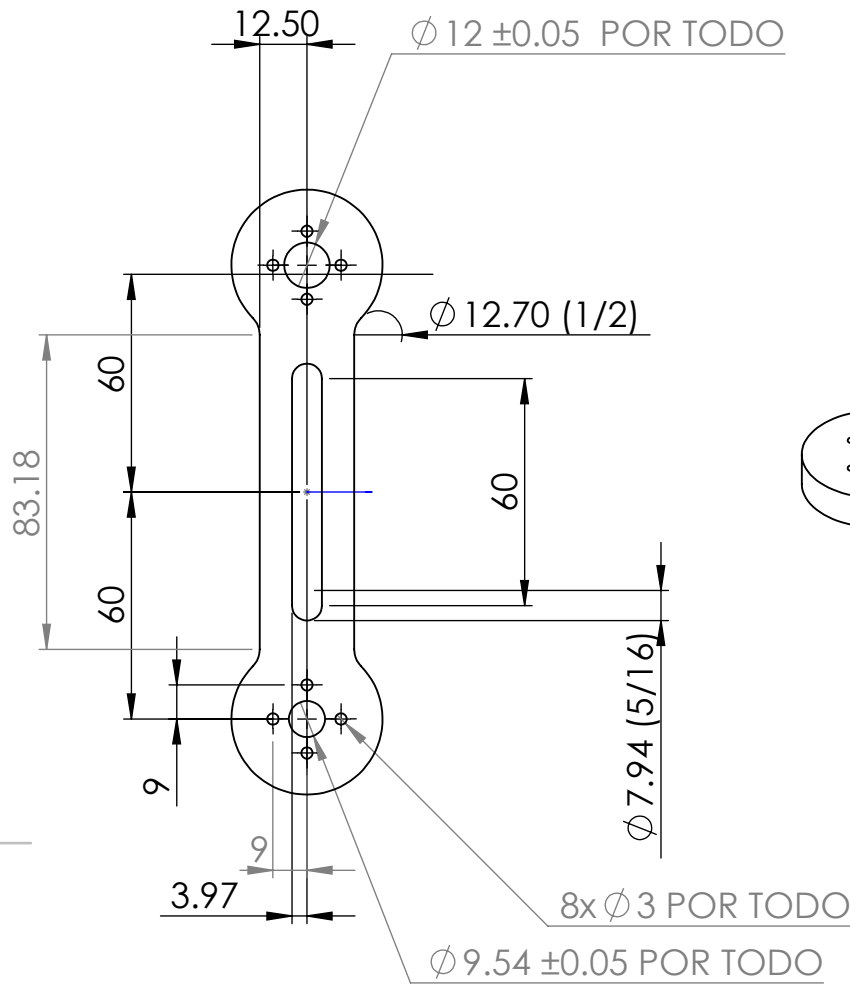
Se considera que en un siguiente proyecto, se realice un ambiente virtual más complejo que involucre colisiones entre dos objetos virtuales, uno de ellos representará al efector final del mecanismo paralelogramo y el otro será una pared virtual, al entrar en colisión se deberá de crear una fuerza de reacción, misma que será retroalimentada hacia el usuario, por medio de pares proporcionados por los servomotores. La idea es realizar el ambiente virtual en la plataforma de Unity, la cual es un motor de videojuego multiplataforma que contiene herramientas que le darían mayor realismo al ambiente virtual. Por otro lado, también se podrían implementar observadores de perturbación para que estimen la fuerza ejercida por el usuario, sin el uso de sensores de fuerza. En la Figura 4.1 se muestra un prototipo del ambiente virtual hecho en Unity, el cual incluye colisiones.



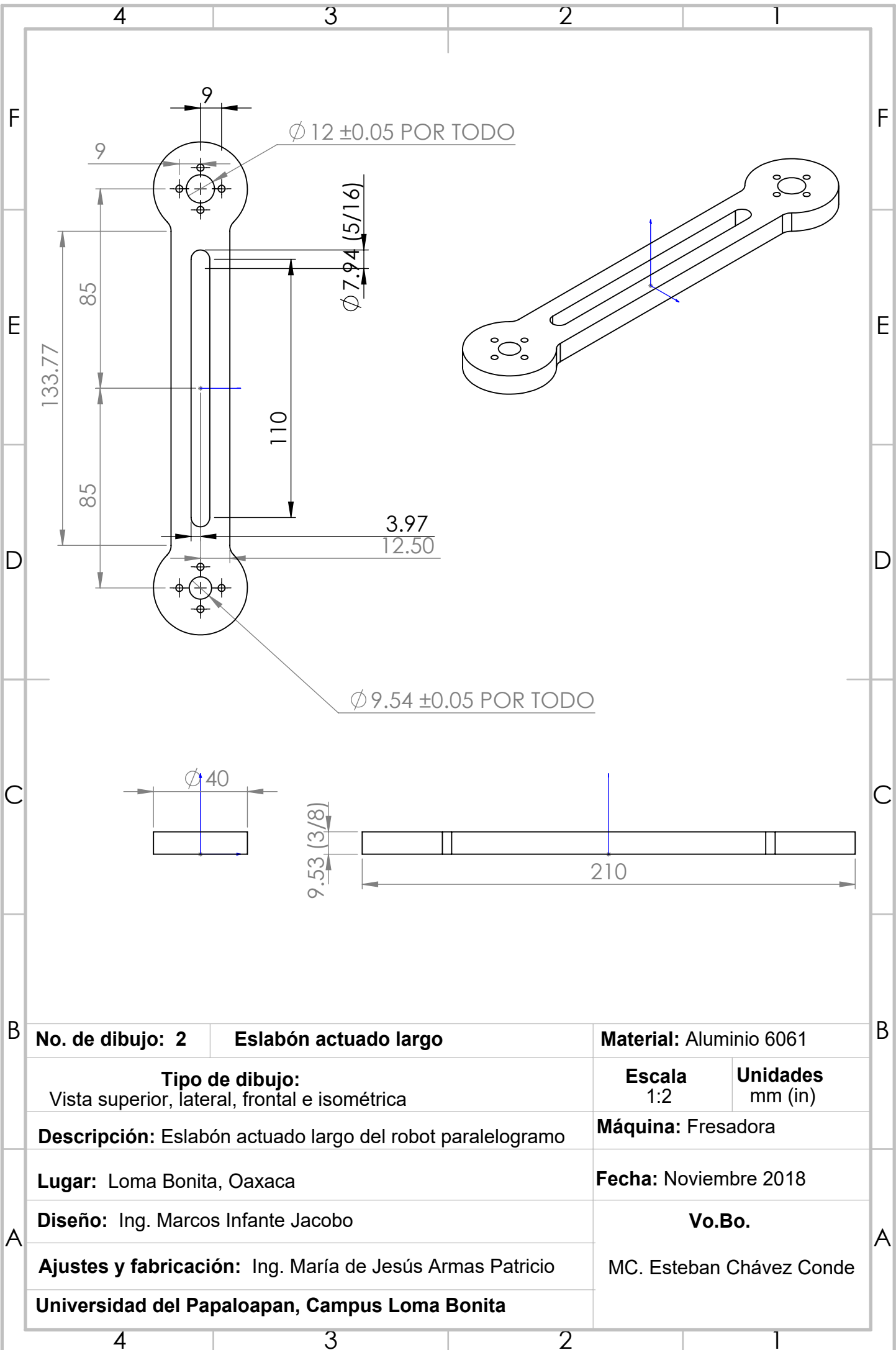
Figura 4.1: Prototipo del ambiente virtual incluyendo colisiones en Unity.

Apéndice A

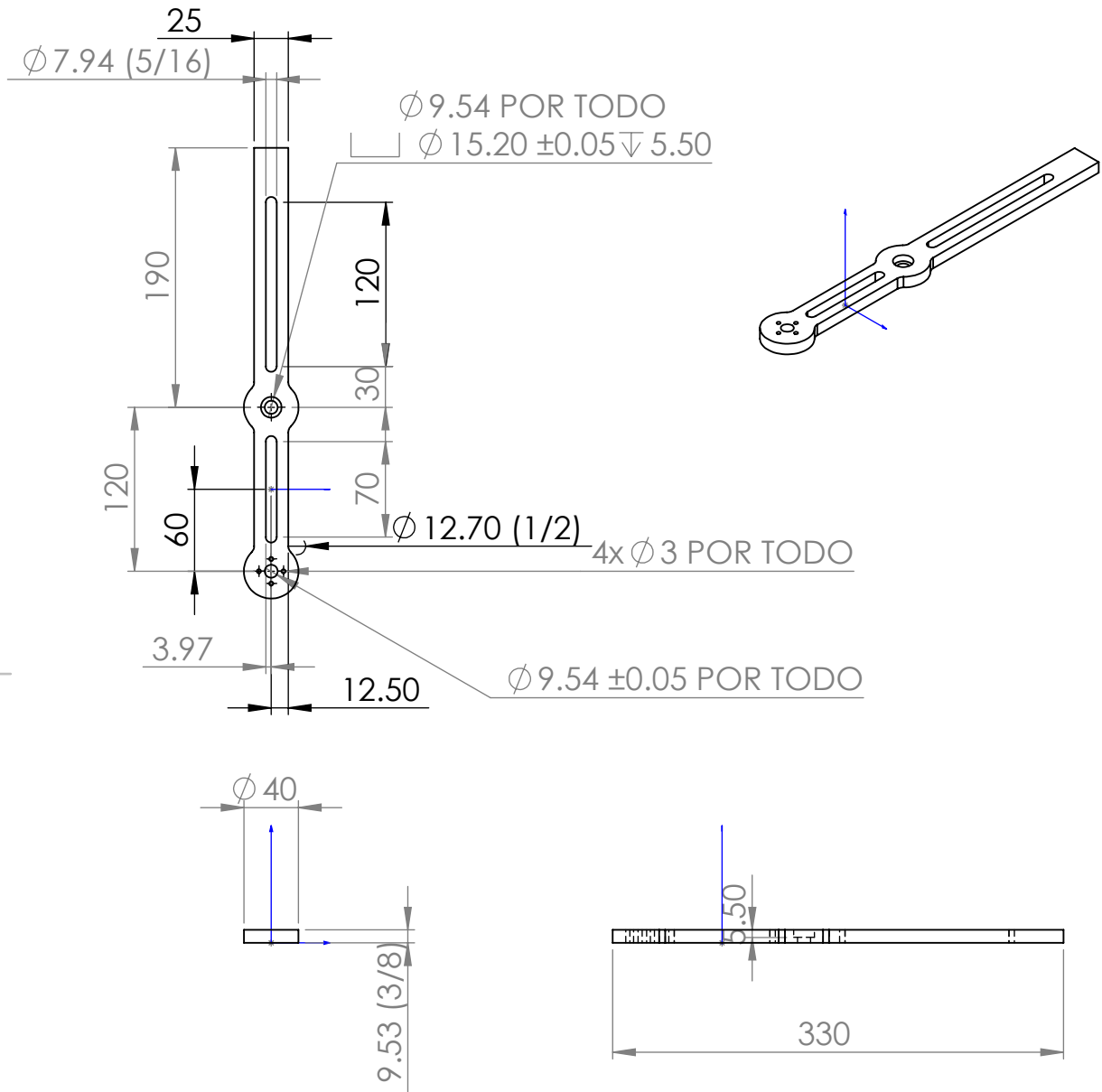
Dibujos de taller



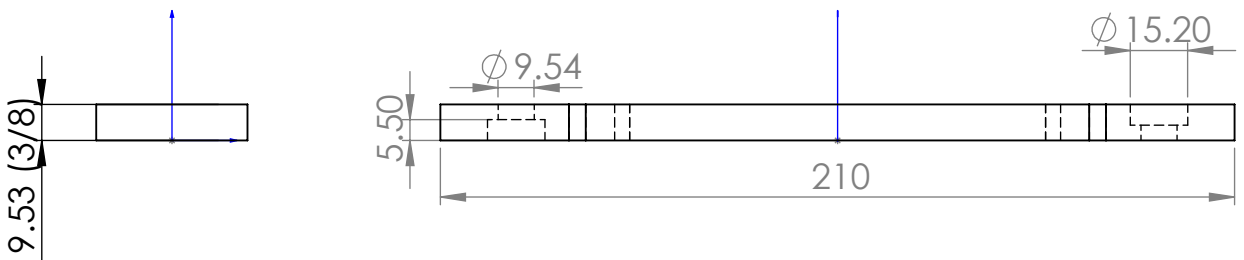
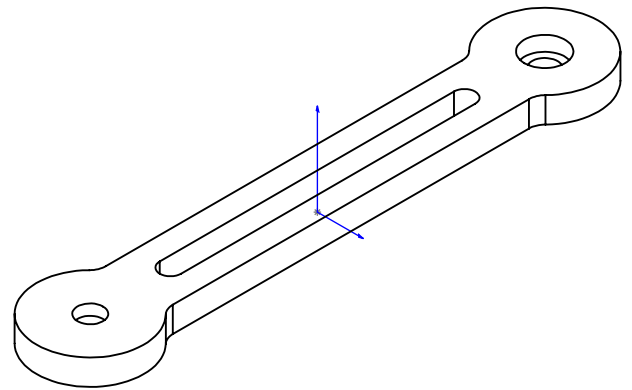
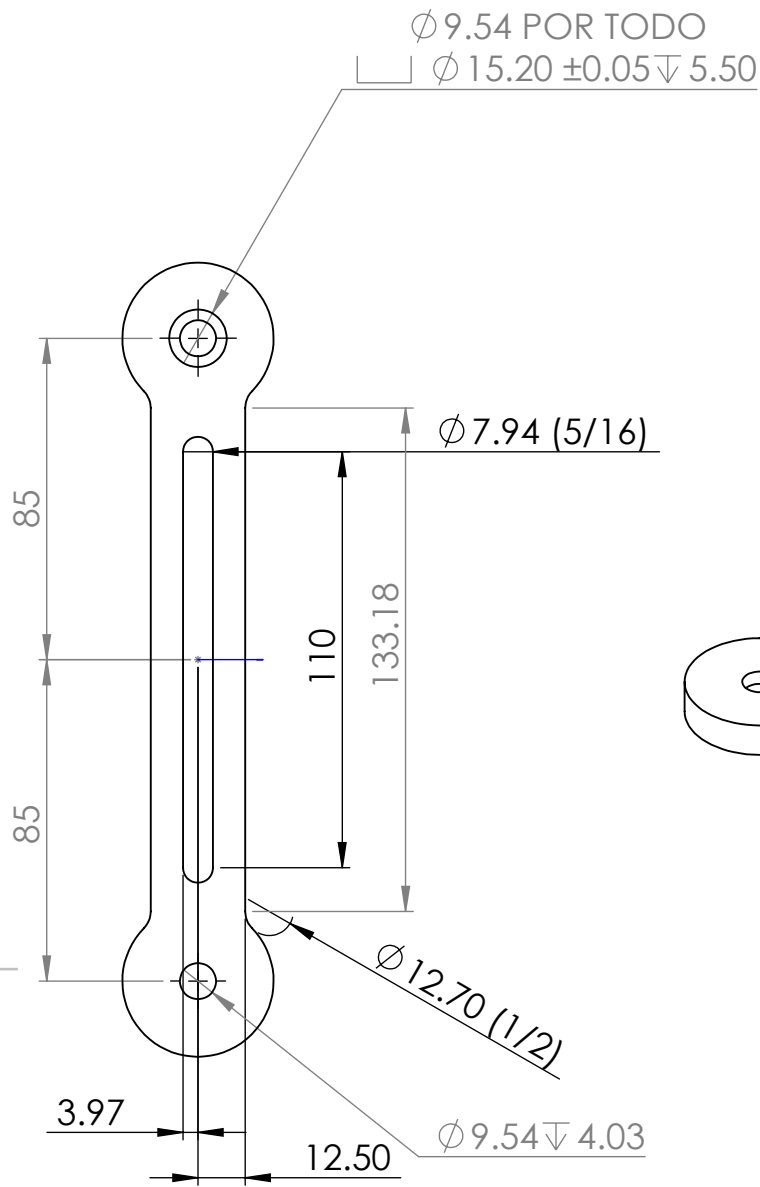
B	No. de dibujo: 1	Eslabón actuado corto	Material: Aluminio 6061	
	Tipo de dibujo: Vista superior, lateral, frontal e isométrica		Escala: 1:2	Unidades: mm (in)
A	Descripción: Eslabón actuado corto del robot paralelogramo		Máquina: Fresadora	
	Lugar: Loma Bonita, Oaxaca		Fecha: Noviembre 2018	
	Diseño: Ing. Marcos Infante Jacobo		Vo.Bo.	
	Ajustes y fabricación: Ing. María de Jesús Armas Patricio		MC. Esteban Chávez Conde	
Universidad del Papaloapan, Campus Loma Bonita				



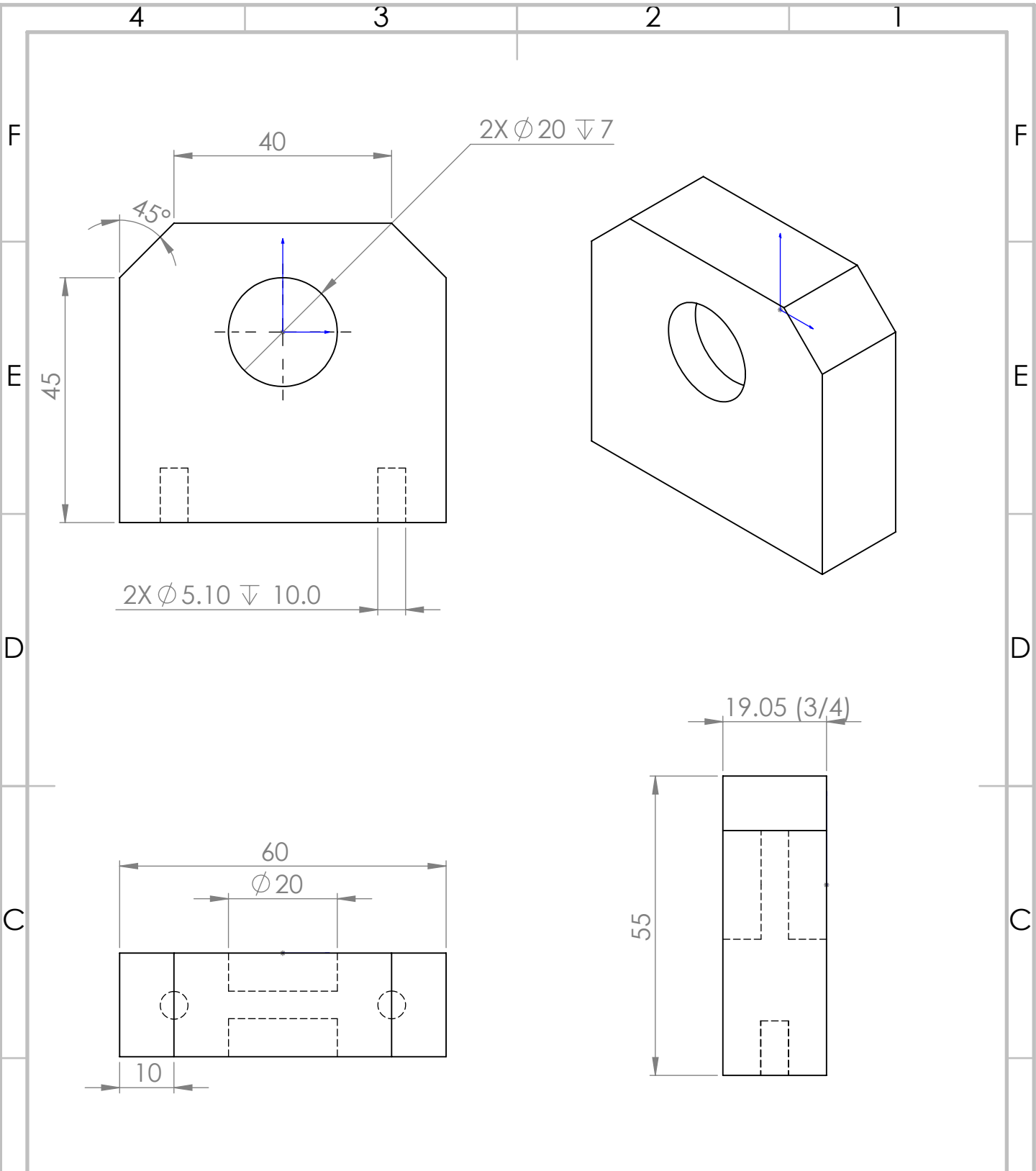
A	No. de dibujo: 2		Eslabón actuado largo		Material: Aluminio 6061	
	Tipo de dibujo: Vista superior, lateral, frontal e isométrica				Escala 1:2	Unidades mm (in)
	Descripción: Eslabón actuado largo del robot paralelogramo				Máquina: Fresadora	
	Lugar: Loma Bonita, Oaxaca				Fecha: Noviembre 2018	
	Diseño: Ing. Marcos Infante Jacobo				Vo.Bo.	
Ajustes y fabricación: Ing. María de Jesús Armas Patricio				MC. Esteban Chávez Conde		
Universidad del Papaloapan, Campus Loma Bonita						



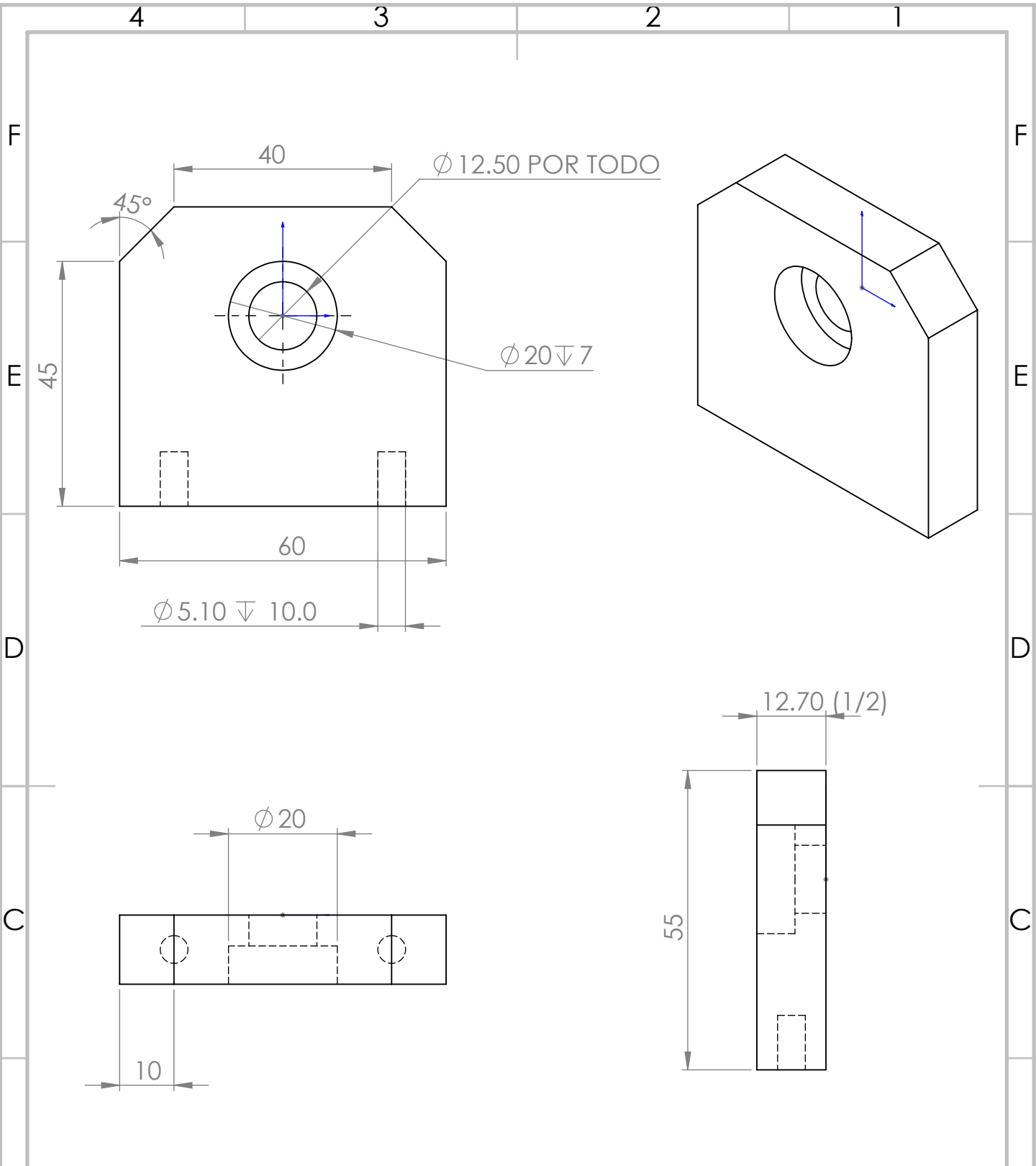
B	No. de dibujo: 3	Eslabón efector final	Material: Aluminio 6061	
	Tipo de dibujo: Vista superior, lateral, frontal e isométrica		Escala 1:5	Unidades mm (in)
A	Descripción: Eslabón efector final del robot paralelogramo		Máquina: Fresadora	
	Lugar: Loma Bonita, Oaxaca		Fecha: Noviembre 2018	
	Diseño: Ing. Marcos Infante Jacobo		Vo.Bo. MC. Esteban Chávez Conde	
	Ajustes y fabricación: Ing. María de Jesús Armas Patricio			
Universidad del Papaloapan, Campus Loma Bonita				



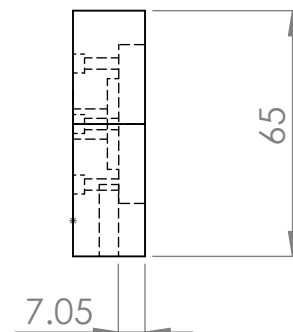
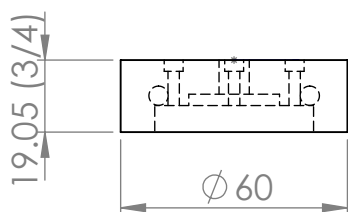
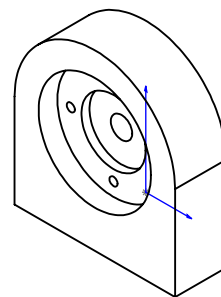
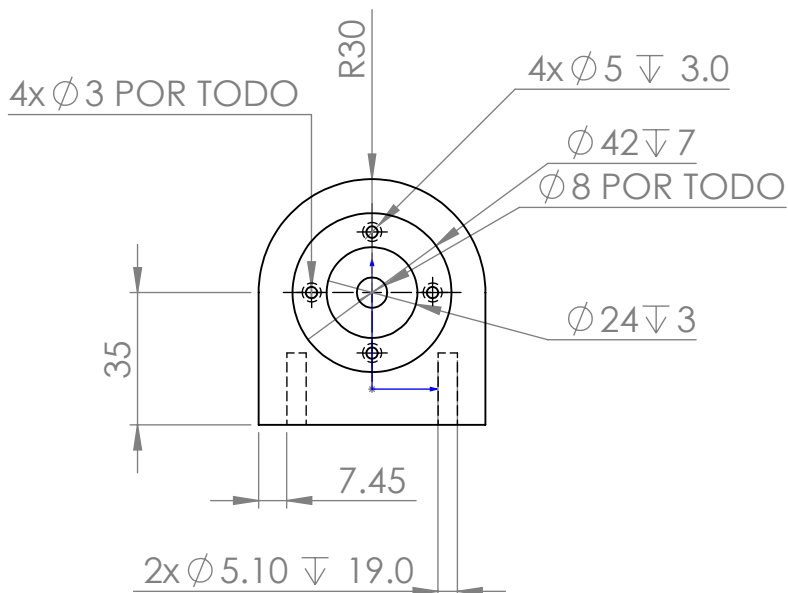
A	No. de dibujo: 4 Eslabón pasivo largo Material: Aluminio 6061	
	Tipo de dibujo: Vista superior, lateral, frontal e isométrica	
	Descripción: Eslabón pasivo largo del robot paralelogramo	Escala: 1:2 Unidades: mm (in)
	Lugar: Loma Bonita, Oaxaca	Máquina: Fresadora
	Diseño: Ing. Marcos Infante Jacobo	Fecha: Noviembre 2018
Ajustes y fabricación: Ing. María de Jesús Armas Patricio		Vo.Bo. MC. Esteban Chávez Conde
Universidad del Papaloapan, campus Loma Bonita		



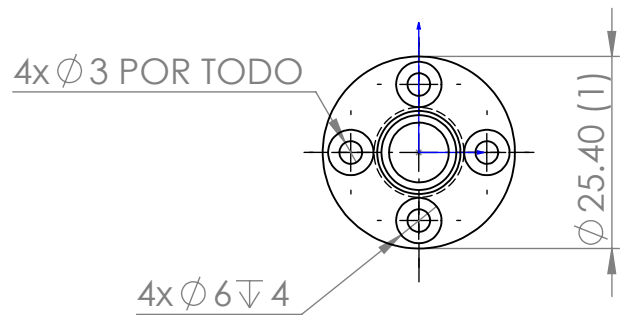
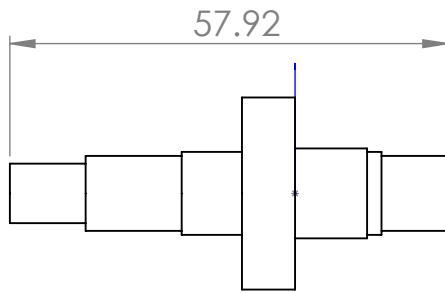
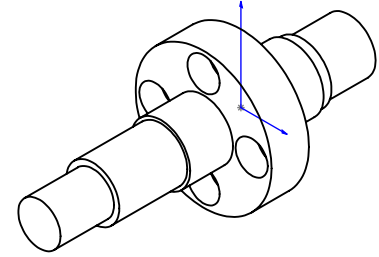
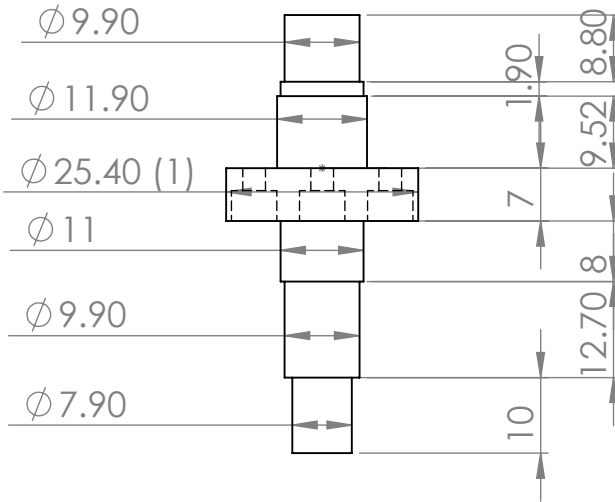
B	No. de dibujo: 5	Soporte medio	Material: Aluminio 6061	
	Tipo de dibujo: Vista superior, lateral, frontal e isométrica		Escala 1:1	Unidades mm (in)
A	Descripción: Soporte medio del robot paralelogramo		Máquina: Fresadora	
	Lugar: Loma Bonita, Oaxaca		Fecha: Noviembre 2018	
	Diseño: Ing. María de Jesús Armas Patricio		Vo.Bo. MC. Esteban Chávez Conde	
	Ajustes y fabricación: Ing. María de Jesús Armas Patricio			
Universidad del Papaloapan, campus Loma Bonita				



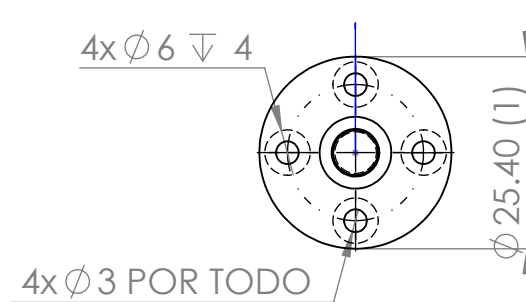
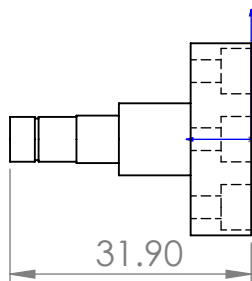
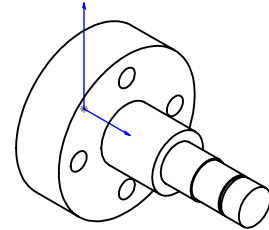
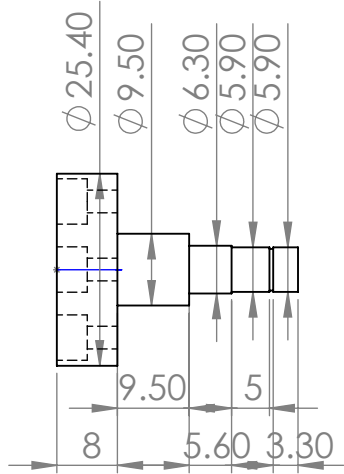
B	No. de dibujo: 6	Soporte lateral	Material: Aluminio 6061	
	Tipo de dibujo: Vista superior, lateral, frontal e isométrica		Escala 1:1	Unidades mm (in)
A	Descripción: Soporte lateral del robot paralelogramo		Máquina: Fresadora	
	Lugar: Loma Bonita, Oaxaca		Fecha: Noviembre 2018	
	Diseño: Ing. María de Jesús Armas Patricio		Vo.Bo. MC. Esteban Chávez Conde	
Ajustes y fabricación: Ing. María de Jesús Armas Patricio				
Universidad del Papaloapan, campus Loma Bonita				



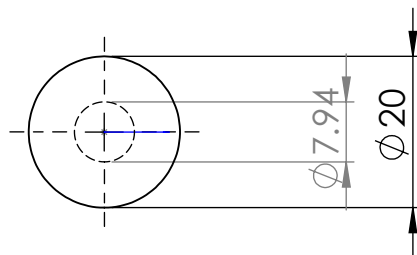
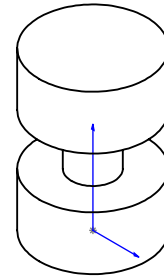
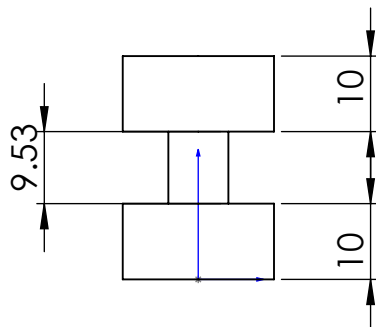
B	No. de dibujo: 7	Soporte servomotor	Material: Aluminio 6061	
	Tipo de dibujo: Vista superior, lateral, frontal e isométrica		Escala 1:2	Unidades mm (in)
A	Descripción: Soporte del servomotor del robot paralelogramo		Máquina: Fresadora	
	Lugar: Loma Bonita, Oaxaca		Fecha: Noviembre 2018	
	Diseño: Ing. María de Jesús Armas Patricio		Vo.Bo. MC. Esteban Chávez Conde	
	Ajustes y fabricación: Ing. María de Jesús Armas Patricio			
Universidad del Papaloapan, campus Loma Bonita				



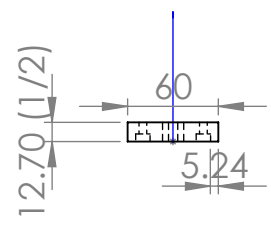
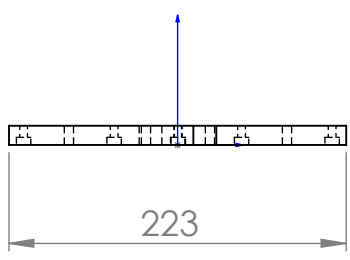
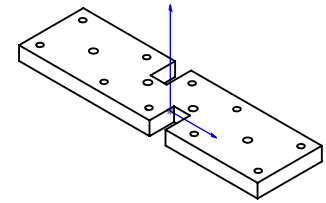
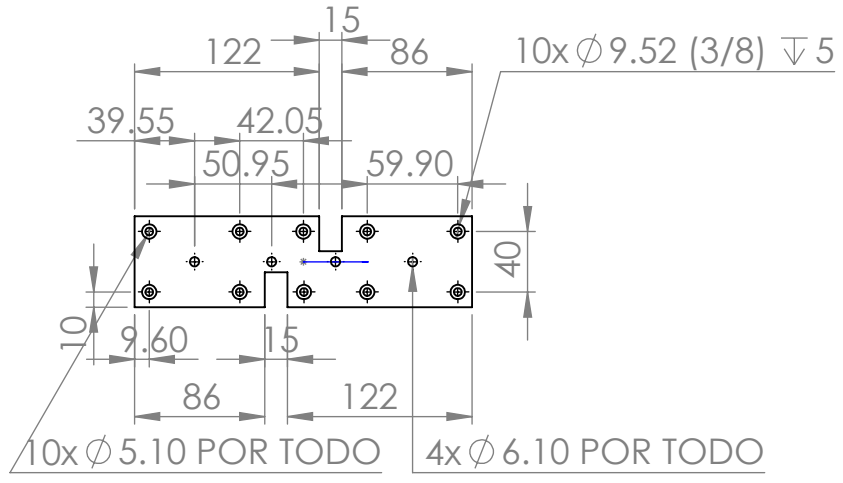
B	No. de dibujo: 8	Eje transmisor de potencia	Material: Acero inoxidable	
	Tipo de dibujo: Vista superior, lateral, frontal e isométrica		Escala: 1:1	Unidades: mm (in)
A	Descripción: Eje transmisor de movimiento del robot paralelogramo		Máquina: Torno convencional	
	Lugar: Loma Bonita, Oaxaca		Fecha: Noviembre 2018	
	Diseño: Ing. Marcos Infante Jacobo		Vo.Bo.	
	Ajustes y fabricación: Ing. María de Jesús Armas Patricio		MC. Esteban Chávez Conde	
Universidad del Papaloapan, campus Loma Bonita				



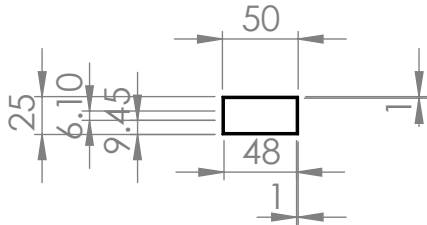
A	B	No. de dibujo: 9	Perno-brida	Material: Aluminio 6061	B	
	Tipo de dibujo: Vista superior, frontal e isométrica		Escala 1:1	Unidades mm (in)		
	Descripción: Perno-brida de unión entre los eslabones del robot paralelogramo			Máquina: Torno convencional		
	Lugar: Loma Bonita, Oaxaca			Fecha: Noviembre 2018		
	Diseño: Ing. Marcos Infante Jacobo			Vo.Bo.		
		Ajustes y fabricación: Ing. María de Jesús Armas Patricio		MC. Esteban Chávez Conde		
		Universidad del Papaloapan, campus Loma Bonita				



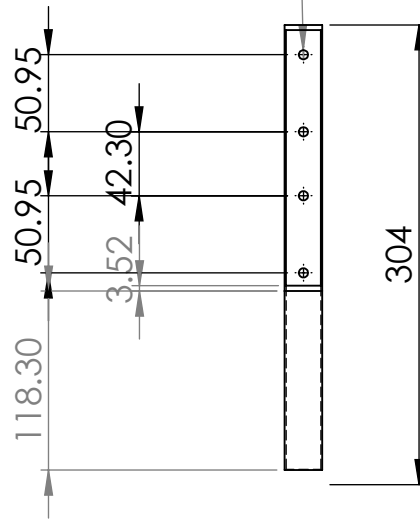
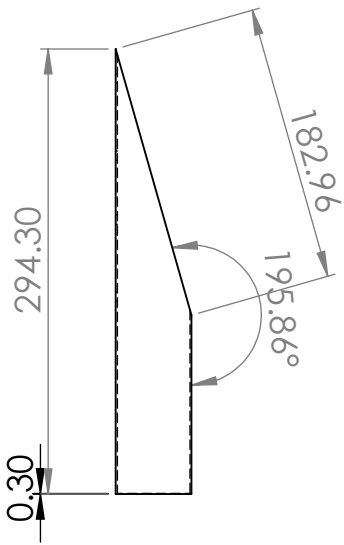
B	No. de dibujo: 10	Pesa	Material: Bronce	B
	Tipo de dibujo: Vista superior, lateral e isométrica		Escala 1:1	
A	Descripción: Pesa para los eslabones del robot paralelogramo		Máquina: Torno convencional	
	Lugar: Loma Bonita, Oaxaca		Fecha: Noviembre 2018	
	Diseño: Ing. Marcos Infante Jacobo		Vo.Bo. MC. Esteban Chávez Conde	
	Ajustes y fabricación: Ing. María de Jesús Armas Patricio			
Universidad del Papaloapan, campus Loma Bonita				



B	No. de dibujo: 11	Base	Material: Aluminio 6061	
	Tipo de dibujo: Vista superior, lateral, frontal e isométrica		Escala 1:5	Unidades mm (in)
A	Descripción: Base del robot paralelogramo		Máquina: Fresadora	
	Lugar: Loma Bonita, Oaxaca		Fecha: Noviembre 2018	
	Diseño: Ing. María de Jesús Armas Patricio		Vo.Bo. MC. Esteban Chávez Conde	
	Ajustes y fabricación: Ing. María de Jesús Armas Patricio			
Universidad del Papaloapan, campus Loma Bonita				



4x ϕ 6.10 POR TODO



A	No. de dibujo: 12 Perfil tubular estructural		Material: Acero dulce	
	Tipo de dibujo: Vista superior, frontal, lateral e isométrica		Escala 1:5	Unidades mm (in)
	Descripción: Estructura del robot paralelogramo		Máquina: Cortadora de metal/planta soldadora	
	Lugar: Loma Bonita, Oaxaca		Fecha: Noviembre 2018	
	Diseño: Ing. María de Jesús Armas Patricio		Vo.Bo.	
Ajustes y fabricación: Ing. María de Jesús Armas Patricio		MC. Esteban Chávez Conde		
Universidad del Papaloapan, campus Loma Bonita				

4 3 2 1

F

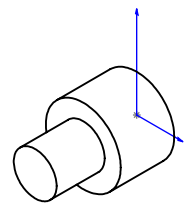
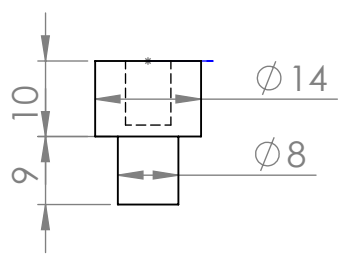
F

E

E

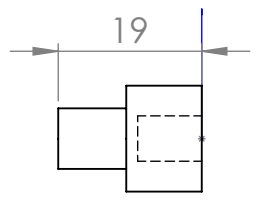
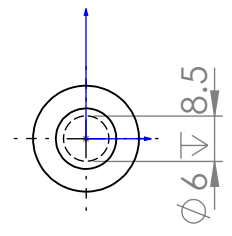
D

D



C

C



B

B

No. de dibujo: 13 **Cople rígido** **Material:** Acero inoxidable

Tipo de dibujo:
Vista superior, lateral, frontal e isométrica **Escala:** 1:1 **Unidades:** mm (in)

Descripción: Cople rígido del robot paralelogramo **Máquina:** Torno convencional

Lugar: Loma Bonita, Oaxaca **Fecha:** Noviembre 2018

A

A

Diseño: Ing. María de Jesús Armas Patricio **Vo.Bo.**

Ajustes y fabricación: Ing. María de Jesús Armas Patricio Mc. Esteban Chávez Conde

Universidad del Papaloapan, campus Loma Bonita

4 3 2 1

Apéndice B

Fabricación y ensamble del prototipo

B.1. Diseño 3D

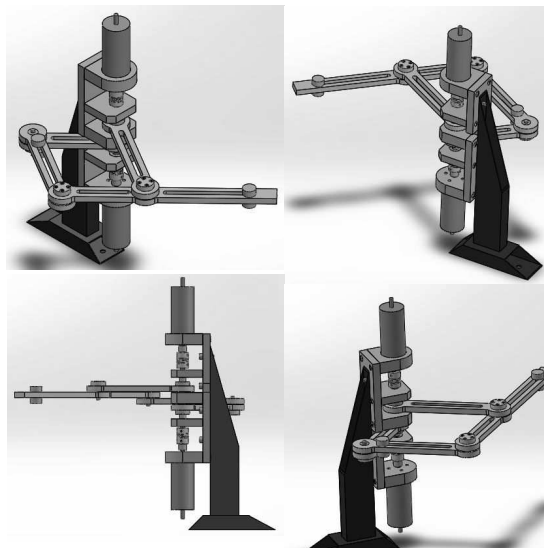


Figura B.1: Diseño digitalizado del robot paralelogramo.

B.2. Fabricación de los eslabones y pernos

Entre los materiales empleados para la fabricación del dispositivo háptico se encuentran: aluminio, acero inoxidable y bronce. Los eslabones, los soportes, la base y los pernos-brida fueron hechos de aluminio, los ejes transmisores de potencia son de acero inoxidable, mientras que las pesas son de bronce. Los eslabones fueron programados con el software Visi Cad y el resto de las piezas fueron programadas a pie de máquina. A continuación, se muestran las piezas.



Figura B.2: Eslabones del mecanismo paralelogramo.



Figura B.3: Pernos-brida para unir a los eslabones.

B.3. Fabricación de los soportes y flechas

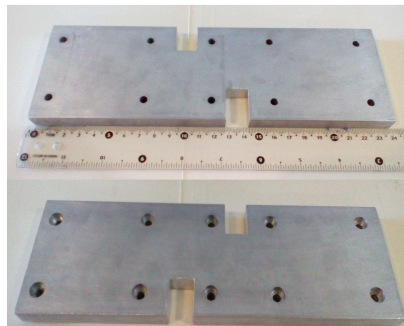


Figura B.4: Base del mecanismo paralelogramo.

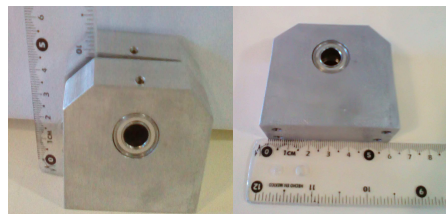


Figura B.5: Soportes laterales del mecanismo paralelogramo.

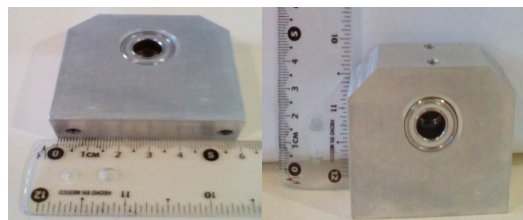


Figura B.6: Soporte medio del mecanismo paralelogramo.

112B. APÉNDICE B. FABRICACIÓN Y ENSAMBLE DEL PROTOTIPO



Figura B.7: Soportes de los servomotores.

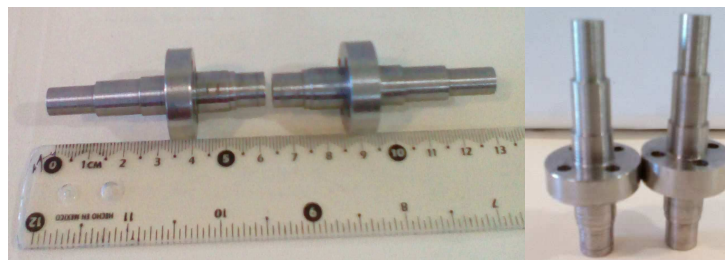


Figura B.8: Ejes transmisores de potencia.



Figura B.9: Perfil PTR (Perfil Tubular Rectangular).

B.4. Fabricación de los coples rígidos y pesas

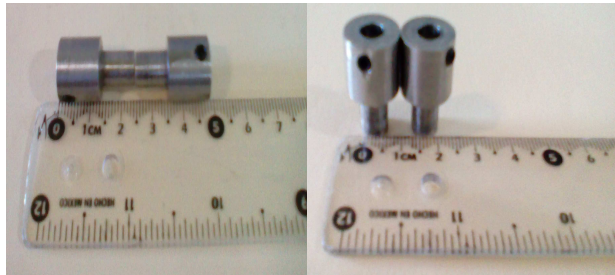


Figura B.10: Coples rígidos.

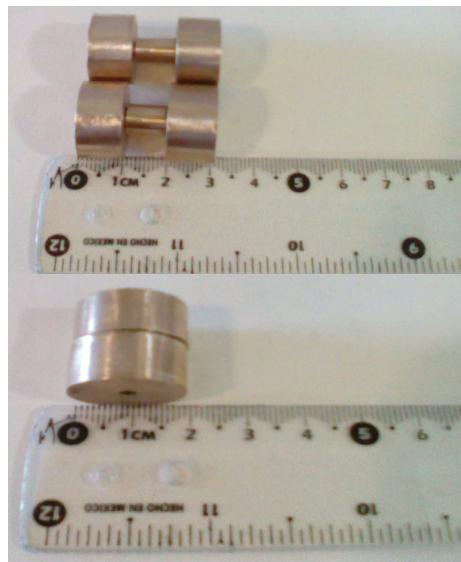


Figura B.11: Pesas de bronce para modificar los centros de masa de los eslabones L_3 y L_4 .

B.5. Otros elementos mecánicos

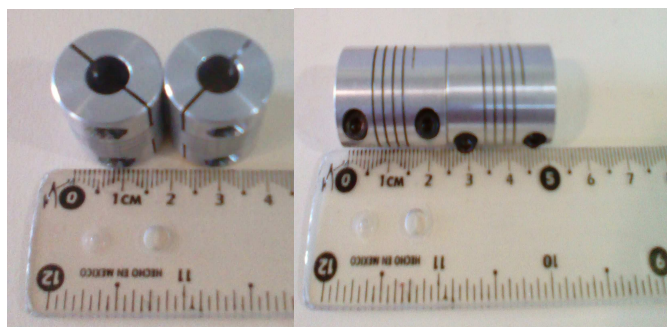


Figura B.12: Coples flexibles para adaptar el cople rígido con el eje transmisor de potencia.

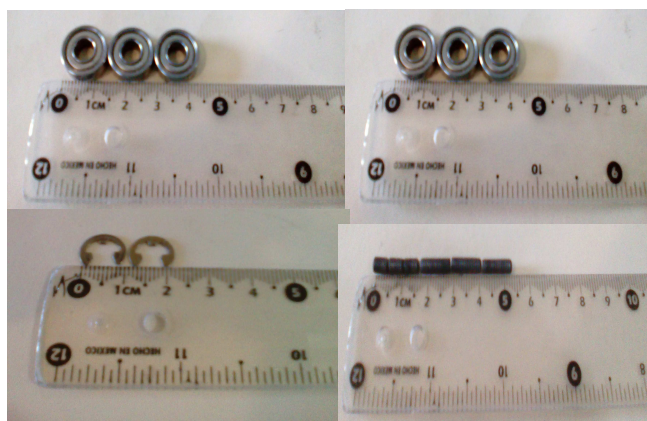
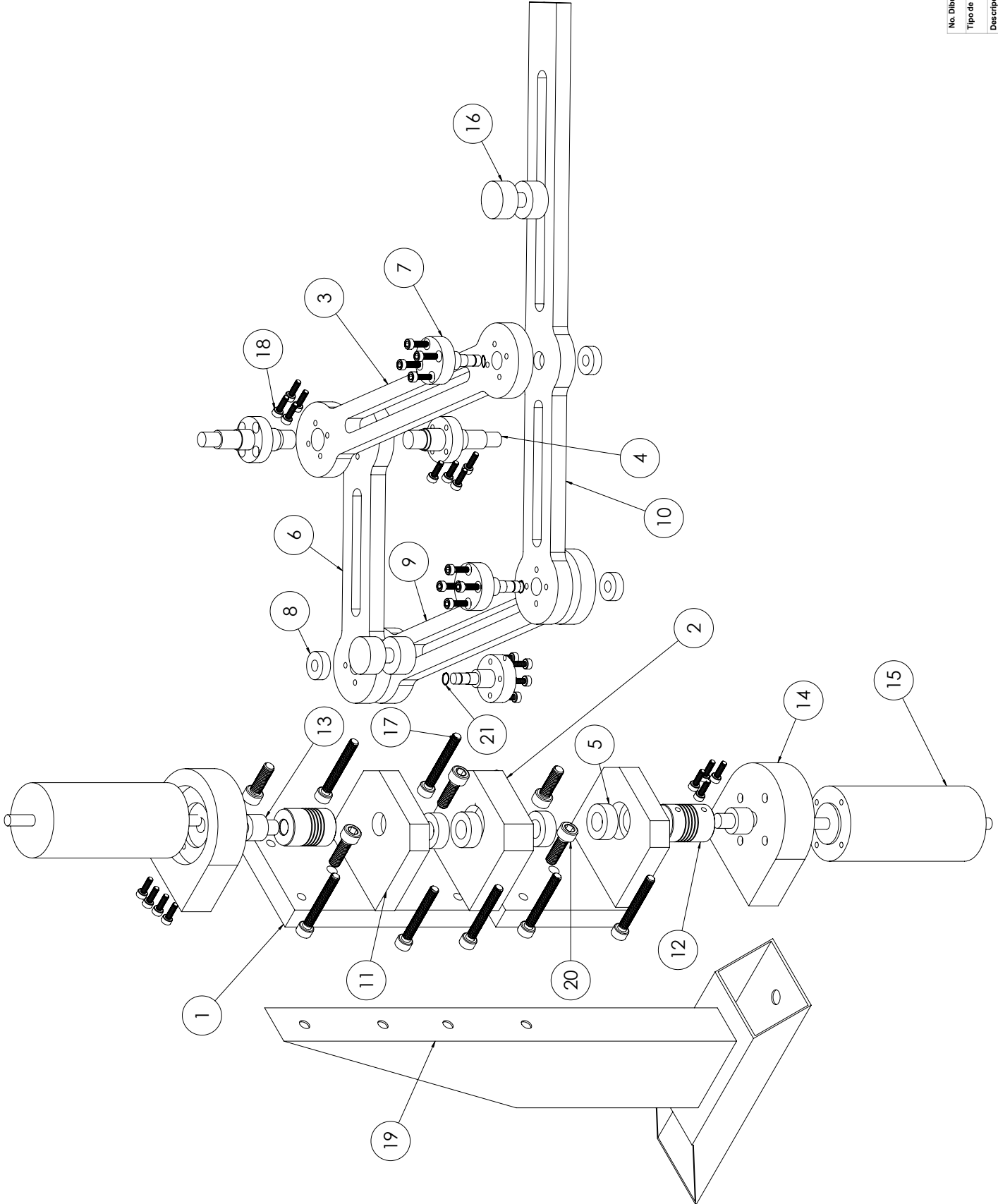


Figura B.13: Rodamientos, seguros y tornillos prisioneros.

B.6. Ensamble del dispositivo háptico

A continuación, se muestra el dibujo de taller en donde se muestra el despiece del dispositivo háptico.



No.	Descripción	Cantidad
01	Base	1
02	SopORTE medio	1
03	Eslabón activo largo	1
04	Eje transmisor de potencia	2
05	Rodamiento W63800-2Z	4
06	Eslabón actuado corto	1
07	Perno-bridA	3
08	Rodamiento W6196-2Z	3
09	Eslabón pasivo largo	1
10	Eslabón efector final	1
11	SopORTE lateral	2
12	Cople flexible	2
13	Cople rígido	2
14	SopORTE servomotor	2
15	Servomotor	2
16	Pesa	2
17	Tornillo M5	10
18	Tornillo M3	28
19	Estructura mecanismo	1
20	Tornillo M6	4
21	Anillo de retención	3

No. Dibujo: 14 **Sistema explotado**
 Tipo de dibujo: Vista explotada
 Escala: 1:1
 Unidades: mm (e)
 Descripción: Sistema completo en vista explotada
 Lugar: Loma Bonita, Oaxaca
 Fecha: Noviembre 2018
 Diseño: Ing. Marcos Infante Jacobo
 Ajuste y fabricación: Ing. Maíra de Jesús Amas Patriño
 Universidad del Papaloapan, Campus Loma Bonita
 Vo. Bo
 M.C. Esteban Chávez Conde

116B. APÉNDICE B. FABRICACIÓN Y ENSAMBLE DEL PROTOTIPO

Apéndice C

Programas de control numérico

El único software que se utilizó fué Visi Cad 15.0 para programar los códigos G de los eslabones del mecanismo paralelogramo. Las piezas restantes fueron programadas de forma manual a pie de máquina.

Los códigos G que se muestran a continuación fueron generados con el Software Visi Cad 15.0 y ejecutados en una fresadora CNC Fagor en la Universidad Tecnológica de la Mixteca. Cabe mencionar que solo se hicieron los contornos de los eslabones y los detalles, como las cajoneras y barrenos se hicieron en la Universidad del Papaloapan, Campus Loma Bonita.

%ESLABONPASIVOLARG,MX--,	N51 X2.576 Y0.883	N93 X0.151 Y0.165
N1 G90	N52 X2.396 Y1.296	N94 X0.122 Y0.187
N2 T6 M06	N53 X2.15 Y1.672	N95 X0.09 Y0.205
N3 G54	N54 X1.845 Y2.004	N96 X0.053 Y0.217
N12 G0 X0.494 Y2.669 S3500	N55 X1.489 Y2.281	N97 X0.019 Y0.223
M03		N98 X-0.017
N14 Z2.378	N56 X1.094 Y2.494	N99 X-0.054 Y0.217
N15 G1 Z-0.002 F800	N57 X0.669 Y2.64	N100 X-0.091 Y0.204
N16 X0.464 Y2.674 Z-0.541	N58 X0.225 Y2.714	N101 X-0.121 Y0.188
N17 X0.374 Y2.69 Z-1.074	N59 X-0.225	N102 X-0.151 Y0.165
N18 X0.225 Y2.714 Z-1.592	N60 X-0.669 Y2.64	N103 X-0.177 Y0.136
N19 X0.025 Z-2.07	N61 X-1.094 Y2.494	
N20 X-0.225 Z-2.524	N62 X-1.491 Y2.279	N104 X-0.197 Y0.106
N21 X-0.435 Y2.679 Z-2.837	N63 X-1.845 Y2.003	N105 X-0.211 Y0.074
N22 X-0.669 Y2.64 Z-3.131	N64 X-2.149 Y1.673	N106 X-0.22 Y0.038
N23 X-0.874 Y2.57 Z-3.364	N65 X-2.396 Y1.295	N107 X-0.223 Y0.011
N24 X-1.094 Y2.494 Z-3.582	N66 X-2.576 Y0.884	N108 Z-4.77 F700
N25 X-1.491 Y2.279 Z-3.932	N67 X-2.686 Y0.45	N109 Z-2.39
N26 X-1.845 Y2.003 Z-4.204	N68 X-2.723 Y0.011	N110 G0 Z10.
N27 X-2.149 Y1.673 Z-4.414	N69 X-0.225 Z-5.5 F800	N112 M05
N28 X-2.396 Y1.295 Z-4.571	N70 X-0.223 Z-9.53	N2 T5 M06
N29 X-2.576 Y0.884 Z-4.679	N71 X-0.218 Y-0.039 F1200	N3 G54
N30 X-2.686 Y0.45 Z-4.742	N72 X-0.209 Y-0.074	N12 G0 X-91.35 Y18.85 S3000
N31 X-2.723 Y0.011 Z-4.762	N73 X-0.192 Y-0.112	M03
N32 X-2.681 Y-0.467 F1200	N74 X-0.17 Y-0.143	N14 Z4.763
N33 X-2.557 Y-0.932	N75 X-0.143 Y-0.17	N15 G1 Z1.588 F800
N34 X-2.357 Y-1.361	N76 X-0.115 Y-0.189	N16 X-91.31 Z0.877
N35 X-2.085 Y-1.75	N77 X-0.074 Y-0.209	N17 X-91.191 Z0.174
N36 X-1.75 Y-2.084	N78 X-0.038 Y-0.218	N18 X-90.994 Z-0.51
N37 X-1.361 Y-2.357	N79 X0.001 Y-0.222	N19 X-90.721 Z-1.168
N38 X-0.931 Y-2.557	N80 X0.037 Y-0.219	N20 X-90.377 Z-1.791
N39 X-0.472 Y-2.681	N81 X0.077 Y-0.208	N21 X-89.965 Z-2.372
N40 X-0.001 Y-2.722	N82 X0.111 Y-0.192	N22 X-89.49 Z-2.903
N41 X0.473 Y-2.68	N83 X0.142 Y-0.171	N23 X-88.959 Z-3.377
N42 X0.932 Y-2.557	N84 X0.17 Y-0.143	N24 X-88.378 Z-3.789
N43 X1.361 Y-2.357	N85 X0.193 Y-0.11	N25 X-87.755 Z-4.134
N44 X1.749 Y-2.086	N86 X0.209 Y-0.075	N26 X-87.097 Z-4.406
N45 X2.084 Y-1.75	N87 X0.219 Y-0.036	N27 X-86.413 Z-4.603
N46 X2.357 Y-1.361	N88 X0.223 Y0.009	N28 X-85.711 Z-4.723
N47 X2.557 Y-0.932	N89 X0.221 Y0.037	N29 X-85. Z-4.762
N48 X2.681 Y-0.472	N90 X0.211 Y0.074	N30 X-18.735 F1200
N49 X2.723 Y0.011	N91 X0.197 Y0.106	N31 X-18.516 Y18.861
N50 X2.687 Y0.448	N92 X0.177 Y0.136	N32 X-18.419 Y18.869

N33 X-17.731 Y19.449
N34 X-15.967 Y20.949
N35 X-15.723 Y21.144
N36 X-15.288 Y21.448
N37 X-12.937 Y22.944
N38 X-12.711 Y23.08
N39 X-12.209 Y23.339
N40 X-9.699 Y24.487
N41 X-9.197 Y24.692
N42 X-8.695 Y24.853
N43 X-6.185 Y25.604
N44 X-5.683 Y25.729
N45 X-5.181 Y25.814
N46 X-2.671 Y26.202
N47 X-2.169 Y26.26
N48 X-1.667 Y26.28
N49 X0.843 Y26.318
N50 X1.345 Y26.315
N51 X1.847 Y26.274
N52 X4.579 Y25.937
N53 X4.859 Y25.896
N54 X5.361 Y25.791
N55 X7.871 Y25.123
N56 X8.373 Y24.983
N57 X8.506 Y24.939
N58 X8.875 Y24.802
N59 X11.385 Y23.745
N60 X11.887 Y23.516
N61 X12.027 Y23.443
N62 X12.389 Y23.234
N63 X14.555 Y21.947
N64 X14.899 Y21.732
N65 X15.293 Y21.448
N66 X17.409 Y19.757
N67 X17.773 Y19.453
N68 X17.911 Y19.325
N69 X18.275 Y18.954
N70 X19.919 Y17.219
N71 X20.162 Y16.959
N72 X20.421 Y16.65
N73 X20.565 Y16.46
N74 X21.992 Y14.465
N75 X22.342 Y13.966
N76 X22.429 Y13.829
N77 X22.638 Y13.467
N78 X23.945 Y10.973
N79 X24.178 Y10.475
N80 X24.365 Y9.976
N81 X25.259 Y7.482

N82 X25.405 Y6.983
N83 X25.441 Y6.831
N84 X26.038 Y3.99
N85 X26.117 Y3.492
N86 X26.158 Y2.993
N87 X26.331 Y0.499
N88 X26.35 Y0.
N89 X26.331 Y-0.499
N90 X26.158 Y-2.993
N91 X26.117 Y-3.492
N92 X26.038 Y-3.99
N93 X25.441 Y-6.831
N94 X25.405 Y-6.983
N95 X25.259 Y-7.482
N96 X24.365 Y-9.976
N97 X24.178 Y-10.475
N98 X23.945 Y-10.973
N99 X22.638 Y-13.467
N100 X22.429 Y-13.829
N101 X22.342 Y-13.966
N102 X21.992 Y-14.465
N103 X20.565 Y-16.46
N104 X20.421 Y-16.65
N105 X20.162 Y-16.959
N106 X19.919 Y-17.219
N107 X18.275 Y-18.954
N108 X17.911 Y-19.325
N109 X17.773 Y-19.453
N110 X17.409 Y-19.757
N111 X15.293 Y-21.448
N112 X14.899 Y-21.732
N113 X14.555 Y-21.947
N114 X12.389 Y-23.234
N115 X12.027 Y-23.443
N116 X11.887 Y-23.516
N117 X11.385 Y-23.745
N118 X8.875 Y-24.802
N119 X8.506 Y-24.939
N120 X8.373 Y-24.983
N121 X7.871 Y-25.123
N122 X5.361 Y-25.791
N123 X4.859 Y-25.896
N124 X4.579 Y-25.937
N125 X1.847 Y-26.274
N126 X1.345 Y-26.315
N127 X0.843 Y-26.318
N128 X-1.667 Y-26.28
N129 X-2.169 Y-26.26
N130 X-2.671 Y-26.202

N131 X-5.181 Y-25.814
N132 X-5.683 Y-25.729
N133 X-6.185 Y-25.604
N134 X-8.695 Y-24.853
N135 X-9.197 Y-24.692
N136 X-9.699 Y-24.487
N137 X-12.209 Y-23.339
N138 X-12.711 Y-23.08
N139 X-12.937 Y-22.944
N140 X-15.288 Y-21.448
N141 X-15.723 Y-21.144
N142 X-15.967 Y-20.949
N143 X-17.731 Y-19.449
N144 X-18.419 Y-18.869
N145 X-18.516 Y-18.861
N146 X-18.735 Y-18.85
N147 X-151.265
N148 X-151.484 Y-18.861
N149 X-151.581 Y-18.869
N150 X-152.269 Y-19.449
N151 X-154.033 Y-20.949
N152 X-154.277 Y-21.144
N153 X-154.712 Y-21.448
N154 X-157.063 Y-22.944
N155 X-157.289 Y-23.08
N156 X-157.791 Y-23.339
N157 X-160.301 Y-24.487
N158 X-160.803 Y-24.692
N159 X-161.305 Y-24.853
N160 X-163.815 Y-25.604
N161 X-164.317 Y-25.729
N162 X-164.819 Y-25.814
N163 X-167.329 Y-26.202
N164 X-167.831 Y-26.26
N165 X-168.333 Y-26.28
N166 X-170.843 Y-26.318
N167 X-171.345 Y-26.315
N168 X-171.847 Y-26.274
N169 X-174.579 Y-25.937
N170 X-174.859 Y-25.896
N171 X-175.361 Y-25.791
N172 X-177.871 Y-25.123
N173 X-178.373 Y-24.983
N174 X-178.506 Y-24.939
N175 X-178.875 Y-24.802
N176 X-181.385 Y-23.745
N177 X-181.887 Y-23.516
N178 X-182.027 Y-23.443
N179 X-182.389 Y-23.234

N180 X-184.555 Y-21.947
N181 X-184.899 Y-21.732
N182 X-185.293 Y-21.448
N183 X-187.409 Y-19.757
N184 X-187.773 Y-19.453
N185 X-187.911 Y-19.325
N186 X-188.275 Y-18.954
N187 X-189.919 Y-17.219
N188 X-190.162 Y-16.959
N189 X-190.421 Y-16.65
N190 X-190.565 Y-16.46
N191 X-191.992 Y-14.465
N192 X-192.342 Y-13.966
N193 X-192.429 Y-13.829
N194 X-192.638 Y-13.467
N195 X-193.945 Y-10.973
N196 X-194.178 Y-10.475
N197 X-194.365 Y-9.976
N198 X-195.259 Y-7.482
N199 X-195.405 Y-6.983
N200 X-195.441 Y-6.831
N201 X-195.515 Y-6.484
N202 X-196.038 Y-3.99
N203 X-196.117 Y-3.492
N204 X-196.158 Y-2.993
N205 X-196.331 Y-0.499
N206 X-196.35 Y0.
N207 X-196.331 Y0.499
N208 X-196.158 Y2.993
N209 X-196.117 Y3.492
N210 X-196.038 Y3.99
N211 X-195.441 Y6.831
N212 X-195.405 Y6.983
N213 X-195.259 Y7.482
N214 X-194.365 Y9.976
N215 X-194.178 Y10.475
N216 X-193.945 Y10.973
N217 X-192.638 Y13.467
N218 X-192.429 Y13.829
N219 X-192.342 Y13.966
N220 X-191.992 Y14.465
N221 X-190.565 Y16.46
N222 X-190.421 Y16.65
N223 X-190.162 Y16.959
N224 X-189.919 Y17.219
N225 X-188.275 Y18.954
N226 X-187.911 Y19.325
N227 X-187.773 Y19.453
N228 X-187.409 Y19.757

N229 X-185.293 Y21.448
N230 X-184.899 Y21.732
N231 X-184.555 Y21.947
N232 X-182.389 Y23.234
N233 X-182.027 Y23.443
N234 X-181.887 Y23.516
N235 X-181.385 Y23.745
N236 X-178.875 Y24.802
N237 X-178.506 Y24.939
N238 X-178.373 Y24.983
N239 X-177.871 Y25.123
N240 X-175.361 Y25.791
N241 X-174.859 Y25.896
N242 X-174.579 Y25.937
N243 X-171.847 Y26.274
N244 X-171.345 Y26.315
N245 X-170.843 Y26.318
N246 X-168.333 Y26.28
N247 X-167.831 Y26.26
N248 X-167.329 Y26.202
N249 X-164.819 Y25.814
N250 X-164.317 Y25.729
N251 X-163.815 Y25.604
N252 X-161.305 Y24.853
N253 X-160.803 Y24.692
N254 X-160.301 Y24.487
N255 X-157.791 Y23.339
N256 X-157.289 Y23.08
N257 X-157.063 Y22.944
N258 X-154.712 Y21.448
N259 X-154.277 Y21.144
N260 X-154.033 Y20.949
N261 X-152.269 Y19.449
N262 X-151.581 Y18.869
N263 X-151.484 Y18.861
N264 X-151.265 Y18.85
N265 X-85.
N266 Z-9.53 F800
N267 X-18.735 F1200
N268 X-18.516 Y18.861
N269 X-18.419 Y18.869
N270 X-17.731 Y19.449
N271 X-15.967 Y20.949
N272 X-15.723 Y21.144
N273 X-15.288 Y21.448
N274 X-12.937 Y22.944
N275 X-12.711 Y23.08
N276 X-12.209 Y23.339
N277 X-9.699 Y24.487

N278 X-9.197 Y24.692
N279 X-8.695 Y24.853
N280 X-6.185 Y25.604
N281 X-5.683 Y25.729
N282 X-5.181 Y25.814
N283 X-2.671 Y26.202
N284 X-2.169 Y26.26
N285 X-1.667 Y26.28
N286 X0.843 Y26.318
N287 X1.345 Y26.315
N288 X1.847 Y26.274
N289 X4.579 Y25.937
N290 X4.859 Y25.896
N291 X5.361 Y25.791
N292 X7.871 Y25.123
N293 X8.373 Y24.983
N294 X8.506 Y24.939
N295 X8.875 Y24.802
N296 X11.385 Y23.745
N297 X11.887 Y23.516
N298 X12.027 Y23.443
N299 X12.389 Y23.234
N300 X14.555 Y21.947
N301 X14.899 Y21.732
N302 X15.293 Y21.448
N303 X17.409 Y19.757
N304 X17.773 Y19.453
N305 X17.911 Y19.325
N306 X18.275 Y18.954
N307 X19.919 Y17.219
N308 X20.162 Y16.959
N309 X20.421 Y16.65
N310 X20.565 Y16.46
N311 X21.992 Y14.465
N312 X22.342 Y13.966
N313 X22.429 Y13.829
N314 X22.638 Y13.467
N315 X23.945 Y10.973
N316 X24.178 Y10.475
N317 X24.365 Y9.976
N318 X25.259 Y7.482
N319 X25.405 Y6.983
N320 X25.441 Y6.831
N321 X26.038 Y3.99
N322 X26.117 Y3.492
N323 X26.158 Y2.993
N324 X26.331 Y0.499
N325 X26.35 Y0.
N326 X26.331 Y-0.499

N327 X26.158 Y-2.993
N328 X26.117 Y-3.492
N329 X26.038 Y-3.99
N330 X25.441 Y-6.831
N331 X25.405 Y-6.983
N332 X25.259 Y-7.482
N333 X24.365 Y-9.976
N334 X24.178 Y-10.475
N335 X23.945 Y-10.973
N336 X22.638 Y-13.467
N337 X22.429 Y-13.829
N338 X22.342 Y-13.966
N339 X21.992 Y-14.465
N340 X20.565 Y-16.46
N341 X20.421 Y-16.65
N342 X20.162 Y-16.959
N343 X19.919 Y-17.219
N344 X18.275 Y-18.954
N345 X17.911 Y-19.325
N346 X17.773 Y-19.453
N347 X17.409 Y-19.757
N348 X15.293 Y-21.448
N349 X14.899 Y-21.732
N350 X14.555 Y-21.947
N351 X12.389 Y-23.234
N352 X12.027 Y-23.443
N353 X11.887 Y-23.516
N354 X11.385 Y-23.745
N355 X8.875 Y-24.802
N356 X8.506 Y-24.939
N357 X8.373 Y-24.983
N358 X7.871 Y-25.123
N359 X5.361 Y-25.791
N360 X4.859 Y-25.896
N361 X4.579 Y-25.937
N362 X1.847 Y-26.274
N363 X1.345 Y-26.315
N364 X0.843 Y-26.318
N365 X-1.667 Y-26.28
N366 X-2.169 Y-26.26
N367 X-2.671 Y-26.202
N368 X-5.181 Y-25.814
N369 X-5.683 Y-25.729
N370 X-6.185 Y-25.604
N371 X-8.695 Y-24.853
N372 X-9.197 Y-24.692
N373 X-9.699 Y-24.487
N374 X-12.209 Y-23.339
N375 X-12.711 Y-23.08

N376 X-12.937 Y-22.944
N377 X-15.288 Y-21.448
N378 X-15.723 Y-21.144
N379 X-15.967 Y-20.949
N380 X-17.731 Y-19.449
N381 X-18.419 Y-18.869
N382 X-18.516 Y-18.861
N383 X-18.735 Y-18.85
N384 X-151.265
N385 X-151.484 Y-18.861
N386 X-151.581 Y-18.869
N387 X-152.269 Y-19.449
N388 X-154.033 Y-20.949
N389 X-154.277 Y-21.144
N390 X-154.712 Y-21.448
N391 X-157.063 Y-22.944
N392 X-157.289 Y-23.08
N393 X-157.791 Y-23.339
N394 X-160.301 Y-24.487
N395 X-160.803 Y-24.692
N396 X-161.305 Y-24.853
N397 X-163.815 Y-25.604
N398 X-164.317 Y-25.729
N399 X-164.819 Y-25.814
N400 X-167.329 Y-26.202
N401 X-167.831 Y-26.26
N402 X-168.333 Y-26.28
N403 X-170.843 Y-26.318
N404 X-171.345 Y-26.315
N405 X-171.847 Y-26.274
N406 X-174.579 Y-25.937
N407 X-174.859 Y-25.896
N408 X-175.361 Y-25.791
N409 X-177.871 Y-25.123
N410 X-178.373 Y-24.983
N411 X-178.506 Y-24.939
N412 X-178.875 Y-24.802
N413 X-181.385 Y-23.745
N414 X-181.887 Y-23.516
N415 X-182.027 Y-23.443
N416 X-182.389 Y-23.234
N417 X-184.555 Y-21.947
N418 X-184.899 Y-21.732
N419 X-185.293 Y-21.448
N420 X-187.409 Y-19.757
N421 X-187.773 Y-19.453
N422 X-187.911 Y-19.325
N423 X-188.275 Y-18.954
N424 X-189.919 Y-17.219

N425 X-190.162 Y-16.959
N426 X-190.421 Y-16.65
N427 X-190.565 Y-16.46
N428 X-191.992 Y-14.465
N429 X-192.342 Y-13.966
N430 X-192.429 Y-13.829
N431 X-192.638 Y-13.467
N432 X-193.945 Y-10.973
N433 X-194.178 Y-10.475
N434 X-194.365 Y-9.976
N435 X-195.259 Y-7.482
N436 X-195.405 Y-6.983
N437 X-195.441 Y-6.831
N438 X-195.515 Y-6.484
N439 X-196.038 Y-3.99
N440 X-196.117 Y-3.492
N441 X-196.158 Y-2.993
N442 X-196.331 Y-0.499
N443 X-196.35 Y0.
N444 X-196.331 Y0.499
N445 X-196.158 Y2.993
N446 X-196.117 Y3.492
N447 X-196.038 Y3.99
N448 X-195.441 Y6.831
N449 X-195.405 Y6.983
N450 X-195.259 Y7.482
N451 X-194.365 Y9.976
N452 X-194.178 Y10.475
N453 X-193.945 Y10.973
N454 X-192.638 Y13.467
N455 X-192.429 Y13.829
N456 X-192.342 Y13.966
N457 X-191.992 Y14.465
N458 X-190.565 Y16.46
N459 X-190.421 Y16.65
N460 X-190.162 Y16.959
N461 X-189.919 Y17.219
N462 X-188.275 Y18.954
N463 X-187.911 Y19.325
N464 X-187.773 Y19.453
N465 X-187.409 Y19.757
N466 X-185.293 Y21.448
N467 X-184.899 Y21.732
N468 X-184.555 Y21.947
N469 X-182.389 Y23.234
N470 X-182.027 Y23.443
N471 X-181.887 Y23.516
N472 X-181.385 Y23.745
N473 X-178.875 Y24.802

N474 X-178.506 Y24.939
N475 X-178.373 Y24.983
N476 X-177.871 Y25.123
N477 X-175.361 Y25.791
N478 X-174.859 Y25.896
N479 X-174.579 Y25.937
N480 X-171.847 Y26.274
N481 X-171.345 Y26.315
N482 X-170.843 Y26.318
N483 X-168.333 Y26.28
N484 X-167.831 Y26.26
N485 X-167.329 Y26.202
N486 X-164.819 Y25.814
N487 X-164.317 Y25.729
N488 X-163.815 Y25.604
N489 X-161.305 Y24.853
N490 X-160.803 Y24.692
N491 X-160.301 Y24.487
N492 X-157.791 Y23.339
N493 X-157.289 Y23.08
N494 X-157.063 Y22.944
N495 X-154.712 Y21.448
N496 X-154.277 Y21.144
N497 X-154.033 Y20.949
N498 X-152.269 Y19.449
N499 X-151.581 Y18.869
N500 X-151.484 Y18.861
N501 X-151.265 Y18.85
N502 X-85.
N503 X-84.289 Z-9.49 F700
N504 X-83.587 Z-9.371
N505 X-82.903 Z-9.174
N506 X-82.245 Z-8.901
N507 X-81.622 Z-8.557
N508 X-81.041 Z-8.145
N509 X-80.51 Z-7.67
N510 X-80.035 Z-7.139
N511 X-79.623 Z-6.558
N512 X-79.279 Z-5.935
N513 X-79.006 Z-5.277
N514 X-78.809 Z-4.593
N515 X-78.69 Z-3.891
N516 X-78.65 Z-3.18
N517 Z-0.005
N518 G0 Z10.
N519 X-0.997 Y-0.515
N520 Z4.763
N521 G1 Z1.588 F800
N522 X-0.992 Y-0.527 Z1.176

N523 X-0.975 Y-0.563 Z0.767
N524 X-0.929 Y-0.629 Z0.293
N525 X-0.863 Y-0.723 Z-0.173
N526 X-0.724 Y-0.862 Z-0.747
N527 X-0.562 Y-0.975 Z-1.197
N528 X-0.387 Y-1.057 Z-1.561
N529 X-0.196 Y-1.108 Z-1.884
N530 X0. Y-1.126 Z-2.169
N531 X0.194 Y-1.109 Z-2.421
N532 X0.384 Y-1.058 Z-2.651
N533 X0.563 Y-0.975 Z-2.861
N534 X0.724 Y-0.862 Z-3.053
N535 X0.861 Y-0.725 Z-3.227
N536 X0.974 Y-0.564 Z-3.39
N537 X1.058 Y-0.386 Z-3.539
N538 X1.109 Y-0.196 Z-3.677
N539 X1.127 Y0.015 Z-3.814
N540 X1.113 Y0.186 Z-3.916
N541 X1.068 Y0.365 Z-4.018
N542 X0.993 Y0.535 Z-4.114
N543 X0.891 Y0.693 Z-4.202
N544 X0.764 Y0.83 Z-4.283
N545 X0.616 Y0.945 Z-4.356
N546 X0.454 Y1.033 Z-4.422
N547 X0.278 Y1.093 Z-4.483
N548 X0.093 Y1.124 Z-4.537
N549 X-0.093 Z-4.585
N550 X-0.278 Y1.093 Z-4.627
N551 X-0.453 Y1.033 Z-4.663
N552 X-0.617 Y0.945 Z-4.694
N553 X-0.764 Y0.83 Z-4.719
N554 X-0.891 Y0.692 Z-4.738
N555 X-0.992 Y0.537 Z-4.752
N556 X-1.067 Y0.366 Z-4.76
N557 X-1.113 Y0.186 Z-4.762
N558 X-1.127 Y0.015 F1200
N559 X-1.109 Y-0.196
N560 X-1.058 Y-0.386
N561 X-0.975 Y-0.563
N562 X-0.863 Y-0.723
N563 X-0.724 Y-0.862
N564 X-0.562 Y-0.975
N565 X-0.387 Y-1.057
N566 X-0.196 Y-1.108
N567 X0. Y-1.126
N568 X0.194 Y-1.109
N569 X0.384 Y-1.058
N570 X0.563 Y-0.975
N571 X0.724 Y-0.862

N572 X0.861 Y-0.725
N573 X0.974 Y-0.564
N574 X1.058 Y-0.386
N575 X1.109 Y-0.196
N576 X1.127 Y0.015
N577 X1.113 Y0.186
N578 X1.068 Y0.365
N579 X0.993 Y0.535
N580 X0.891 Y0.693
N581 X0.764 Y0.83
N582 X0.616 Y0.945
N583 X0.454 Y1.033
N584 X0.278 Y1.093
N585 X0.093 Y1.124
N586 X-0.093
N587 X-0.278 Y1.093
N588 X-0.453 Y1.033
N589 X-0.617 Y0.945
N590 X-0.764 Y0.83
N591 X-0.891 Y0.692
N592 X-0.992 Y0.537
N593 X-1.067 Y0.366
N594 X-1.113 Y0.186
N595 X-1.127 Y0.015 Z-4.76
F700
N596 X-1.109 Y-0.196 Z-4.751
N597 X-1.058 Y-0.386 Z-4.736
N598 X-0.975 Y-0.563 Z-4.715
N599 X-0.863 Y-0.723 Z-4.688
N600 X-0.724 Y-0.862 Z-4.654
N601 X-0.562 Y-0.975 Z-4.614
N602 X-0.387 Y-1.057 Z-4.568
N603 X-0.196 Y-1.108 Z-4.515
N604 X0. Y-1.126 Z-4.455
N605 X0.194 Y-1.109 Z-4.388
N606 X0.384 Y-1.058 Z-4.314
N607 X0.563 Y-0.975 Z-4.232
N608 X0.724 Y-0.862 Z-4.142
N609 X0.861 Y-0.725 Z-4.045
N610 X0.974 Y-0.564 Z-3.938
N611 X1.058 Y-0.386 Z-3.822
N612 X1.109 Y-0.196 Z-3.696
N613 X1.127 Y0.015 Z-3.549
N614 X1.113 Y0.186 Z-3.42
N615 X1.068 Y0.365 Z-3.27
N616 X0.993 Y0.535 Z-3.107
N617 X0.891 Y0.693 Z-2.929
N618 X0.764 Y0.83 Z-2.736
N619 X0.616 Y0.945 Z-2.526

N620 X0.454 Y1.033 Z-2.298
N621 X0.278 Y1.093 Z-2.045
N622 X0.093 Y1.124 Z-1.76
N623 X-0.093 Z-1.44
N624 X-0.278 Y1.093 Z-1.065
N625 X-0.453 Y1.033 Z-0.618
N626 X-0.617 Y0.945 Z-0.03
N627 X-0.709 Y0.873 Z0.508
N628 X-0.764 Y0.83 Z1.054
N629 X-0.78 Y0.813 Z1.588
N630 Z4.763
N631 G0 Z10.
N632 G74Z
N633 M05
N634 M30
%

%EFFECTORFINAL,MX--,	N63 X161.046 Y9.389	N117 X160.664 Y8.926
N1 G90	N64 X161.002 Y9.409	N118 X160.702 Y8.888
N2 T3 M06	N65 X160.951 Y9.423	N119 X160.746 Y8.858
N3 G54	N66 X160.898 Y9.428	N120 X160.793 Y8.835
N13 GO X161.118 Y8.913 S6000	N67 X160.844 Y9.423	N121 X160.844 Y8.822
M03	N68 X160.793 Y9.41	N122 X160.897 Y8.817
N15 Z1.185	N69 X160.744 Y9.387	N123 X160.95 Y8.822
N16 G1 Z-0.005 F800	N70 X160.7 Y9.356	N124 X161.002 Y8.835
N17 X161.131 Y8.926 Z-0.212	N71 X160.663 Y9.318	N125 X161.05 Y8.858
N18 X161.163 Y8.973 Z-0.422	N72 X160.634 Y9.277	N126 X161.093 Y8.888
N19 X161.185 Y9.019 Z-0.538	N73 X160.611 Y9.228	N127 X161.131 Y8.926
N20 X161.198 Y9.069 Z-0.631	N74 X160.597 Y9.176	N128 X161.163 Y8.973
N21 X161.203 Y9.123 Z-0.711	N75 X160.592 Y9.123	N129 X161.185 Y9.019
N22 X161.198 Y9.176 Z-0.778	N76 Z-2.395 F800	N130 X161.198 Y9.069
N23 X161.185 Y9.226 Z-0.834	N77 X160.597 Y9.07 F1200	N131 X161.203 Y9.123
N24 X161.162 Y9.276 Z-0.888	N78 X160.611 Y9.017	N132 X161.198 Y9.176
N25 X161.131 Y9.319 Z-0.933	N79 X160.633 Y8.97	N133 X161.185 Y9.226
N26 X161.093 Y9.357 Z-0.973	N80 X160.664 Y8.926	N134 X161.162 Y9.276
N27 X161.046 Y9.389 Z-1.012	N81 X160.702 Y8.888	N135 X161.131 Y9.319
N28 X161.002 Y9.409 Z-1.041	N82 X160.746 Y8.858	N136 X161.093 Y9.357
N29 X160.951 Y9.423 Z-1.069	N83 X160.793 Y8.835	N137 X161.046 Y9.389
N30 X160.898 Y9.428 Z-1.094	N84 X160.844 Y8.822	N138 X161.002 Y9.409
N31 X160.844 Y9.423 Z-1.116	N85 X160.897 Y8.817	N139 X160.951 Y9.423
N32 X160.793 Y9.41 Z-1.135	N86 X160.95 Y8.822	N140 X160.898 Y9.428
N33 X160.744 Y9.387 Z-1.151	N87 X161.002 Y8.835	N141 X160.844 Y9.423
N34 X160.7 Y9.356 Z-1.165	N88 X161.05 Y8.858	N142 X160.793 Y9.41
N35 X160.663 Y9.318 Z-1.176	N89 X161.093 Y8.888	N143 X160.744 Y9.387
N36 X160.634 Y9.277 Z-1.184	N90 X161.131 Y8.926	N144 X160.7 Y9.356
N37 X160.611 Y9.228 Z-1.19	N91 X161.163 Y8.973	N145 X160.663 Y9.318
N38 X160.597 Y9.176 Z-1.194	N92 X161.185 Y9.019	N146 X160.634 Y9.277
N39 X160.592 Y9.123 Z-1.195	N93 X161.198 Y9.069	N147 X160.611 Y9.228
N40 X160.597 Y9.07 F1200	N94 X161.203 Y9.123	N148 X160.597 Y9.176
N41 X160.611 Y9.017	N95 X161.198 Y9.176	N149 X160.592 Y9.123
N42 X160.633 Y8.97	N96 X161.185 Y9.226	N150 Z-4.795 F800
N43 X160.664 Y8.926	N97 X161.162 Y9.276	N151 X160.597 Y9.07 F1200
N44 X160.702 Y8.888	N98 X161.131 Y9.319	N152 X160.611 Y9.017
N45 X160.746 Y8.858	N99 X161.093 Y9.357	N153 X160.633 Y8.97
N46 X160.793 Y8.835	N100 X161.046 Y9.389	N154 X160.664 Y8.926
N47 X160.844 Y8.822	N101 X161.002 Y9.409	N155 X160.702 Y8.888
N48 X160.897 Y8.817	N102 X160.951 Y9.423	N156 X160.746 Y8.858
N49 X160.95 Y8.822	N103 X160.898 Y9.428	N157 X160.793 Y8.835
N50 X161.002 Y8.835	N104 X160.844 Y9.423	N158 X160.844 Y8.822
N51 X161.05 Y8.858	N105 X160.793 Y9.41	N159 X160.897 Y8.817
N52 X161.093 Y8.888	N106 X160.744 Y9.387	N160 X160.95 Y8.822
N53 X161.131 Y8.926	N107 X160.7 Y9.356	N161 X161.002 Y8.835
N54 X161.163 Y8.973	N108 X160.663 Y9.318	N162 X161.05 Y8.858
N55 X161.185 Y9.019	N109 X160.634 Y9.277	N163 X161.093 Y8.888
N56 X161.198 Y9.069	N110 X160.611 Y9.228	N164 X161.131 Y8.926
N57 X161.203 Y9.123	N111 X160.597 Y9.176	N165 X161.163 Y8.973
N58 X161.198 Y9.176	N112 X160.592 Y9.123	N166 X161.185 Y9.019
N59 X161.185 Y9.226	N113 Z-3.595 F800	N167 X161.198 Y9.069
N60 X161.162 Y9.276	N114 X160.597 Y9.07 F1200	N168 X161.203 Y9.123
N61 X161.131 Y9.319	N115 X160.611 Y9.017	N169 X161.198 Y9.176
N62 X161.093 Y9.357	N116 X160.633 Y8.97	N170 X161.185 Y9.226

N171 X161.162 Y9.276	N225 X160.597 Y9.07 F1200	N279 X161.203 Y9.123
N172 X161.131 Y9.319	N226 X160.611 Y9.017	N280 X161.198 Y9.176
N173 X161.093 Y9.357	N227 X160.633 Y8.97	N281 X161.185 Y9.226
N174 X161.046 Y9.389	N228 X160.664 Y8.926	N282 X161.162 Y9.276
N175 X161.002 Y9.409	N229 X160.702 Y8.888	N283 X161.131 Y9.319
N176 X160.951 Y9.423	N230 X160.746 Y8.858	N284 X161.093 Y9.357
N177 X160.898 Y9.428	N231 X160.793 Y8.835	N285 X161.046 Y9.389
N178 X160.844 Y9.423	N232 X160.844 Y8.822	N286 X161.002 Y9.409
N179 X160.793 Y9.41	N233 X160.897 Y8.817	N287 X160.951 Y9.423
N180 X160.744 Y9.387	N234 X160.95 Y8.822	N288 X160.898 Y9.428
N181 X160.7 Y9.356	N235 X161.002 Y8.835	N289 X160.844 Y9.423
N182 X160.663 Y9.318	N236 X161.05 Y8.858	N290 X160.793 Y9.41
N183 X160.634 Y9.277	N237 X161.093 Y8.888	N291 X160.744 Y9.387
N184 X160.611 Y9.228	N238 X161.131 Y8.926	N292 X160.7 Y9.356
N185 X160.597 Y9.176	N239 X161.163 Y8.973	N293 X160.663 Y9.318
N186 X160.592 Y9.123	N240 X161.185 Y9.019	N294 X160.634 Y9.277
N187 Z-5.836 F800	N241 X161.198 Y9.069	N295 X160.611 Y9.228
N188 X160.597 Y9.07 F1200	N242 X161.203 Y9.123	N296 X160.597 Y9.176
N189 X160.611 Y9.017	N243 X161.198 Y9.176	N297 X160.592 Y9.123
N190 X160.633 Y8.97	N244 X161.185 Y9.226	N298 Z-8.959 F800
N191 X160.664 Y8.926	N245 X161.162 Y9.276	N299 X160.597 Y9.07 F1200
N192 X160.702 Y8.888	N246 X161.131 Y9.319	N300 X160.611 Y9.017
N193 X160.746 Y8.858	N247 X161.093 Y9.357	N301 X160.633 Y8.97
N194 X160.793 Y8.835	N248 X161.046 Y9.389	N302 X160.664 Y8.926
N195 X160.844 Y8.822	N249 X161.002 Y9.409	N303 X160.702 Y8.888
N196 X160.897 Y8.817	N250 X160.951 Y9.423	N304 X160.746 Y8.858
N197 X160.95 Y8.822	N251 X160.898 Y9.428	N305 X160.793 Y8.835
N198 X161.002 Y8.835	N252 X160.844 Y9.423	N306 X160.844 Y8.822
N199 X161.05 Y8.858	N253 X160.793 Y9.41	N307 X160.897 Y8.817
N200 X161.093 Y8.888	N254 X160.744 Y9.387	N308 X160.95 Y8.822
N201 X161.131 Y8.926	N255 X160.7 Y9.356	N309 X161.002 Y8.835
N202 X161.163 Y8.973	N256 X160.663 Y9.318	N310 X161.05 Y8.858
N203 X161.185 Y9.019	N257 X160.634 Y9.277	N311 X161.093 Y8.888
N204 X161.198 Y9.069	N258 X160.611 Y9.228	N312 X161.131 Y8.926
N205 X161.203 Y9.123	N259 X160.597 Y9.176	N313 X161.163 Y8.973
N206 X161.198 Y9.176	N260 X160.592 Y9.123	N314 X161.185 Y9.019
N207 X161.185 Y9.226	N261 Z-7.918 F800	N315 X161.198 Y9.069
N208 X161.162 Y9.276	N262 X160.597 Y9.07 F1200	N316 X161.203 Y9.123
N209 X161.131 Y9.319	N263 X160.611 Y9.017	N317 X161.198 Y9.176
N210 X161.093 Y9.357	N264 X160.633 Y8.97	N318 X161.185 Y9.226
N211 X161.046 Y9.389	N265 X160.664 Y8.926	N319 X161.162 Y9.276
N212 X161.002 Y9.409	N266 X160.702 Y8.888	N320 X161.131 Y9.319
N213 X160.951 Y9.423	N267 X160.746 Y8.858	N321 X161.093 Y9.357
N214 X160.898 Y9.428	N268 X160.793 Y8.835	N322 X161.046 Y9.389
N215 X160.844 Y9.423	N269 X160.844 Y8.822	N323 X161.002 Y9.409
N216 X160.793 Y9.41	N270 X160.897 Y8.817	N324 X160.951 Y9.423
N217 X160.744 Y9.387	N271 X160.95 Y8.822	N325 X160.898 Y9.428
N218 X160.7 Y9.356	N272 X161.002 Y8.835	N326 X160.844 Y9.423
N219 X160.663 Y9.318	N273 X161.05 Y8.858	N327 X160.793 Y9.41
N220 X160.634 Y9.277	N274 X161.093 Y8.888	N328 X160.744 Y9.387
N221 X160.611 Y9.228	N275 X161.131 Y8.926	N329 X160.7 Y9.356
N222 X160.597 Y9.176	N276 X161.163 Y8.973	N330 X160.663 Y9.318
N223 X160.592 Y9.123	N277 X161.185 Y9.019	N331 X160.634 Y9.277
N224 Z-6.877 F800	N278 X161.198 Y9.069	N332 X160.611 Y9.228

N333 X160.597 Y9.176
N334 X160.592 Y9.123
N335 Z-10. F800
N336 X160.597 Y9.07 F1200
N337 X160.611 Y9.017
N338 X160.633 Y8.97
N339 X160.664 Y8.926
N340 X160.702 Y8.888
N341 X160.746 Y8.858
N342 X160.793 Y8.835
N343 X160.844 Y8.822
N344 X160.897 Y8.817
N345 X160.95 Y8.822
N346 X161.002 Y8.835
N347 X161.05 Y8.858
N348 X161.093 Y8.888
N349 X161.131 Y8.926
N350 X161.163 Y8.973
N351 X161.185 Y9.019
N352 X161.198 Y9.069
N353 X161.203 Y9.123
N354 X161.198 Y9.176
N355 X161.185 Y9.226
N356 X161.162 Y9.276
N357 X161.131 Y9.319
N358 X161.093 Y9.357
N359 X161.046 Y9.389
N360 X161.002 Y9.409
N361 X160.951 Y9.423
N362 X160.898 Y9.428
N363 X160.844 Y9.423
N364 X160.793 Y9.41
N365 X160.744 Y9.387
N366 X160.7 Y9.356
N367 X160.663 Y9.318
N368 X160.634 Y9.277
N369 X160.611 Y9.228
N370 X160.597 Y9.176
N371 X160.592 Y9.123
N372 X160.597 Y9.07 Z-9.999
F700
N373 X160.611 Y9.017 Z-9.995
N374 X160.633 Y8.97 Z-9.989
N375 X160.664 Y8.926 Z-9.981
N376 X160.702 Y8.888 Z-9.97
N377 X160.746 Y8.858 Z-9.956
N378 X160.793 Y8.835 Z-9.94
N379 X160.844 Y8.822 Z-9.921
N380 X160.897 Y8.817 Z-9.9
N381 X160.95 Y8.822 Z-9.875
N382 X161.002 Y8.835 Z-9.846
N383 X161.05 Y8.858 Z-9.814
N384 X161.093 Y8.888 Z-9.778
N385 X161.131 Y8.926 Z-9.738
N386 X161.163 Y8.973 Z-9.689
N387 X161.185 Y9.019 Z-9.641
N388 X161.198 Y9.069 Z-9.583
N389 X161.203 Y9.123 Z-9.516
N390 X161.198 Y9.176 Z-9.436
N391 X161.185 Y9.226 Z-9.345
N392 X161.162 Y9.276 Z-9.217
N393 X161.131 Y9.319 Z-9.021
N394 X161.118 Y9.332 Z-8.81
N395 Z-7.62
N396 G0 Z10.
N398 M05
N2 T3 M06
N3 G54
N6 X170.119 Y-0.086 S6000 M03
N7 Z0.59
N8 G1 Z-0.005 F800
N9 X170.131 Y-0.075 Z-0.203
N10 X170.162 Y-0.03 Z-0.41
N11 X170.184 Y0.018 Z-0.534
N12 X170.198 Y0.071 Z-0.633
N13 X170.203 Y0.123 Z-0.709
N14 X170.199 Y0.169 Z-0.769
N15 X170.185 Y0.226 Z-0.834
N16 X170.162 Y0.275 Z-0.886
N17 X170.132 Y0.318 Z-0.931
N18 X170.094 Y0.356 Z-0.972
N19 X170.05 Y0.387 Z-1.008
N20 X170.002 Y0.409 Z-1.04
N21 X169.95 Y0.423 Z-1.069
N22 X169.896 Y0.428 Z-1.094
N23 X169.845 Y0.423 Z-1.116
N24 X169.794 Y0.41 Z-1.135
N25 X169.744 Y0.387 Z-1.151
N26 X169.702 Y0.357 Z-1.164
N27 X169.664 Y0.319 Z-1.175
N28 X169.632 Y0.274 Z-1.184
N29 X169.611 Y0.228 Z-1.19
N30 X169.597 Y0.175 Z-1.194
N31 X169.592 Y0.121 Z-1.195
N32 X169.597 Y0.07 F1200
N33 X169.611 Y0.017
N34 X169.632 Y-0.029
N35 X169.663 Y-0.073
N36 X169.702 Y-0.112
N37 X169.744 Y-0.142
N38 X169.793 Y-0.164
N39 X169.845 Y-0.178
N40 X169.898 Y-0.183
N41 X169.95 Y-0.178
N42 X170.002 Y-0.164
N43 X170.053 Y-0.14
N44 X170.093 Y-0.112
N45 X170.131 Y-0.075
N46 X170.162 Y-0.03
N47 X170.184 Y0.018
N48 X170.198 Y0.071
N49 X170.203 Y0.123
N50 X170.199 Y0.169
N51 X170.185 Y0.226
N52 X170.162 Y0.275
N53 X170.132 Y0.318
N54 X170.094 Y0.356
N55 X170.05 Y0.387
N56 X170.002 Y0.409
N57 X169.95 Y0.423
N58 X169.896 Y0.428
N59 X169.845 Y0.423
N60 X169.794 Y0.41
N61 X169.744 Y0.387
N62 X169.702 Y0.357
N63 X169.664 Y0.319
N64 X169.632 Y0.274
N65 X169.611 Y0.228
N66 X169.597 Y0.175
N67 X169.592 Y0.121
N68 Z-2.395 F800
N69 X169.597 Y0.07 F1200
N70 X169.611 Y0.017
N71 X169.632 Y-0.029
N72 X169.663 Y-0.073
N73 X169.702 Y-0.112
N74 X169.744 Y-0.142
N75 X169.793 Y-0.164
N76 X169.845 Y-0.178
N77 X169.898 Y-0.183
N78 X169.95 Y-0.178
N79 X170.002 Y-0.164
N80 X170.053 Y-0.14
N81 X170.093 Y-0.112
N82 X170.131 Y-0.075
N83 X170.162 Y-0.03
N84 X170.184 Y0.018
N85 X170.198 Y0.071
N86 X170.203 Y0.123
N87 X170.199 Y0.169
N88 X170.185 Y0.226
N89 X170.162 Y0.275
N90 X170.132 Y0.318
N91 X170.094 Y0.356
N92 X170.05 Y0.387
N93 X170.002 Y0.409
N94 X169.95 Y0.423
N95 X169.896 Y0.428
N96 X169.845 Y0.423
N97 X169.794 Y0.41
N98 X169.744 Y0.387
N99 X169.702 Y0.357

N100 X169.664 Y0.319
N101 X169.632 Y0.274
N102 X169.611 Y0.228
N103 X169.597 Y0.175
N104 X169.592 Y0.121
N105 Z-3.595 F800
N106 X169.597 Y0.07 F1200
N107 X169.611 Y0.017
N108 X169.632 Y-0.029
N109 X169.663 Y-0.073
N110 X169.702 Y-0.112
N111 X169.744 Y-0.142
N112 X169.793 Y-0.164
N113 X169.845 Y-0.178
N114 X169.898 Y-0.183
N115 X169.95 Y-0.178
N116 X170.002 Y-0.164
N117 X170.053 Y-0.14
N118 X170.093 Y-0.112
N119 X170.131 Y-0.075
N120 X170.162 Y-0.03
N121 X170.184 Y0.018
N122 X170.198 Y0.071
N123 X170.203 Y0.123
N124 X170.199 Y0.169
N125 X170.185 Y0.226
N126 X170.162 Y0.275
N127 X170.132 Y0.318
N128 X170.094 Y0.356
N129 X170.05 Y0.387
N130 X170.002 Y0.409
N131 X169.95 Y0.423
N132 X169.896 Y0.428
N133 X169.845 Y0.423
N134 X169.794 Y0.41
N135 X169.744 Y0.387
N136 X169.702 Y0.357
N137 X169.664 Y0.319
N138 X169.632 Y0.274
N139 X169.611 Y0.228
N140 X169.597 Y0.175
N141 X169.592 Y0.121
N142 Z-4.795 F800
N143 X169.597 Y0.07 F1200
N144 X169.611 Y0.017
N145 X169.632 Y-0.029
N146 X169.663 Y-0.073
N147 X169.702 Y-0.112
N148 X169.744 Y-0.142
N149 X169.793 Y-0.164
N150 X169.845 Y-0.178
N151 X169.898 Y-0.183
N152 X169.95 Y-0.178
N153 X170.002 Y-0.164

N154 X170.053 Y-0.14
N155 X170.093 Y-0.112
N156 X170.131 Y-0.075
N157 X170.162 Y-0.03
N158 X170.184 Y0.018
N159 X170.198 Y0.071
N160 X170.203 Y0.123
N161 X170.199 Y0.169
N162 X170.185 Y0.226
N163 X170.162 Y0.275
N164 X170.132 Y0.318
N165 X170.094 Y0.356
N166 X170.05 Y0.387
N167 X170.002 Y0.409
N168 X169.95 Y0.423
N169 X169.896 Y0.428
N170 X169.845 Y0.423
N171 X169.794 Y0.41
N172 X169.744 Y0.387
N173 X169.702 Y0.357
N174 X169.664 Y0.319
N175 X169.632 Y0.274
N176 X169.611 Y0.228
N177 X169.597 Y0.175
N178 X169.592 Y0.121
N179 Z-5.836 F800
N180 X169.597 Y0.07 F1200
N181 X169.611 Y0.017
N182 X169.632 Y-0.029
N183 X169.663 Y-0.073
N184 X169.702 Y-0.112
N185 X169.744 Y-0.142
N186 X169.793 Y-0.164
N187 X169.845 Y-0.178
N188 X169.898 Y-0.183
N189 X169.95 Y-0.178
N190 X170.002 Y-0.164
N191 X170.053 Y-0.14
N192 X170.093 Y-0.112
N193 X170.131 Y-0.075
N194 X170.162 Y-0.03
N195 X170.184 Y0.018
N196 X170.198 Y0.071
N197 X170.203 Y0.123
N198 X170.199 Y0.169
N199 X170.185 Y0.226
N200 X170.162 Y0.275
N201 X170.132 Y0.318
N202 X170.094 Y0.356
N203 X170.05 Y0.387
N204 X170.002 Y0.409
N205 X169.95 Y0.423
N206 X169.896 Y0.428
N207 X169.845 Y0.423

N208 X169.794 Y0.41
N209 X169.744 Y0.387
N210 X169.702 Y0.357
N211 X169.664 Y0.319
N212 X169.632 Y0.274
N213 X169.611 Y0.228
N214 X169.597 Y0.175
N215 X169.592 Y0.121
N216 Z-6.877 F800
N217 X169.597 Y0.07 F1200
N218 X169.611 Y0.017
N219 X169.632 Y-0.029
N220 X169.663 Y-0.073
N221 X169.702 Y-0.112
N222 X169.744 Y-0.142
N223 X169.793 Y-0.164
N224 X169.845 Y-0.178
N225 X169.898 Y-0.183
N226 X169.95 Y-0.178
N227 X170.002 Y-0.164
N228 X170.053 Y-0.14
N229 X170.093 Y-0.112
N230 X170.131 Y-0.075
N231 X170.162 Y-0.03
N232 X170.184 Y0.018
N233 X170.198 Y0.071
N234 X170.203 Y0.123
N235 X170.199 Y0.169
N236 X170.185 Y0.226
N237 X170.162 Y0.275
N238 X170.132 Y0.318
N239 X170.094 Y0.356
N240 X170.05 Y0.387
N241 X170.002 Y0.409
N242 X169.95 Y0.423
N243 X169.896 Y0.428
N244 X169.845 Y0.423
N245 X169.794 Y0.41
N246 X169.744 Y0.387
N247 X169.702 Y0.357
N248 X169.664 Y0.319
N249 X169.632 Y0.274
N250 X169.611 Y0.228
N251 X169.597 Y0.175
N252 X169.592 Y0.121
N253 Z-7.918 F800
N254 X169.597 Y0.07 F1200
N255 X169.611 Y0.017
N256 X169.632 Y-0.029
N257 X169.663 Y-0.073
N258 X169.702 Y-0.112
N259 X169.744 Y-0.142
N260 X169.793 Y-0.164
N261 X169.845 Y-0.178

•••

N822 X41.46 Y1.098 Z-3.133
N823 X41.282 Y1.181 Z-3.18
N824 X41.093 Y1.231 Z-3.22
N825 X40.899 Y1.248 Z-3.253
N826 X40.703 Y1.231 Z-3.281
N827 X40.513 Y1.181 Z-3.303
N828 X40.334 Y1.097 Z-3.318
N829 X40.173 Y0.984 Z-3.327
N830 X40.035 Y0.846 Z-3.33
N831 X39.923 Y0.686 F1200
N832 X39.84 Y0.508
N833 X39.789 Y0.317
N834 X39.77 Y0.108
N835 X39.785 Y-0.063
N836 X39.83 Y-0.244
N837 X39.905 Y-0.414
N838 X40.006 Y-0.569
N839 X40.134 Y-0.708
N840 X40.28 Y-0.822
N841 X40.443 Y-0.91
N842 X40.621 Y-0.971
N843 X40.804 Y-1.002
N844 X40.991
N845 X41.174 Y-0.971
N846 X41.351 Y-0.911
N847 X41.515 Y-0.821
N848 X41.662 Y-0.707
N849 X41.788 Y-0.571
N850 X41.89 Y-0.414
N851 X41.964 Y-0.244
N852 X42.01 Y-0.063
N853 X42.024 Y0.108
N854 X42.006 Y0.317
N855 X41.956 Y0.506
N856 X41.873 Y0.685
N857 X41.76 Y0.846
N858 X41.621 Y0.985
N859 X41.46 Y1.098
N860 X41.282 Y1.181
N861 X41.093 Y1.231
N862 X40.899 Y1.248
N863 X40.703 Y1.231
N864 X40.513 Y1.181
N865 X40.334 Y1.097
N866 X40.173 Y0.984
N867 X40.035 Y0.846
N868 X39.923 Y0.686 Z-3.327
F700
N869 X39.84 Y0.508 Z-3.318
N870 X39.789 Y0.317 Z-3.302
N871 X39.77 Y0.108 Z-3.279

N872 X39.785 Y-0.063 Z-3.255
N873 X39.83 Y-0.244 Z-3.224
N874 X39.905 Y-0.414 Z-3.186
N875 X40.006 Y-0.569 Z-3.143
N876 X40.134 Y-0.708 Z-3.093
N877 X40.28 Y-0.822 Z-3.038
N878 X40.443 Y-0.91 Z-2.977
N879 X40.621 Y-0.971 Z-2.908
N880 X40.804 Y-1.002 Z-2.833
N881 X40.991 Z-2.751
N882 X41.174 Y-0.971 Z-2.663
N883 X41.351 Y-0.911 Z-2.565
N884 X41.515 Y-0.821 Z-2.46
N885 X41.662 Y-0.707 Z-2.346
N886 X41.788 Y-0.571 Z-2.225
N887 X41.89 Y-0.414 Z-2.092
N888 X41.964 Y-0.244 Z-1.95
N889 X42.01 Y-0.063 Z-1.796
N890 X42.024 Y0.108 Z-1.643
N891 X42.006 Y0.317 Z-1.44
N892 X41.956 Y0.506 Z-1.232
N893 X41.873 Y0.685 Z-1.003
N894 X41.76 Y0.846 Z-0.749
N895 X41.621 Y0.985 Z-0.467
N896 X41.46 Y1.098 Z-0.149
N897 X41.282 Y1.181 Z0.22
N898 X41.093 Y1.231 Z0.659
N899 X40.899 Y1.248 Z1.22
N900 X40.784 Y1.238 Z1.67
N901 X40.703 Y1.231 Z2.127
N902 X40.657 Y1.219 Z2.572
N903 X40.642 Y1.215 Z3.02
N904 Z6.195
N905 G0 Z10.
N906 G74Z
N907 M05
N908 M30
%

%ESLABONACTUADOCORT,MX--,
N1 G90
N2 T3 M06
N3 G54
N13 G0 X-59.95 Y10.111 S6000
M03
N15 Z0.59
N16 G1 Z-0.005 F800
N17 X-59.966 Y10.099 Z-0.221
N18 X-60.002 Y10.064 Z-0.408
N19 X-60.033 Y10.02 Z-0.533
N20 X-60.055 Y9.972 Z-0.629
N21 X-60.069 Y9.92 Z-0.709
N22 X-60.074 Y9.867 Z-0.776
N23 X-60.07 Y9.815 Z-0.834
N24 X-60.056 Y9.762 Z-0.886
N25 X-60.033 Y9.714 Z-0.932
N26 X-60.002 Y9.67 Z-0.973
N27 X-59.964 Y9.632 Z-1.009
N28 X-59.922 Y9.602 Z-1.04
N29 X-59.874 Y9.58 Z-1.069
N30 X-59.823 Y9.566 Z-1.093
N31 X-59.768 Y9.561 Z-1.116
N32 X-59.716 Y9.566 Z-1.135
N33 X-59.665 Y9.579 Z-1.151
N34 X-59.615 Y9.603 Z-1.165
N35 X-59.573 Y9.632 Z-1.175
N36 X-59.534 Y9.671 Z-1.184
N37 X-59.504 Y9.714 Z-1.19
N38 X-59.482 Y9.763 Z-1.194
N39 X-59.468 Y9.814 Z-1.195
N40 X-59.463 Y9.868 F1200
N41 X-59.468 Y9.919
N42 X-59.481 Y9.97
N43 X-59.504 Y10.02
N44 X-59.534 Y10.062
N45 X-59.572 Y10.1
N46 X-59.617 Y10.132
N47 X-59.664 Y10.154
N48 X-59.714 Y10.167
N49 X-59.768 Y10.172
N50 X-59.821 Y10.167
N51 X-59.874 Y10.153
N52 X-59.92 Y10.132
N53 X-59.966 Y10.099
N54 X-60.002 Y10.064
N55 X-60.033 Y10.02
N56 X-60.055 Y9.972
N57 X-60.069 Y9.92
N58 X-60.074 Y9.867
N59 X-60.07 Y9.815
N60 X-60.056 Y9.762
N61 X-60.033 Y9.714
N62 X-60.002 Y9.67

N63 X-59.964 Y9.632
N64 X-59.922 Y9.602
N65 X-59.874 Y9.58
N66 X-59.823 Y9.566
N67 X-59.768 Y9.561
N68 X-59.716 Y9.566
N69 X-59.665 Y9.579
N70 X-59.615 Y9.603
N71 X-59.573 Y9.632
N72 X-59.534 Y9.671
N73 X-59.504 Y9.714
N74 X-59.482 Y9.763
N75 X-59.468 Y9.814
N76 Z-2.395 F800
N77 X-59.463 Y9.868 F1200
N78 X-59.468 Y9.919
N79 X-59.481 Y9.97
N80 X-59.504 Y10.02
N81 X-59.534 Y10.062
N82 X-59.572 Y10.1
N83 X-59.617 Y10.132
N84 X-59.664 Y10.154
N85 X-59.714 Y10.167
N86 X-59.768 Y10.172
N87 X-59.821 Y10.167
N88 X-59.874 Y10.153
N89 X-59.92 Y10.132
N90 X-59.966 Y10.099
N91 X-60.002 Y10.064
N92 X-60.033 Y10.02
N93 X-60.055 Y9.972
N94 X-60.069 Y9.92
N95 X-60.074 Y9.867
N96 X-60.07 Y9.815
N97 X-60.056 Y9.762
N98 X-60.033 Y9.714
N99 X-60.002 Y9.67
N100 X-59.964 Y9.632
N101 X-59.922 Y9.602
N102 X-59.874 Y9.58
N103 X-59.823 Y9.566
N104 X-59.768 Y9.561
N105 X-59.716 Y9.566
N106 X-59.665 Y9.579
N107 X-59.615 Y9.603
N108 X-59.573 Y9.632
N109 X-59.534 Y9.671
N110 X-59.504 Y9.714
N111 X-59.482 Y9.763
N112 X-59.468 Y9.814
N113 Z-3.595 F800
N114 X-59.463 Y9.868 F1200
N115 X-59.468 Y9.919
N116 X-59.481 Y9.97

N117 X-59.504 Y10.02
N118 X-59.534 Y10.062
N119 X-59.572 Y10.1
N120 X-59.617 Y10.132
N121 X-59.664 Y10.154
N122 X-59.714 Y10.167
N123 X-59.768 Y10.172
N124 X-59.821 Y10.167
N125 X-59.874 Y10.153
N126 X-59.92 Y10.132
N127 X-59.966 Y10.099
N128 X-60.002 Y10.064
N129 X-60.033 Y10.02
N130 X-60.055 Y9.972
N131 X-60.069 Y9.92
N132 X-60.074 Y9.867
N133 X-60.07 Y9.815
N134 X-60.056 Y9.762
N135 X-60.033 Y9.714
N136 X-60.002 Y9.67
N137 X-59.964 Y9.632
N138 X-59.922 Y9.602
N139 X-59.874 Y9.58
N140 X-59.823 Y9.566
N141 X-59.768 Y9.561
N142 X-59.716 Y9.566
N143 X-59.665 Y9.579
N144 X-59.615 Y9.603
N145 X-59.573 Y9.632
N146 X-59.534 Y9.671
N147 X-59.504 Y9.714
N148 X-59.482 Y9.763
N149 X-59.468 Y9.814
N150 Z-4.795 F800
N151 X-59.463 Y9.868 F1200
N152 X-59.468 Y9.919
N153 X-59.481 Y9.97
N154 X-59.504 Y10.02
N155 X-59.534 Y10.062
N156 X-59.572 Y10.1
N157 X-59.617 Y10.132
N158 X-59.664 Y10.154
N159 X-59.714 Y10.167
N160 X-59.768 Y10.172
N161 X-59.821 Y10.167
N162 X-59.874 Y10.153
N163 X-59.92 Y10.132
N164 X-59.966 Y10.099
N165 X-60.002 Y10.064
N166 X-60.033 Y10.02
N167 X-60.055 Y9.972
N168 X-60.069 Y9.92
N169 X-60.074 Y9.867
N170 X-60.07 Y9.815

N171 X-60.056 Y9.762
N172 X-60.033 Y9.714
N173 X-60.002 Y9.67
N174 X-59.964 Y9.632
N175 X-59.922 Y9.602
N176 X-59.874 Y9.58
N177 X-59.823 Y9.566
N178 X-59.768 Y9.561
N179 X-59.716 Y9.566
N180 X-59.665 Y9.579
N181 X-59.615 Y9.603
N182 X-59.573 Y9.632
N183 X-59.534 Y9.671
N184 X-59.504 Y9.714
N185 X-59.482 Y9.763
N186 X-59.468 Y9.814
N187 Z-5.836 F800
N188 X-59.463 Y9.868 F1200
N189 X-59.468 Y9.919
N190 X-59.481 Y9.97
N191 X-59.504 Y10.02
N192 X-59.534 Y10.062
N193 X-59.572 Y10.1
N194 X-59.617 Y10.132
N195 X-59.664 Y10.154
N196 X-59.714 Y10.167
N197 X-59.768 Y10.172
N198 X-59.821 Y10.167
N199 X-59.874 Y10.153
N200 X-59.92 Y10.132
N201 X-59.966 Y10.099
N202 X-60.002 Y10.064
N203 X-60.033 Y10.02
N204 X-60.055 Y9.972
N205 X-60.069 Y9.92
N206 X-60.074 Y9.867
N207 X-60.07 Y9.815
N208 X-60.056 Y9.762
N209 X-60.033 Y9.714
N210 X-60.002 Y9.67
N211 X-59.964 Y9.632
N212 X-59.922 Y9.602
N213 X-59.874 Y9.58
N214 X-59.823 Y9.566
N215 X-59.768 Y9.561
N216 X-59.716 Y9.566
N217 X-59.665 Y9.579
N218 X-59.615 Y9.603
N219 X-59.573 Y9.632
N220 X-59.534 Y9.671
N221 X-59.504 Y9.714
N222 X-59.482 Y9.763
N223 X-59.468 Y9.814
N224 Z-6.877 F800
N225 X-59.463 Y9.868 F1200
N226 X-59.468 Y9.919
N227 X-59.481 Y9.97
N228 X-59.504 Y10.02
N229 X-59.534 Y10.062
N230 X-59.572 Y10.1
N231 X-59.617 Y10.132
N232 X-59.664 Y10.154
N233 X-59.714 Y10.167
N234 X-59.768 Y10.172
N235 X-59.821 Y10.167
N236 X-59.874 Y10.153
N237 X-59.92 Y10.132
N238 X-59.966 Y10.099
N239 X-60.002 Y10.064
N240 X-60.033 Y10.02
N241 X-60.055 Y9.972
N242 X-60.069 Y9.92
N243 X-60.074 Y9.867
N244 X-60.07 Y9.815
N245 X-60.056 Y9.762
N246 X-60.033 Y9.714
N247 X-60.002 Y9.67
N248 X-59.964 Y9.632
N249 X-59.922 Y9.602
N250 X-59.874 Y9.58
N251 X-59.823 Y9.566
N252 X-59.768 Y9.561
N253 X-59.716 Y9.566
N254 X-59.665 Y9.579
N255 X-59.615 Y9.603
N256 X-59.573 Y9.632
N257 X-59.534 Y9.671
N258 X-59.504 Y9.714
N259 X-59.482 Y9.763
N260 X-59.468 Y9.814
N261 Z-7.918 F800
N262 X-59.463 Y9.868 F1200
N263 X-59.468 Y9.919
N264 X-59.481 Y9.97
N265 X-59.504 Y10.02
N266 X-59.534 Y10.062
N267 X-59.572 Y10.1
N268 X-59.617 Y10.132
N269 X-59.664 Y10.154
N270 X-59.714 Y10.167
N271 X-59.768 Y10.172
N272 X-59.821 Y10.167
N273 X-59.874 Y10.153
N274 X-59.92 Y10.132
N275 X-59.966 Y10.099
N276 X-60.002 Y10.064
N277 X-60.033 Y10.02
N278 X-60.055 Y9.972
N279 X-60.069 Y9.92
N280 X-60.074 Y9.867
N281 X-60.07 Y9.815
N282 X-60.056 Y9.762
N283 X-60.033 Y9.714
N284 X-60.002 Y9.67
N285 X-59.964 Y9.632
N286 X-59.922 Y9.602
N287 X-59.874 Y9.58
N288 X-59.823 Y9.566
N289 X-59.768 Y9.561
N290 X-59.716 Y9.566
N291 X-59.665 Y9.579
N292 X-59.615 Y9.603
N293 X-59.573 Y9.632
N294 X-59.534 Y9.671
N295 X-59.504 Y9.714
N296 X-59.482 Y9.763
N297 X-59.468 Y9.814
N298 Z-8.959 F800
N299 X-59.463 Y9.868 F1200
N300 X-59.468 Y9.919
N301 X-59.481 Y9.97
N302 X-59.504 Y10.02
N303 X-59.534 Y10.062
N304 X-59.572 Y10.1
N305 X-59.617 Y10.132
N306 X-59.664 Y10.154
N307 X-59.714 Y10.167
N308 X-59.768 Y10.172
N309 X-59.821 Y10.167
N310 X-59.874 Y10.153
N311 X-59.92 Y10.132
N312 X-59.966 Y10.099
N313 X-60.002 Y10.064
N314 X-60.033 Y10.02
N315 X-60.055 Y9.972
N316 X-60.069 Y9.92
N317 X-60.074 Y9.867
N318 X-60.07 Y9.815
N319 X-60.056 Y9.762
N320 X-60.033 Y9.714
N321 X-60.002 Y9.67
N322 X-59.964 Y9.632
N323 X-59.922 Y9.602
N324 X-59.874 Y9.58
N325 X-59.823 Y9.566
N326 X-59.768 Y9.561
N327 X-59.716 Y9.566
N328 X-59.665 Y9.579
N329 X-59.615 Y9.603
N330 X-59.573 Y9.632
N331 X-59.534 Y9.671
N332 X-59.504 Y9.714

N333 X-59.482 Y9.763
N334 X-59.468 Y9.814
N335 Z-10. F800
N336 X-59.463 Y9.868 F1200
N337 X-59.468 Y9.919
N338 X-59.481 Y9.97
N339 X-59.504 Y10.02
N340 X-59.534 Y10.062
N341 X-59.572 Y10.1
N342 X-59.617 Y10.132
N343 X-59.664 Y10.154
N344 X-59.714 Y10.167
N345 X-59.768 Y10.172
N346 X-59.821 Y10.167
N347 X-59.874 Y10.153
N348 X-59.92 Y10.132
N349 X-59.966 Y10.099
N350 X-60.002 Y10.064
N351 X-60.033 Y10.02
N352 X-60.055 Y9.972
N353 X-60.069 Y9.92
N354 X-60.074 Y9.867
N355 X-60.07 Y9.815
N356 X-60.056 Y9.762
N357 X-60.033 Y9.714
N358 X-60.002 Y9.67
N359 X-59.964 Y9.632
N360 X-59.922 Y9.602
N361 X-59.874 Y9.58
N362 X-59.823 Y9.566
N363 X-59.768 Y9.561
N364 X-59.716 Y9.566
N365 X-59.665 Y9.579
N366 X-59.615 Y9.603
N367 X-59.573 Y9.632
N368 X-59.534 Y9.671
N369 X-59.504 Y9.714
N370 X-59.482 Y9.763
N371 X-59.468 Y9.814
N372 X-59.463 Y9.868 Z-9.999
F700
N373 X-59.468 Y9.919 Z-9.995
N374 X-59.481 Y9.97 Z-9.99
N375 X-59.504 Y10.02 Z-9.981
N376 X-59.534 Y10.062 Z-9.97
N377 X-59.572 Y10.1 Z-9.957
N378 X-59.617 Y10.132 Z-9.94
N379 X-59.664 Y10.154 Z-9.922
N380 X-59.714 Y10.167 Z-9.9
N381 X-59.768 Y10.172 Z-9.875
N382 X-59.821 Y10.167 Z-9.847
N383 X-59.874 Y10.153 Z-9.814
N384 X-59.92 Y10.132 Z-9.78
N385 X-59.966 Y10.099 Z-9.737
N386 X-60.002 Y10.064 Z-9.694
N387 X-60.033 Y10.02 Z-9.643
N388 X-60.055 Y9.972 Z-9.585
N389 X-60.069 Y9.92 Z-9.518
N390 X-60.074 Y9.867 Z-9.439
N391 X-60.07 Y9.815 Z-9.345
N392 X-60.056 Y9.762 Z-9.221
N393 X-60.033 Y9.714 Z-9.024
N394 X-60.022 Y9.698 Z-8.81
N395 Z-8.215
N396 G0 Z10.
N398 M05
N2 T3 M06
N3 G54
N6 X-50.99 Y1.076 S6000 M03
N7 Z0.59
N8 G1 Z-0.005 F800
N9 X-51.002 Y1.064 Z-0.208
N10 X-51.033 Y1.02 Z-0.411
N11 X-51.056 Y0.971 Z-0.536
N12 X-51.069 Y0.92 Z-0.631
N13 X-51.074 Y0.867 Z-0.71
N14 X-51.07 Y0.815 Z-0.776
N15 X-51.056 Y0.763 Z-0.835
N16 X-51.032 Y0.713 Z-0.888
N17 X-51.003 Y0.671 Z-0.932
N18 X-50.964 Y0.632 Z-0.973
N19 X-50.922 Y0.603 Z-1.008
N20 X-50.873 Y0.58 Z-1.041
N21 X-50.821 Y0.566 Z-1.069
N22 X-50.768 Y0.561 Z-1.094
N23 X-50.715 Y0.566 Z-1.116
N24 X-50.664 Y0.58 Z-1.135
N25 X-50.615 Y0.603 Z-1.152
N26 X-50.572 Y0.633 Z-1.165
N27 X-50.536 Y0.669 Z-1.175
N28 X-50.504 Y0.714 Z-1.184
N29 X-50.482 Y0.762 Z-1.19
N30 X-50.468 Y0.815 Z-1.194
N31 X-50.463 Y0.867 Z-1.195
N32 X-50.468 Y0.92 F1200
N33 X-50.483 Y0.973
N34 X-50.504 Y1.02
N35 X-50.534 Y1.062
N36 X-50.572 Y1.1
N37 X-50.616 Y1.131
N38 X-50.665 Y1.154
N39 X-50.715 Y1.167
N40 X-50.769 Y1.172
N41 X-50.821 Y1.167
N42 X-50.873 Y1.154
N43 X-50.921 Y1.131
N44 X-50.965 Y1.1
N45 X-51.002 Y1.064
N46 X-51.033 Y1.02
N47 X-51.056 Y0.971
N48 X-51.069 Y0.92
N49 X-51.074 Y0.867
N50 X-51.07 Y0.815
N51 X-51.056 Y0.763
N52 X-51.032 Y0.713
N53 X-51.003 Y0.671
N54 X-50.964 Y0.632
N55 X-50.922 Y0.603
N56 X-50.873 Y0.58
N57 X-50.821 Y0.566
N58 X-50.768 Y0.561
N59 X-50.715 Y0.566
N60 X-50.664 Y0.58
N61 X-50.615 Y0.603
N62 X-50.572 Y0.633
N63 X-50.536 Y0.669
N64 X-50.504 Y0.714
N65 X-50.482 Y0.762
N66 X-50.468 Y0.815
N67 X-50.463 Y0.867
N68 Z-2.395 F800
N69 X-50.468 Y0.92 F1200
N70 X-50.483 Y0.973
N71 X-50.504 Y1.02
N72 X-50.534 Y1.062
N73 X-50.572 Y1.1
N74 X-50.616 Y1.131
N75 X-50.665 Y1.154
N76 X-50.715 Y1.167
N77 X-50.769 Y1.172
N78 X-50.821 Y1.167
N79 X-50.873 Y1.154
N80 X-50.921 Y1.131
N81 X-50.965 Y1.1
N82 X-51.002 Y1.064
N83 X-51.033 Y1.02
N84 X-51.056 Y0.971
N85 X-51.069 Y0.92
N86 X-51.074 Y0.867
N87 X-51.07 Y0.815
N88 X-51.056 Y0.763
N89 X-51.032 Y0.713
N90 X-51.003 Y0.671
N91 X-50.964 Y0.632
N92 X-50.922 Y0.603
N93 X-50.873 Y0.58
N94 X-50.821 Y0.566
N95 X-50.768 Y0.561
N96 X-50.715 Y0.566
N97 X-50.664 Y0.58
N98 X-50.615 Y0.603
N99 X-50.572 Y0.633

N100 X-50.536 Y0.669
N101 X-50.504 Y0.714
N102 X-50.482 Y0.762
N103 X-50.468 Y0.815
N104 X-50.463 Y0.867
N105 Z-3.595 F800
N106 X-50.468 Y0.92 F1200
N107 X-50.483 Y0.973
N108 X-50.504 Y1.02
N109 X-50.534 Y1.062
N110 X-50.572 Y1.1
N111 X-50.616 Y1.131
N112 X-50.665 Y1.154
N113 X-50.715 Y1.167
N114 X-50.769 Y1.172
N115 X-50.821 Y1.167
N116 X-50.873 Y1.154
N117 X-50.921 Y1.131
N118 X-50.965 Y1.1
N119 X-51.002 Y1.064
N120 X-51.033 Y1.02
N121 X-51.056 Y0.971
N122 X-51.069 Y0.92
N123 X-51.074 Y0.867
N124 X-51.07 Y0.815
N125 X-51.056 Y0.763
N126 X-51.032 Y0.713
N127 X-51.003 Y0.671
N128 X-50.964 Y0.632
N129 X-50.922 Y0.603
N130 X-50.873 Y0.58
N131 X-50.821 Y0.566
N132 X-50.768 Y0.561
N133 X-50.715 Y0.566
N134 X-50.664 Y0.58
N135 X-50.615 Y0.603
N136 X-50.572 Y0.633
N137 X-50.536 Y0.669
N138 X-50.504 Y0.714
N139 X-50.482 Y0.762
N140 X-50.468 Y0.815
N141 X-50.463 Y0.867
N142 Z-4.795 F800
N143 X-50.468 Y0.92 F1200
N144 X-50.483 Y0.973
N145 X-50.504 Y1.02
N146 X-50.534 Y1.062
N147 X-50.572 Y1.1
N148 X-50.616 Y1.131
N149 X-50.665 Y1.154
N150 X-50.715 Y1.167
N151 X-50.769 Y1.172
N152 X-50.821 Y1.167
N153 X-50.873 Y1.154

N154 X-50.921 Y1.131
N155 X-50.965 Y1.1
N156 X-51.002 Y1.064
N157 X-51.033 Y1.02
N158 X-51.056 Y0.971
N159 X-51.069 Y0.92
N160 X-51.074 Y0.867
N161 X-51.07 Y0.815
N162 X-51.056 Y0.763
N163 X-51.032 Y0.713
N164 X-51.003 Y0.671
N165 X-50.964 Y0.632
N166 X-50.922 Y0.603
N167 X-50.873 Y0.58
N168 X-50.821 Y0.566
N169 X-50.768 Y0.561
N170 X-50.715 Y0.566
N171 X-50.664 Y0.58
N172 X-50.615 Y0.603
N173 X-50.572 Y0.633
N174 X-50.536 Y0.669
N175 X-50.504 Y0.714
N176 X-50.482 Y0.762
N177 X-50.468 Y0.815
N178 X-50.463 Y0.867
N179 Z-5.836 F800
N180 X-50.468 Y0.92 F1200
N181 X-50.483 Y0.973
N182 X-50.504 Y1.02
N183 X-50.534 Y1.062
N184 X-50.572 Y1.1
N185 X-50.616 Y1.131
N186 X-50.665 Y1.154
N187 X-50.715 Y1.167
N188 X-50.769 Y1.172
N189 X-50.821 Y1.167
N190 X-50.873 Y1.154
N191 X-50.921 Y1.131
N192 X-50.965 Y1.1
N193 X-51.002 Y1.064
N194 X-51.033 Y1.02
N195 X-51.056 Y0.971
N196 X-51.069 Y0.92
N197 X-51.074 Y0.867
N198 X-51.07 Y0.815
N199 X-51.056 Y0.763
N200 X-51.032 Y0.713
N201 X-51.003 Y0.671
N202 X-50.964 Y0.632
N203 X-50.922 Y0.603
N204 X-50.873 Y0.58
N205 X-50.821 Y0.566
N206 X-50.768 Y0.561
N207 X-50.715 Y0.566

N208 X-50.664 Y0.58
N209 X-50.615 Y0.603
N210 X-50.572 Y0.633
N211 X-50.536 Y0.669
N212 X-50.504 Y0.714
N213 X-50.482 Y0.762
N214 X-50.468 Y0.815
N215 X-50.463 Y0.867
N216 Z-6.877 F800
N217 X-50.468 Y0.92 F1200
N218 X-50.483 Y0.973
N219 X-50.504 Y1.02
N220 X-50.534 Y1.062
N221 X-50.572 Y1.1
N222 X-50.616 Y1.131
N223 X-50.665 Y1.154
N224 X-50.715 Y1.167
N225 X-50.769 Y1.172
N226 X-50.821 Y1.167
N227 X-50.873 Y1.154
N228 X-50.921 Y1.131
N229 X-50.965 Y1.1
N230 X-51.002 Y1.064
N231 X-51.033 Y1.02
N232 X-51.056 Y0.971
N233 X-51.069 Y0.92
N234 X-51.074 Y0.867
N235 X-51.07 Y0.815
N236 X-51.056 Y0.763
N237 X-51.032 Y0.713
N238 X-51.003 Y0.671
N239 X-50.964 Y0.632
N240 X-50.922 Y0.603
N241 X-50.873 Y0.58
N242 X-50.821 Y0.566
N243 X-50.768 Y0.561
N244 X-50.715 Y0.566
N245 X-50.664 Y0.58
N246 X-50.615 Y0.603
N247 X-50.572 Y0.633
N248 X-50.536 Y0.669
N249 X-50.504 Y0.714
N250 X-50.482 Y0.762
N251 X-50.468 Y0.815
N252 X-50.463 Y0.867
N253 Z-7.918 F800
N254 X-50.468 Y0.92 F1200
N255 X-50.483 Y0.973
N256 X-50.504 Y1.02
N257 X-50.534 Y1.062
N258 X-50.572 Y1.1
N259 X-50.616 Y1.131
N260 X-50.665 Y1.154
N261 X-50.715 Y1.167

•••

N418 X-52.14 Y26.08	N470 X60.621	N524 X86.348 Y4.359
N419 X-51.639 Y25.931	N471 X61.122 Y27.202	N525 X86.405 Y3.86
N420 X-51.138 Y25.753	N472 X61.624 Y27.18	N526 X86.499 Y2.862
N421 X-50.637 Y25.582	N473 X62.125 Y27.138	N527 X86.538 Y2.363
N422 X-50.136 Y25.392	N474 X62.626 Y27.104	N528 X86.581 Y0.865
N423 X-49.968 Y25.326	N475 X63.127 Y27.053	N529 X86.571 Y0.366
N424 X-48.632 Y24.744	N476 X64.129 Y26.918	N530 X86.531 Y-0.633
N425 X-48.131 Y24.501	N477 X64.631 Y26.847	N531 X86.505 Y-1.132
N426 X-47.63 Y24.241	N478 X65.132 Y26.756	N532 X86.347 Y-2.629
N427 X-47.129 Y23.987	N479 X65.633 Y26.648	N533 X86.272 Y-3.128
N428 X-46.842 Y23.828	N480 X66.134 Y26.544	N534 X86.096 Y-4.127
N429 X-46.627 Y23.701	N481 X66.635 Y26.422	N535 X86.002 Y-4.626
N430 X-45.625 Y23.093	N482 X67.638 Y26.147	N536 X85.635 Y-6.124
N431 X-45.213 Y22.83	N483 X68.139 Y26.002	N537 X85.489 Y-6.623
N432 X-44.503 Y22.331	N484 X68.68 Y25.825	N538 X85.17 Y-7.621
N433 X-44.122 Y22.068	N485 X69.141 Y25.654	N539 X85. Y-8.12
N434 X-43.807 Y21.831	N486 X69.642 Y25.478	N540 X84.405 Y-9.618
N435 X-42.574 Y20.833	N487 X70.019 Y25.326	N541 X84.176 Y-10.112
N436 X-42.117 Y20.42	N488 X71.193 Y24.827	N542 X83.675 Y-11.163
N437 X-41.616 Y19.959	N489 X72.148 Y24.368	N543 X83.429 Y-11.615
N438 X-41.351 Y19.736	N490 X72.649 Y24.101	N544 X82.87 Y-12.613
N439 X-41.115 Y19.717	N491 X73.15 Y23.828	N545 X82.672 Y-12.943
N440 X41.577	N492 X74.153 Y23.232	N546 X82.565 Y-13.112
N441 X41.813 Y19.736	N493 X74.654 Y22.915	N547 X82.234 Y-13.612
N442 X42.078 Y19.958	N494 X74.778 Y22.83	N548 X81.908 Y-14.111
N443 X43.037 Y20.833	N495 X75.155 Y22.583	N549 X81.67 Y-14.448
N444 X44.276 Y21.831	N496 X75.656 Y22.224	N550 X80.795 Y-15.608
N445 X44.584 Y22.068	N497 X76.157 Y21.853	N551 X80.668 Y-15.766
N446 X45.683 Y22.83	N498 X77.16 Y21.057	N552 X80.38 Y-16.108
N447 X46.088 Y23.098	N499 X77.424 Y20.833	N553 X80.167 Y-16.347
N448 X47.31 Y23.828	N500 X77.661 Y20.618	N554 X79.665 Y-16.926
N449 X47.591 Y23.987	N501 X77.989 Y20.334	N555 X79.5 Y-17.106
N450 X48.593 Y24.498	N502 X78.521 Y19.835	N556 X78.513 Y-18.104
N451 X49.095 Y24.747	N503 X78.663 Y19.697	N557 X78.162 Y-18.44
N452 X49.273 Y24.827	N504 X79.665 Y18.656	N558 X77.985 Y-18.604
N453 X50.598 Y25.392	N505 X79.954 Y18.337	N559 X77.661 Y-18.88
N454 X51.099 Y25.582	N506 X80.167 Y18.084	N560 X77.16 Y-19.323
N455 X51.6 Y25.751	N507 X80.382 Y17.838	N561 X76.82 Y-19.602
N456 X52.102 Y25.927	N508 X80.668 Y17.497	N562 X75.656 Y-20.497
N457 X52.603 Y26.084	N509 X81.169 Y16.856	N563 X75.155 Y-20.849
N458 X53.605 Y26.361	N510 X81.91 Y15.841	N564 X74.765 Y-21.1
N459 X54.106 Y26.495	N511 X82.567 Y14.843	N565 X74.153 Y-21.506
N460 X54.607 Y26.607	N512 X83.156 Y13.844	N566 X73.999 Y-21.599
N461 X55.108 Y26.703	N513 X83.697 Y12.846	N567 X73.132 Y-22.098
N462 X55.699 Y26.823	N514 X83.943 Y12.347	N568 X72.649 Y-22.374
N463 X56.111 Y26.887	N515 X84.172 Y11.847	N569 X72.148 Y-22.635
N464 X57.113 Y27.024	N516 X84.406 Y11.348	N570 X71.647 Y-22.87
N465 X57.614 Y27.086	N517 X84.615 Y10.849	N571 X71.146 Y-23.115
N466 X58.115 Y27.131	N518 X84.993 Y9.851	N572 X70.645 Y-23.331
N467 X58.617 Y27.156	N519 X85.178 Y9.351	N573 X69.642 Y-23.741
N468 X59.118 Y27.191	N520 X85.489 Y8.353	N574 X69.141 Y-23.928
N469 X59.619 Y27.205	N521 X85.679 Y7.702	N575 X68.671 Y-24.095
	N522 X86.104 Y5.857	N576 X68.139 Y-24.261
	N523 X86.269 Y4.859	N577 X67.638 Y-24.421

N578 X66.134 Y-24.812
N579 X65.132 Y-25.023
N580 X64.129 Y-25.193
N581 X62.626 Y-25.373
N582 X61.624 Y-25.447
N583 X60.621 Y-25.48
N584 X60.12 Y-25.474
N585 X59.118 Y-25.458
N586 X58.115 Y-25.398
N587 X57.614 Y-25.346
N588 X57.113 Y-25.298
N589 X55.61 Y-25.073
N590 X55.108 Y-24.975
N591 X54.607 Y-24.874
N592 X53.605 Y-24.636
N593 X52.102 Y-24.197
N594 X51.799 Y-24.095
N595 X51.6 Y-24.022
N596 X51.099 Y-23.849
N597 X50.439 Y-23.596
N598 X50.097 Y-23.452
N599 X49.095 Y-23.007
N600 X48.593 Y-22.773
N601 X48.092 Y-22.509
N602 X47.591 Y-22.253
N603 X47.09 Y-21.972
N604 X46.088 Y-21.355
N605 X45.678 Y-21.1
N606 X45.586 Y-21.038
N607 X44.97 Y-20.6
N608 X44.584 Y-20.335
N609 X44.273 Y-20.101
N610 X44.083 Y-19.953
N611 X43.046 Y-19.103
N612 X42.579 Y-18.691
N613 X42.078 Y-18.226
N614 X41.813 Y-18.003
N615 X41.577 Y-17.984
N616 X0.231
N617 X-0.48 Z-9.96 F700
N618 X-1.182 Z-9.841
N619 X-1.866 Z-9.644
N620 X-2.524 Z-9.371
N621 X-3.147 Z-9.027
N622 X-3.728 Z-8.615
N623 X-4.259 Z-8.14
N624 X-4.733 Z-7.609
N625 X-5.145 Z-7.028
N626 X-5.49 Z-6.405
N627 X-5.762 Z-5.747
N628 X-5.959 Z-5.063
N629 X-6.079 Z-4.361
N630 X-6.119 Z-3.65
N631 Z-0.475

N632 G0 Z10.
N633 G74Z
N634 M05
N636 M30
%

%ESLABONACTUADOLARG,MX--,
N1 G90
N2 T3 M06
N3 G54
N13 G0 X-85.745 Y13.059 S6000
M03
N15 Z0.585
N16 G1 Z-0.01 F800
N17 X-85.752 Y13.033 Z-0.259
N18 X-85.758 Y12.965 Z-0.477
N19 X-85.753 Y12.908 Z-0.592
N20 X-85.738 Y12.849 Z-0.69
N21 X-85.714 Y12.793 Z-0.769
N22 X-85.68 Y12.742 Z-0.838
N23 X-85.637 Y12.695 Z-0.899
N24 X-85.591 Y12.66 Z-0.947
N25 X-85.538 Y12.631 Z-0.992
N26 X-85.48 Y12.611 Z-1.031
N27 X-85.419 Y12.601 Z-1.066
N28 X-85.359 Z-1.095
N29 X-85.297 Y12.611 Z-1.121
N30 X-85.24 Y12.631 Z-1.142
N31 X-85.187 Y12.659 Z-1.16
N32 X-85.138 Y12.697 Z-1.175
N33 X-85.097 Y12.742 Z-1.186
N34 X-85.064 Y12.793 Z-1.194
N35 X-85.038 Y12.852 Z-1.199
N36 X-85.024 Y12.908 Z-1.2
N37 X-85.019 Y12.966 F1200
N38 X-85.025 Y13.033
N39 X-85.043 Y13.096
N40 X-85.069 Y13.152
N41 X-85.106 Y13.205
N42 X-85.151 Y13.251
N43 X-85.203 Y13.288
N44 X-85.263 Y13.316
N45 X-85.324 Y13.332
N46 X-85.39 Y13.338
N47 X-85.453 Y13.332
N48 X-85.514 Y13.316
N49 X-85.57 Y13.29
N50 X-85.626 Y13.251
N51 X-85.671 Y13.206
N52 X-85.709 Y13.152
N53 X-85.735 Y13.095
N54 X-85.752 Y13.033
N55 X-85.758 Y12.965
N56 X-85.753 Y12.908
N57 X-85.738 Y12.849
N58 X-85.714 Y12.793
N59 X-85.68 Y12.742
N60 X-85.637 Y12.695
N61 X-85.591 Y12.66
N62 X-85.538 Y12.631

N63 X-85.48 Y12.611
N64 X-85.419 Y12.601
N65 X-85.359
N66 X-85.297 Y12.611
N67 X-85.24 Y12.631
N68 X-85.187 Y12.659
N69 X-85.138 Y12.697
N70 X-85.097 Y12.742
N71 X-85.064 Y12.793
N72 X-85.038 Y12.852
N73 X-85.024 Y12.908
N74 X-85.056 Y12.913 Z-1.312
F800
N75 X-85.079 Y12.917 Z-1.45
N76 X-85.085 Z-1.523
N77 X-85.087 Y12.919 Z-2.4
N78 X-85.083 Y12.965 F1200
N79 X-85.088 Y13.021
N80 X-85.101 Y13.073
N81 X-85.124 Y13.122
N82 X-85.155 Y13.165
N83 X-85.195 Y13.204
N84 X-85.236 Y13.233
N85 X-85.283 Y13.255
N86 X-85.335 Y13.269
N87 X-85.388 Y13.274
N88 X-85.441 Y13.27
N89 X-85.493 Y13.256
N90 X-85.542 Y13.233
N91 X-85.584 Y13.203
N92 X-85.623 Y13.164
N93 X-85.653 Y13.122
N94 X-85.675 Y13.074
N95 X-85.689 Y13.023
N96 X-85.694 Y12.965
N97 X-85.69 Y12.919
N98 X-85.678 Y12.869
N99 X-85.658 Y12.823
N100 X-85.63 Y12.781
N101 X-85.597 Y12.745
N102 X-85.557 Y12.713
N103 X-85.511 Y12.688
N104 X-85.463 Y12.672
N105 X-85.415 Y12.664
N106 X-85.364
N107 X-85.314 Y12.672
N108 X-85.265 Y12.689
N109 X-85.221 Y12.713
N110 X-85.182 Y12.743
N111 X-85.148 Y12.78
N112 X-85.12 Y12.823
N113 X-85.099 Y12.869
N114 X-85.087 Y12.919
N115 Z-3.6 F800

N116 X-85.083 Y12.965 F1200
N117 X-85.088 Y13.021
N118 X-85.101 Y13.073
N119 X-85.124 Y13.122
N120 X-85.155 Y13.165
N121 X-85.195 Y13.204
N122 X-85.236 Y13.233
N123 X-85.283 Y13.255
N124 X-85.335 Y13.269
N125 X-85.388 Y13.274
N126 X-85.441 Y13.27
N127 X-85.493 Y13.256
N128 X-85.542 Y13.233
N129 X-85.584 Y13.203
N130 X-85.623 Y13.164
N131 X-85.653 Y13.122
N132 X-85.675 Y13.074
N133 X-85.689 Y13.023
N134 X-85.694 Y12.965
N135 X-85.69 Y12.919
N136 X-85.678 Y12.869
N137 X-85.658 Y12.823
N138 X-85.63 Y12.781
N139 X-85.597 Y12.745
N140 X-85.557 Y12.713
N141 X-85.511 Y12.688
N142 X-85.463 Y12.672
N143 X-85.415 Y12.664
N144 X-85.364
N145 X-85.314 Y12.672
N146 X-85.265 Y12.689
N147 X-85.221 Y12.713
N148 X-85.182 Y12.743
N149 X-85.148 Y12.78
N150 X-85.12 Y12.823
N151 X-85.099 Y12.869
N152 X-85.087 Y12.919
N153 Z-4.8 F800
N154 X-85.083 Y12.965 F1200
N155 X-85.088 Y13.021
N156 X-85.101 Y13.073
N157 X-85.124 Y13.122
N158 X-85.155 Y13.165
N159 X-85.195 Y13.204
N160 X-85.236 Y13.233
N161 X-85.283 Y13.255
N162 X-85.335 Y13.269
N163 X-85.388 Y13.274
N164 X-85.441 Y13.27
N165 X-85.493 Y13.256
N166 X-85.542 Y13.233
N167 X-85.584 Y13.203
N168 X-85.623 Y13.164
N169 X-85.653 Y13.122

N170 X-85.675 Y13.074
N171 X-85.689 Y13.023
N172 X-85.694 Y12.965
N173 X-85.69 Y12.919
N174 X-85.678 Y12.869
N175 X-85.658 Y12.823
N176 X-85.63 Y12.781
N177 X-85.597 Y12.745
N178 X-85.557 Y12.713
N179 X-85.511 Y12.688
N180 X-85.463 Y12.672
N181 X-85.415 Y12.664
N182 X-85.364
N183 X-85.314 Y12.672
N184 X-85.265 Y12.689
N185 X-85.221 Y12.713
N186 X-85.182 Y12.743
N187 X-85.148 Y12.78
N188 X-85.12 Y12.823
N189 X-85.099 Y12.869
N190 X-85.087 Y12.919
N191 Z-5.84 F800
N192 X-85.083 Y12.965 F1200
N193 X-85.088 Y13.021
N194 X-85.101 Y13.073
N195 X-85.124 Y13.122
N196 X-85.155 Y13.165
N197 X-85.195 Y13.204
N198 X-85.236 Y13.233
N199 X-85.283 Y13.255
N200 X-85.335 Y13.269
N201 X-85.388 Y13.274
N202 X-85.441 Y13.27
N203 X-85.493 Y13.256
N204 X-85.542 Y13.233
N205 X-85.584 Y13.203
N206 X-85.623 Y13.164
N207 X-85.653 Y13.122
N208 X-85.675 Y13.074
N209 X-85.689 Y13.023
N210 X-85.694 Y12.965
N211 X-85.69 Y12.919
N212 X-85.678 Y12.869
N213 X-85.658 Y12.823
N214 X-85.63 Y12.781
N215 X-85.597 Y12.745
N216 X-85.557 Y12.713
N217 X-85.511 Y12.688
N218 X-85.463 Y12.672
N219 X-85.415 Y12.664
N220 X-85.364
N221 X-85.314 Y12.672
N222 X-85.265 Y12.689
N223 X-85.221 Y12.713

N224 X-85.182 Y12.743
N225 X-85.148 Y12.78
N226 X-85.12 Y12.823
N227 X-85.099 Y12.869
N228 X-85.087 Y12.919
N229 Z-6.88 F800
N230 X-85.083 Y12.965 F1200
N231 X-85.088 Y13.021
N232 X-85.101 Y13.073
N233 X-85.124 Y13.122
N234 X-85.155 Y13.165
N235 X-85.195 Y13.204
N236 X-85.236 Y13.233
N237 X-85.283 Y13.255
N238 X-85.335 Y13.269
N239 X-85.388 Y13.274
N240 X-85.441 Y13.27
N241 X-85.493 Y13.256
N242 X-85.542 Y13.233
N243 X-85.584 Y13.203
N244 X-85.623 Y13.164
N245 X-85.653 Y13.122
N246 X-85.675 Y13.074
N247 X-85.689 Y13.023
N248 X-85.694 Y12.965
N249 X-85.69 Y12.919
N250 X-85.678 Y12.869
N251 X-85.658 Y12.823
N252 X-85.63 Y12.781
N253 X-85.597 Y12.745
N254 X-85.557 Y12.713
N255 X-85.511 Y12.688
N256 X-85.463 Y12.672
N257 X-85.415 Y12.664
N258 X-85.364
N259 X-85.314 Y12.672
N260 X-85.265 Y12.689
N261 X-85.221 Y12.713
N262 X-85.182 Y12.743
N263 X-85.148 Y12.78
N264 X-85.12 Y12.823
N265 X-85.099 Y12.869
N266 X-85.087 Y12.919
N267 Z-7.92 F800
N268 X-85.083 Y12.965 F1200
N269 X-85.088 Y13.021
N270 X-85.101 Y13.073
N271 X-85.124 Y13.122
N272 X-85.155 Y13.165
N273 X-85.195 Y13.204
N274 X-85.236 Y13.233
N275 X-85.283 Y13.255
N276 X-85.335 Y13.269
N277 X-85.388 Y13.274

N278 X-85.441 Y13.27
N279 X-85.493 Y13.256
N280 X-85.542 Y13.233
N281 X-85.584 Y13.203
N282 X-85.623 Y13.164
N283 X-85.653 Y13.122
N284 X-85.675 Y13.074
N285 X-85.689 Y13.023
N286 X-85.694 Y12.965
N287 X-85.69 Y12.919
N288 X-85.678 Y12.869
N289 X-85.658 Y12.823
N290 X-85.63 Y12.781
N291 X-85.597 Y12.745
N292 X-85.557 Y12.713
N293 X-85.511 Y12.688
N294 X-85.463 Y12.672
N295 X-85.415 Y12.664
N296 X-85.364
N297 X-85.314 Y12.672
N298 X-85.265 Y12.689
N299 X-85.221 Y12.713
N300 X-85.182 Y12.743
N301 X-85.148 Y12.78
N302 X-85.12 Y12.823
N303 X-85.099 Y12.869
N304 X-85.087 Y12.919
N305 Z-8.96 F800
N306 X-85.083 Y12.965 F1200
N307 X-85.088 Y13.021
N308 X-85.101 Y13.073
N309 X-85.124 Y13.122
N310 X-85.155 Y13.165
N311 X-85.195 Y13.204
N312 X-85.236 Y13.233
N313 X-85.283 Y13.255
N314 X-85.335 Y13.269
N315 X-85.388 Y13.274
N316 X-85.441 Y13.27
N317 X-85.493 Y13.256
N318 X-85.542 Y13.233
N319 X-85.584 Y13.203
N320 X-85.623 Y13.164
N321 X-85.653 Y13.122
N322 X-85.675 Y13.074
N323 X-85.689 Y13.023
N324 X-85.694 Y12.965
N325 X-85.69 Y12.919
N326 X-85.678 Y12.869
N327 X-85.658 Y12.823
N328 X-85.63 Y12.781
N329 X-85.597 Y12.745
N330 X-85.557 Y12.713
N331 X-85.511 Y12.688

N332 X-85.463 Y12.672	N386 X-85.195 Y13.204 Z-9.956	N37 X-76.454 Y4.332
N333 X-85.415 Y12.664	N387 X-85.236 Y13.233 Z-9.941	N38 X-76.515 Y4.315
N334 X-85.364	N388 X-85.283 Y13.255 Z-9.923	N39 X-76.573 Y4.288
N335 X-85.314 Y12.672	N389 X-85.335 Y13.269 Z-9.901	N40 X-76.628 Y4.25
N336 X-85.265 Y12.689	N390 X-85.388 Y13.274 Z-9.876	N41 X-76.671 Y4.206
N337 X-85.221 Y12.713	N391 X-85.441 Y13.27 Z-9.848	N42 X-76.706 Y4.157
N338 X-85.182 Y12.743	N392 X-85.493 Y13.256 Z-9.816	N43 X-76.735 Y4.095
N339 X-85.148 Y12.78	N393 X-85.542 Y13.233 Z-9.78	N44 X-76.752 Y4.032
N340 X-85.12 Y12.823	N394 X-85.584 Y13.203 Z-9.741	N45 X-76.758 Y3.968
N341 X-85.099 Y12.869	N395 X-85.623 Y13.164 Z-9.694	N46 X-76.752 Y3.904
N342 X-85.087 Y12.919	N396 X-85.653 Y13.122 Z-9.644	N47 X-76.736 Y3.843
N343 Z-10. F800	N397 X-85.675 Y13.074 Z-9.588	N48 X-76.708 Y3.784
N344 X-85.083 Y12.965 F1200	N398 X-85.689 Y13.023 Z-9.521	N49 X-76.671 Y3.731
N345 X-85.088 Y13.021	N399 X-85.694 Y12.965 Z-9.436	N50 X-76.627 Y3.687
N346 X-85.101 Y13.073	N400 X-85.69 Y12.919 Z-9.353	N51 X-76.573 Y3.649
N347 X-85.124 Y13.122	N401 X-85.678 Y12.869 Z-9.24	N52 X-76.515 Y3.622
N348 X-85.155 Y13.165	N402 X-85.658 Y12.823 Z-9.075	N53 X-76.454 Y3.606
N349 X-85.195 Y13.204	N403 X-85.641 Y12.798 Z-8.81	N54 X-76.389 Y3.6
N350 X-85.236 Y13.233	N404 Z-8.215	N55 X-76.324 Y3.605
N351 X-85.283 Y13.255	N405 G0 Z10.	N56 X-76.263 Y3.622
N352 X-85.335 Y13.269	N407 M05	N57 X-76.205 Y3.649
N353 X-85.388 Y13.274	N2 T3 M06	N58 X-76.151 Y3.687
N354 X-85.441 Y13.27	N3 G54	N59 X-76.106 Y3.732
N355 X-85.493 Y13.256	N6 X-76.755 Y4.001 S6000 M03	N60 X-76.069 Y3.784
N356 X-85.542 Y13.233	N7 Z0.585	N61 X-76.042 Y3.843
N357 X-85.584 Y13.203	N8 G1 Z-0.01 F800	N62 X-76.025 Y3.904
N358 X-85.623 Y13.164	N9 X-76.758 Y3.968 Z-0.287	N63 X-76.02 Y3.968
N359 X-85.653 Y13.122	N10 X-76.752 Y3.904 Z-0.482	N64 X-76.043 Z-1.28 F800
N360 X-85.675 Y13.074	N11 X-76.736 Y3.843 Z-0.607	N65 X-76.067 Z-1.392
N361 X-85.689 Y13.023	N12 X-76.708 Y3.784 Z-0.707	N66 X-76.081 Z-1.523
N362 X-85.694 Y12.965	N13 X-76.671 Y3.731 Z-0.789	N67 X-76.083 Z-2.4
N363 X-85.69 Y12.919	N14 X-76.627 Y3.687 Z-0.855	N68 X-76.088 Y4.021 F1200
N364 X-85.678 Y12.869	N15 X-76.573 Y3.649 Z-0.916	N69 X-76.102 Y4.073
N365 X-85.658 Y12.823	N16 X-76.515 Y3.622 Z-0.967	N70 X-76.125 Y4.123
N366 X-85.63 Y12.781	N17 X-76.454 Y3.606 Z-1.011	N71 X-76.155 Y4.165
N367 X-85.597 Y12.745	N18 X-76.389 Y3.6 Z-1.049	N72 X-76.191 Y4.202
N368 X-85.557 Y12.713	N19 X-76.324 Y3.605 Z-1.083	N73 X-76.236 Y4.233
N369 X-85.511 Y12.688	N20 X-76.263 Y3.622 Z-1.112	N74 X-76.284 Y4.256
N370 X-85.463 Y12.672	N21 X-76.205 Y3.649 Z-1.136	N75 X-76.336 Y4.27
N371 X-85.415 Y12.664	N22 X-76.151 Y3.687 Z-1.156	N76 X-76.389 Y4.274
N372 X-85.364	N23 X-76.106 Y3.732 Z-1.172	N77 X-76.441 Y4.27
N373 X-85.314 Y12.672	N24 X-76.069 Y3.784 Z-1.184	N78 X-76.493 Y4.256
N374 X-85.265 Y12.689	N25 X-76.042 Y3.843 Z-1.193	N79 X-76.543 Y4.232
N375 X-85.221 Y12.713	N26 X-76.025 Y3.904 Z-1.198	N80 X-76.585 Y4.203
N376 X-85.182 Y12.743	N27 X-76.02 Y3.968 Z-1.2	N81 X-76.617 Y4.171
N377 X-85.148 Y12.78	N28 X-76.025 Y4.032 F1200	N82 X-76.653 Y4.121
N378 X-85.12 Y12.823	N29 X-76.042 Y4.095	N83 X-76.676 Y4.073
N379 X-85.099 Y12.869	N30 X-76.069 Y4.154	N84 X-76.689 Y4.022
N380 X-85.087 Y12.919	N31 X-76.106 Y4.206	N85 X-76.694 Y3.967
N381 X-85.083 Y12.965 F700	N32 X-76.152 Y4.252	N86 X-76.689 Y3.915
N382 X-85.088 Y13.021 Z-9.996	N33 X-76.203 Y4.288	N87 X-76.675 Y3.864
N383 X-85.101 Y13.073 Z-9.99	N34 X-76.263 Y4.316	N88 X-76.652 Y3.815
N384 X-85.124 Y13.122 Z-9.981	N35 X-76.324 Y4.332	N89 X-76.623 Y3.773
N385 X-85.155 Y13.165 Z-9.97	N36 X-76.389 Y4.338	N90 X-76.585 Y3.735

N91 X-76.542 Y3.704
N92 X-76.494 Y3.682
N93 X-76.442 Y3.668
N94 X-76.389 Y3.663
N95 X-76.336 Y3.668
N96 X-76.284 Y3.682
N97 X-76.236 Y3.704
N98 X-76.192 Y3.735
N99 X-76.155 Y3.772
N100 X-76.125 Y3.815
N101 X-76.102 Y3.864
N102 X-76.088 Y3.915
N103 X-76.083 Y3.969
N104 Z-3.6 F800
N105 X-76.088 Y4.021 F1200
N106 X-76.102 Y4.073
N107 X-76.125 Y4.123
N108 X-76.155 Y4.165
N109 X-76.191 Y4.202
N110 X-76.236 Y4.233
N111 X-76.284 Y4.256
N112 X-76.336 Y4.27
N113 X-76.389 Y4.274
N114 X-76.441 Y4.27
N115 X-76.493 Y4.256
N116 X-76.543 Y4.232
N117 X-76.585 Y4.203
N118 X-76.617 Y4.171
N119 X-76.653 Y4.121
N120 X-76.676 Y4.073
N121 X-76.689 Y4.022
N122 X-76.694 Y3.967
N123 X-76.689 Y3.915
N124 X-76.675 Y3.864
N125 X-76.652 Y3.815
N126 X-76.623 Y3.773
N127 X-76.585 Y3.735
N128 X-76.542 Y3.704
N129 X-76.494 Y3.682
N130 X-76.442 Y3.668
N131 X-76.389 Y3.663
N132 X-76.336 Y3.668
N133 X-76.284 Y3.682
N134 X-76.236 Y3.704
N135 X-76.192 Y3.735
N136 X-76.155 Y3.772
N137 X-76.125 Y3.815
N138 X-76.102 Y3.864
N139 X-76.088 Y3.915
N140 X-76.083 Y3.969
N141 Z-4.8 F800
N142 X-76.088 Y4.021 F1200
N143 X-76.102 Y4.073
N144 X-76.125 Y4.123

N145 X-76.155 Y4.165
N146 X-76.191 Y4.202
N147 X-76.236 Y4.233
N148 X-76.284 Y4.256
N149 X-76.336 Y4.27
N150 X-76.389 Y4.274
N151 X-76.441 Y4.27
N152 X-76.493 Y4.256
N153 X-76.543 Y4.232
N154 X-76.585 Y4.203
N155 X-76.617 Y4.171
N156 X-76.653 Y4.121
N157 X-76.676 Y4.073
N158 X-76.689 Y4.022
N159 X-76.694 Y3.967
N160 X-76.689 Y3.915
N161 X-76.675 Y3.864
N162 X-76.652 Y3.815
N163 X-76.623 Y3.773
N164 X-76.585 Y3.735
N165 X-76.542 Y3.704
N166 X-76.494 Y3.682
N167 X-76.442 Y3.668
N168 X-76.389 Y3.663
N169 X-76.336 Y3.668
N170 X-76.284 Y3.682
N171 X-76.236 Y3.704
N172 X-76.192 Y3.735
N173 X-76.155 Y3.772
N174 X-76.125 Y3.815
N175 X-76.102 Y3.864
N176 X-76.088 Y3.915
N177 X-76.083 Y3.969
N178 Z-5.84 F800
N179 X-76.088 Y4.021 F1200
N180 X-76.102 Y4.073
N181 X-76.125 Y4.123
N182 X-76.155 Y4.165
N183 X-76.191 Y4.202
N184 X-76.236 Y4.233
N185 X-76.284 Y4.256
N186 X-76.336 Y4.27
N187 X-76.389 Y4.274
N188 X-76.441 Y4.27
N189 X-76.493 Y4.256
N190 X-76.543 Y4.232
N191 X-76.585 Y4.203
N192 X-76.617 Y4.171
N193 X-76.653 Y4.121
N194 X-76.676 Y4.073
N195 X-76.689 Y4.022
N196 X-76.694 Y3.967
N197 X-76.689 Y3.915
N198 X-76.675 Y3.864

N199 X-76.652 Y3.815
N200 X-76.623 Y3.773
N201 X-76.585 Y3.735
N202 X-76.542 Y3.704
N203 X-76.494 Y3.682
N204 X-76.442 Y3.668
N205 X-76.389 Y3.663
N206 X-76.336 Y3.668
N207 X-76.284 Y3.682
N208 X-76.236 Y3.704
N209 X-76.192 Y3.735
N210 X-76.155 Y3.772
N211 X-76.125 Y3.815
N212 X-76.102 Y3.864
N213 X-76.088 Y3.915
N214 X-76.083 Y3.969
N215 Z-6.88 F800
N216 X-76.088 Y4.021 F1200
N217 X-76.102 Y4.073
N218 X-76.125 Y4.123
N219 X-76.155 Y4.165
N220 X-76.191 Y4.202
N221 X-76.236 Y4.233
N222 X-76.284 Y4.256
N223 X-76.336 Y4.27
N224 X-76.389 Y4.274
N225 X-76.441 Y4.27
N226 X-76.493 Y4.256
N227 X-76.543 Y4.232
N228 X-76.585 Y4.203
N229 X-76.617 Y4.171
N230 X-76.653 Y4.121
N231 X-76.676 Y4.073
N232 X-76.689 Y4.022
N233 X-76.694 Y3.967
N234 X-76.689 Y3.915
N235 X-76.675 Y3.864
N236 X-76.652 Y3.815
N237 X-76.623 Y3.773
N238 X-76.585 Y3.735
N239 X-76.542 Y3.704
N240 X-76.494 Y3.682
N241 X-76.442 Y3.668
N242 X-76.389 Y3.663
N243 X-76.336 Y3.668
N244 X-76.284 Y3.682
N245 X-76.236 Y3.704
N246 X-76.192 Y3.735
N247 X-76.155 Y3.772
N248 X-76.125 Y3.815
N249 X-76.102 Y3.864
N250 X-76.088 Y3.915
N251 X-76.083 Y3.969
N252 Z-7.92 F800

...

N397 X-72.445 Y-18.981	N450 X-111.719 Y3.47	N504 X-72.678 Y27.049
N398 X-72.678 Y-19.112	N451 X-111.739 Y3.969	N505 X-72.445 Y26.919
N399 X-73.18 Y-19.356	N452 X-111.719 Y4.468	N506 X-72.176 Y26.752
N400 X-75.188 Y-20.298	N453 X-111.546 Y6.962	N507 X-70.134 Y25.422
N401 X-75.573 Y-20.478	N454 X-111.505 Y7.461	N508 X-69.665 Y25.111
N402 X-75.69 Y-20.529	N455 X-111.427 Y7.96	N509 X-69.414 Y24.923
N403 X-76.192 Y-20.717	N456 X-110.83 Y10.792	N510 X-69.163 Y24.715
N404 X-78.702 Y-21.495	N457 X-110.793 Y10.954	N511 X-66.98 Y22.819
N405 X-79.204 Y-21.643	N458 X-110.648 Y11.452	N512 X-0.389
N406 X-79.706 Y-21.754	N459 X-109.75 Y13.947	N513 X0.322 Z-9.96 F700
N407 X-82.216 Y-22.163	N460 X-109.564 Y14.446	N514 X1.024 Z-9.841
N408 X-82.718 Y-22.242	N461 X-109.335 Y14.945	N515 X1.709 Z-9.644
N409 X-83.22 Y-22.288	N462 X-108.02 Y17.439	N516 X2.366 Z-9.371
N410 X-83.722 Y-22.302	N463 X-107.818 Y17.798	N517 X2.99 Z-9.027
N411 X-86.232 Y-22.359	N464 X-107.73 Y17.938	N518 X3.57 Z-8.615
N412 X-86.734 Y-22.346	N465 X-107.381 Y18.437	N519 X4.101 Z-8.14
N413 X-87.236 Y-22.296	N466 X-105.945 Y20.433	N520 X4.576 Z-7.609
N414 X-89.746 Y-22.004	N467 X-105.81 Y20.616	N521 X4.988 Z-7.028
N415 X-89.975 Y-21.975	N468 X-105.55 Y20.932	N522 X5.332 Z-6.405
N416 X-90.248 Y-21.929	N469 X-105.308 Y21.194	N523 X5.605 Z-5.747
N417 X-90.75 Y-21.814	N470 X-103.653 Y22.927	N524 X5.802 Z-5.063
N418 X-93.26 Y-21.161	N471 X-103.3 Y23.291	N525 X5.921 Z-4.361
N419 X-93.762 Y-21.016	N472 X-103.157 Y23.426	N526 X5.961 Z-3.65
N420 X-93.874 Y-20.977	N473 X-102.798 Y23.732	N527 Z-0.475
N421 X-94.264 Y-20.824	N474 X-100.665 Y25.422	N528 G0 Z9.607
N422 X-96.774 Y-19.784	N475 X-100.288 Y25.702	N529 G74Z
N423 X-97.276 Y-19.546	N476 X-99.946 Y25.921	N530 M05
N424 X-97.397 Y-19.48	N477 X-97.778 Y27.196	N531 M30
N425 X-97.778 Y-19.258	N478 X-97.397 Y27.418	%
N426 X-99.946 Y-17.983	N479 X-97.276 Y27.483	
N427 X-100.288 Y-17.765	N480 X-96.774 Y27.722	
N428 X-100.665 Y-17.485	N481 X-94.264 Y28.762	
N429 X-102.798 Y-15.795	N482 X-93.874 Y28.914	
N430 X-103.157 Y-15.489	N483 X-93.762 Y28.953	
N431 X-103.3 Y-15.354	N484 X-93.26 Y29.099	
N432 X-103.653 Y-14.99	N485 X-90.75 Y29.751	
N433 X-105.308 Y-13.256	N486 X-90.248 Y29.867	
N434 X-105.55 Y-12.994	N487 X-89.975 Y29.912	
N435 X-105.81 Y-12.678	N488 X-89.746 Y29.941	
N436 X-105.945 Y-12.495	N489 X-87.236 Y30.233	
N437 X-107.381 Y-10.5	N490 X-86.734 Y30.283	
N438 X-107.73 Y-10.001	N491 X-86.232 Y30.297	
N439 X-107.818 Y-9.86	N492 X-83.722 Y30.239	
N440 X-108.02 Y-9.502	N493 X-83.22 Y30.225	
N441 X-109.335 Y-7.007	N494 X-82.718 Y30.179	
N442 X-109.564 Y-6.508	N495 X-82.216 Y30.101	
N443 X-109.75 Y-6.01	N496 X-79.706 Y29.691	
N444 X-110.648 Y-3.515	N497 X-79.204 Y29.581	
N445 X-110.793 Y-3.016	N498 X-78.702 Y29.432	
N446 X-110.83 Y-2.855	N499 X-76.192 Y28.654	
N447 X-111.427 Y-0.023	N500 X-75.69 Y28.466	
N448 X-111.505 Y0.476	N501 X-75.573 Y28.416	
N449 X-111.546 Y0.975	N502 X-75.188 Y28.236	
	N503 X-73.18 Y27.294	

Los códigos que se muestran a continuación fueron programados a pie de máquina y fueron ejecutados en una fresadora CNC Fanuc en la Universidad del Papaloapan, Campus Loma Bonita.

%Código para realizar los
barrenos
de los eslabones con un
diámetro
de 12 mm.

O5000
N1 G54;
N2 G01 Z5 F100;
N3 X0 Y0;
N4 Z-0.5;
N5 X1.24;
N6 G03 X0 Y1.24 R1.24;
N7 G03 X-1.24 Y0 R1.24;
N8 G03 X1.24 Y0 R1.24;
N9 G01 X0;
N10 Z10;
N11 M30;
%

%Código para realizar las
cajoneras
con un diámetro de 15 mm.

O5001
N1 G54;
N2 G01 Z5 F400;
N3 X0 Y0;
N4 Z-5;
N5 X2.88;
N6 G03 X0 Y2.88 R2.88;
N7 G03 X-2.88 Y0 R2.88;
N8 G03 X0 Y-2.88 R2.88;
N9 G03 X2.88 Y0 R2.88;
N10 G01 X0;
N11 Z10;
N12 M30;
%

%Código para las cajoneras
del soporte medio.

O0035
N1 G54 G21 G90;
N2 G00 X0 Y0 Z5;
N3 G01 Z-7.2 F100;
N4 X4.92;

N5 G03 X0 Y4.92 R4.92;
N6 X-4.92 Y0 R4.92;
N7 X0 Y-4.92 R4.92
N8 X4.92 Y0 R4.92;
N9 G01 X0;
N10 Z10;
N11 M30;
%

%Código para las cajoneras
del soporte del Servomotor.

O0034
N1 G54 G21 G90;
N2 G00 X0 Y0 Z10;
N3 G01 Z-9.6 F400;
N4 X5.75;
N5 G03 X0 Y5.75 R5.75;
N6 X-5.75 Y0 R5.75;
N7 X0 Y-5.75 R5.75;
N8 X5.75 Y0 R5.75;
N9 G01 X0;
N10 Z10;
N11 M30;
%

Apéndice D

Tarjeta electrónica Sensoray Modelo 626

Para llevar a cabo el experimento se emplea una tarjeta multifuncional PCI (Peripheral Component Interconnect) de adquisición de datos modelo 626 de la compañía Sensoray, la cual consiste de 48 canales de entrada y salida digital, cuatro salidas analógicas (13 bits de resolución), 20 canales digitales de entrada/salida con detección de bordes y capacidad de interrupción, 16 canales de entrada analógica diferencial (resolución de 14 bits) y 6 entradas para encoders. Los experimentos se realizaron en una computadora Intel core i5, implementados en Matlab/Simulink. La tarjeta Sensoray 626 se instala en un slot PCI de la tarjeta madre de la computadora. Una vez instalada la tarjeta, se instala el software disponible en el kit de instalación, para ponerla en funcionamiento. La tarjeta se vinculará con el toolbox Real Time Windows Target de Matlab/Simulink.

6. System Block Diagram

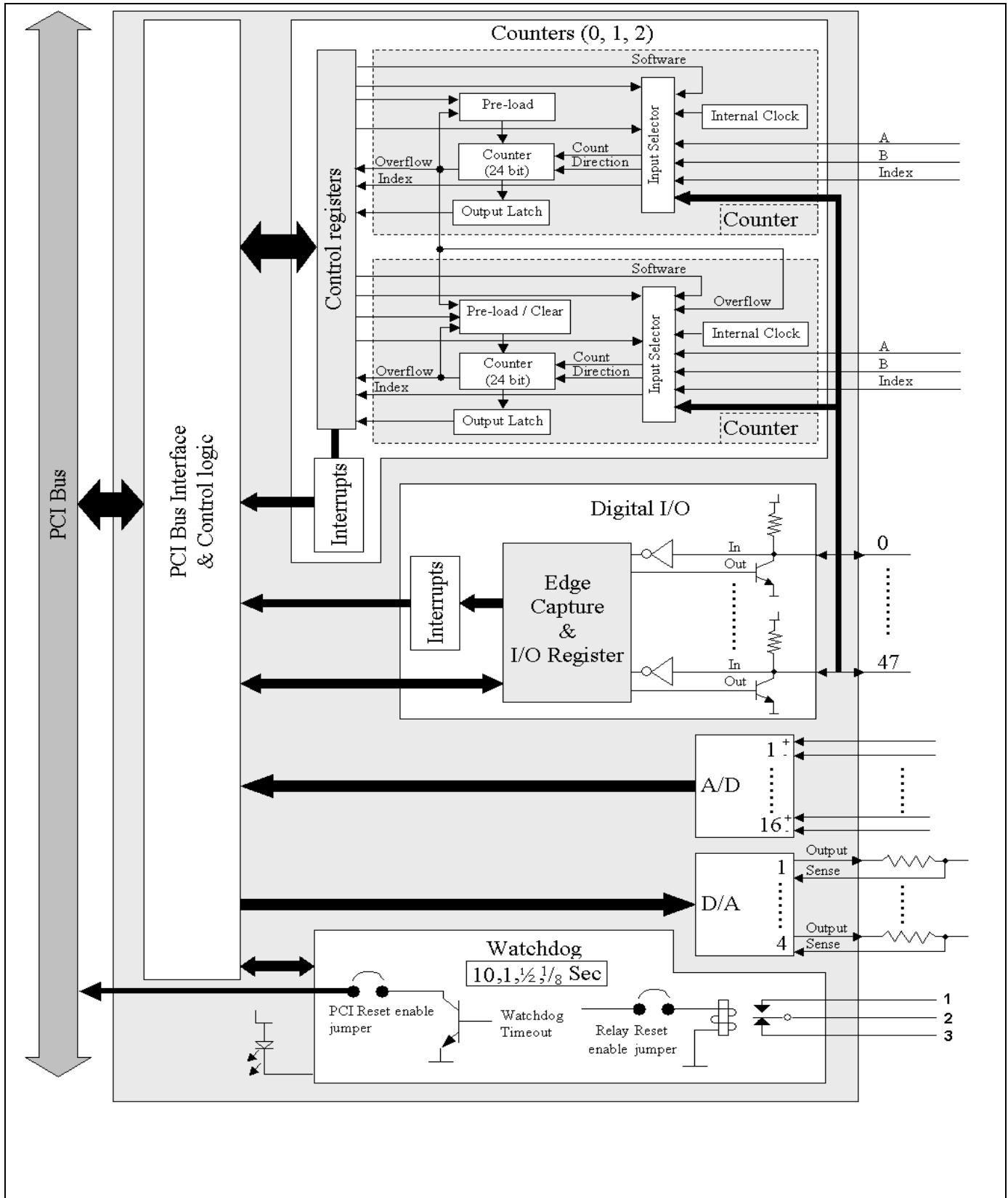


Figure 1 - System Block Diagram

7. Board Layout

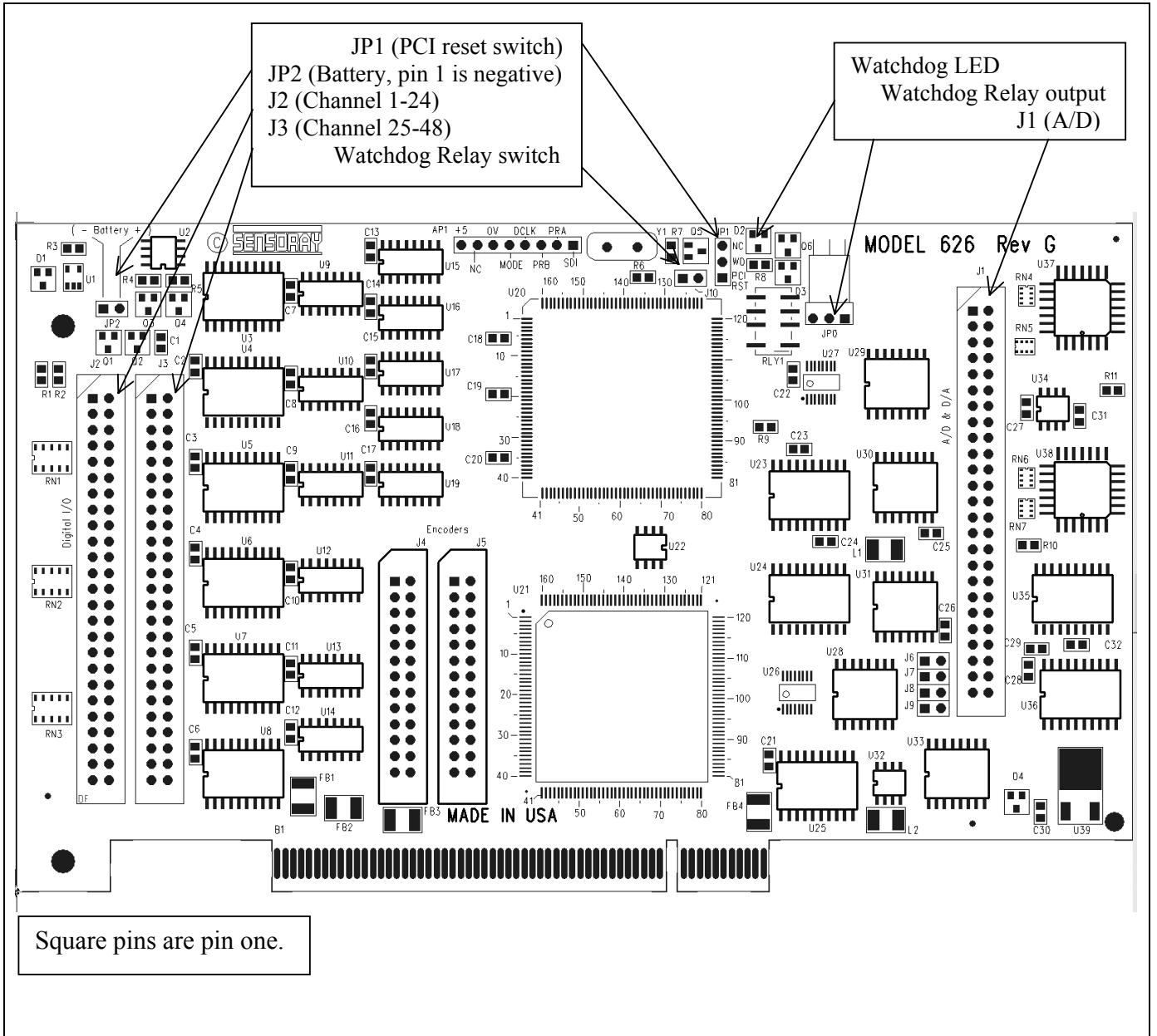


Figure 2 - Board Layout

Apéndice E

Servomotores y Servoamplificadores

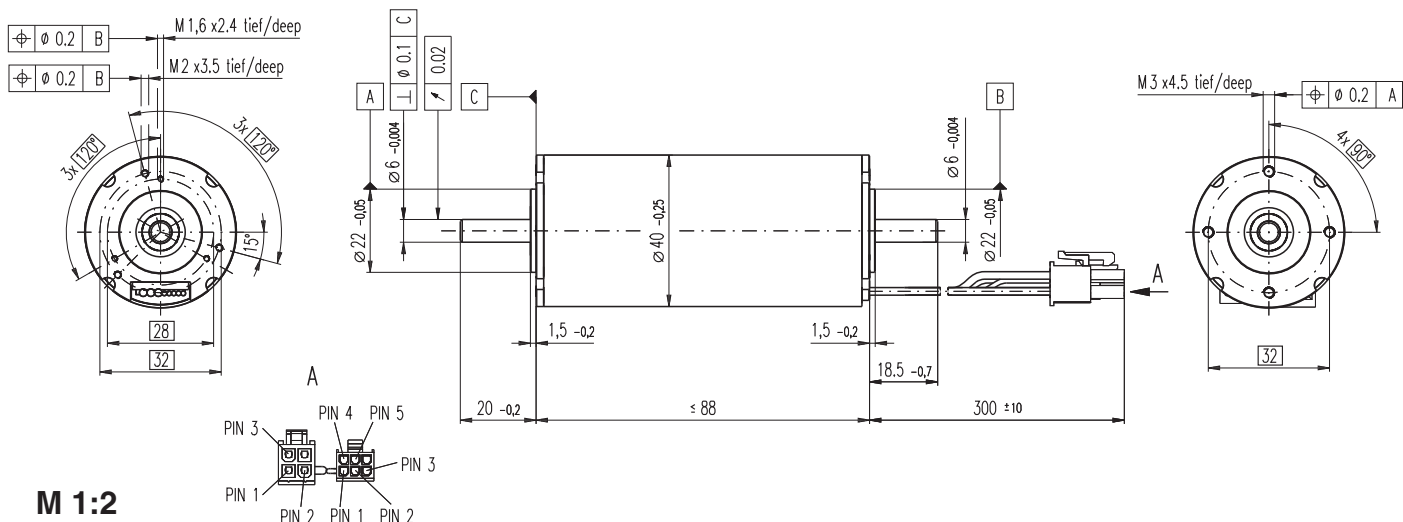
El modelo del servomotor de maxon motor es el 283873, el cual tiene un voltaje nominal de 48 V, una velocidad sin carga de 3610 rpm, corriente sin carga de 71.4 mA, velocidad nominal de 2670 rpm, torque nominal de 212 mNm y corriente nominal de 1.74 A.

El servomotor trae acoplado un encoder modelo HEDL 5540, que se encargará de medir la posición angular de los eslabones actuados. El encoder tiene 3 canales, produce 500 pulsos por vuelta, suministra 5 V y transmite datos de acuerdo al estándar RS 422.

De igual manera se utiliza el servoamplificador modelo DES 50/5 quien tiene dos formas de configuraciones de control: velocidad y par, suministra un voltaje de 12-50 VDC, una corriente máxima de salida de 15 A y 3 canales digitales para los encoders.

A continuación, se muestran las hojas de datos de los dispositivos mencionados.

EC-max 40 Ø40 mm, brushless, 120 Watt



M 1:2

- Stock program
- Standard program
- Special program (on request)

Order Number

283870	283871	283872	283873
--------	--------	--------	--------

Motor Data

Values at nominal voltage		283870	283871	283872	283873
1	Nominal voltage	V	48.0	48.0	48.0
2	No load speed	rpm	10100	7240	4720
3	No load current	mA	348	202	105
4	Nominal speed	rpm	9280	6290	3770
5	Nominal torque (max. continuous torque)	mNm	164	183	203
6	Nominal current (max. continuous current)	A	3.95	3.08	2.19
7	Stall torque	mNm	2090	1490	1050
8	Starting current	A	46.7	23.7	10.9
9	Max. efficiency	%	84	83	82
Characteristics					
10	Terminal resistance phase to phase	Ω	1.03	2.02	4.40
11	Terminal inductance phase to phase	mH	0.204	0.400	0.937
12	Torque constant	mNm / A	44.8	62.8	96.1
13	Speed constant	rpm / V	213	152	99.4
14	Speed / torque gradient	rpm / mNm	4.89	4.90	4.55
15	Mechanical time constant	ms	5.17	5.19	4.81
16	Rotor inertia	gcm ²	101	101	101

Specifications

Thermal data		
17	Thermal resistance housing-ambient	3.45 K / W
18	Thermal resistance winding-housing	0.29 K / W
19	Thermal time constant winding	3.87 s
20	Thermal time constant motor	1140 s
21	Ambient temperature	-20 ... +100°C
22	Max. permissible winding temperature	+155°C
Mechanical data (preloaded ball bearings)		
23	Max. permissible speed	12000 rpm
24	Axial play at axial load < 10 N	0 mm
	> 10 N	0.14 mm
25	Radial play	preloaded
26	Max. axial load (dynamic)	9 N
27	Max. force for press fits (static) (static, shaft supported)	170 N
		5000 N
28	Max. radial loading, 5 mm from flange	80 N

Other specifications

29	Number of pole pairs	1
30	Number of phases	3
31	Weight of motor	650 g

Values listed in the table are nominal.

Connection motor (Cable AWG 20)

red	Motor winding 1	Pin 1
black	Motor winding 2	Pin 2
white	Motor winding 3	Pin 3
	N.C.	Pin 4

Connector Article number

Molex	39-01-2040
-------	------------

Connection sensors (Cable AWG 26)

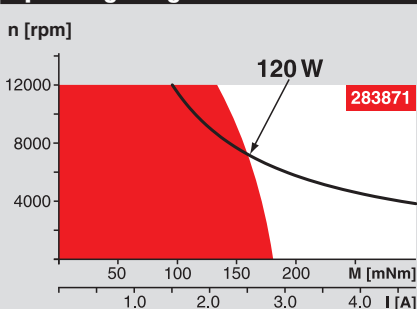
yellow	Hall sensor 1	Pin 1
brown	Hall sensor 2	Pin 2
grey	Hall sensor 3	Pin 3
blue	GND	Pin 4
green	V _{Hall} 4.5 ... 24 VDC	Pin 5
	N.C.	Pin 6

Connector Article number

Molex	430-25-0600
-------	-------------

Wiring diagram for Hall sensors see page 27

Operating Range



Comments

Continuous operation
In observation of above listed thermal resistance (lines 17 and 18) the maximum permissible winding temperature will be reached during continuous operation at 25°C ambient.
= Thermal limit.

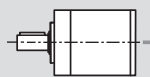
Short term operation
The motor may be briefly overloaded (recurring).

— Assigned power rating

maxon Modular System

Overview on page 16 - 21

1 Planetary Gearhead
Ø52 mm
4 - 30 Nm
Page 244



Encoder MR
256 - 1024 CPT,
3 channels
Page 265

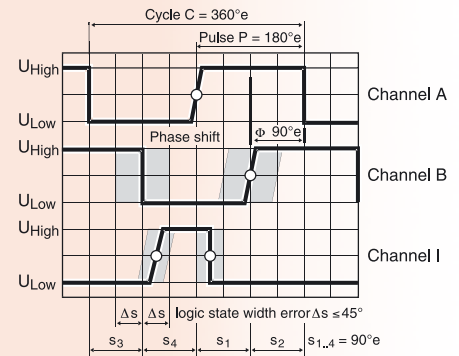
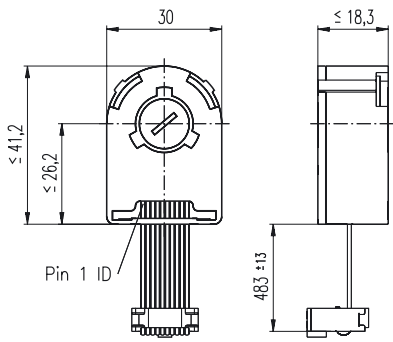
Encoder HEDL 5540
500 CPT,
3 channels
Page 271

Brake AB 28
Ø28 mm
24 VDC, 0.4 Nm
Page 315

Recommended Electronics:

DECS 50/5	Page 288
DEC 50/5	289
DECV 50/5	295
DEC 70/10	295
DES 50/5	296
DES 70/10	296
EPOS2 50/5	303
EPOS 70/10	303
Notes	20

Encoder HEDL 5540, 500 - 1000 CPT, 3 Channels, with Line Driver RS 422



- Stock program
- Standard program
- Special program (on request!)

Order Number

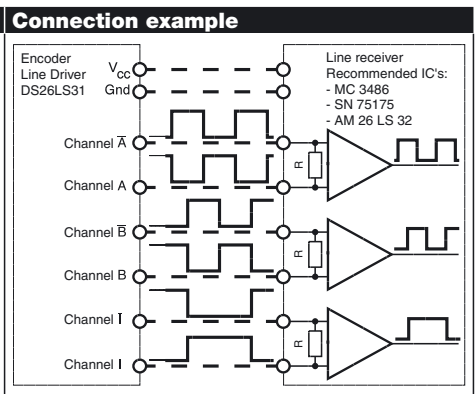
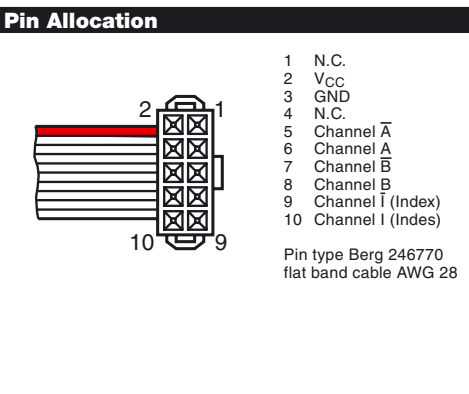
110512	110514	110516
--------	--------	--------

Type	110512	110514	110516
Counts per turn	500	500	500
Number of channels	3	3	3
Max. operating frequency (kHz)	100	100	100
Shaft diameter (mm)	3	4	6

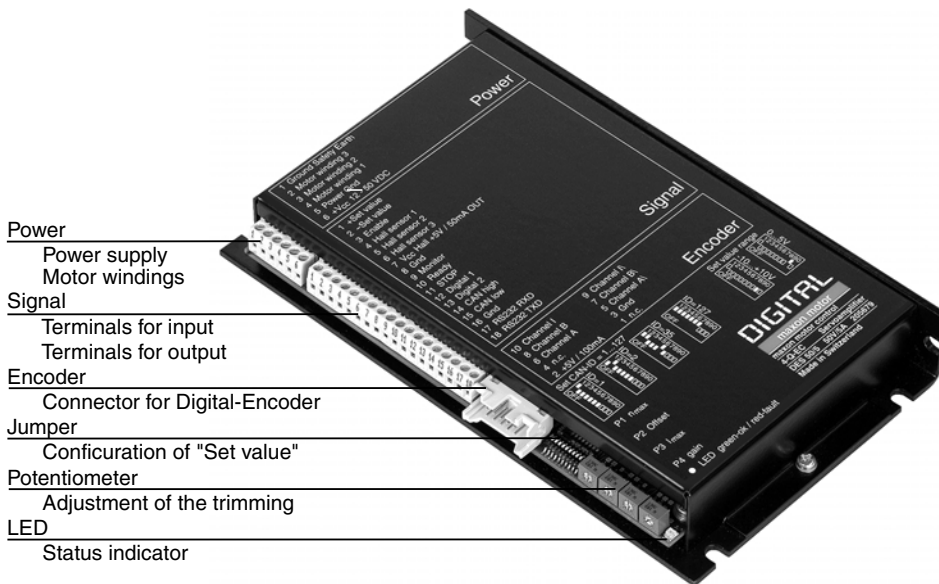


Combination						Overall length [mm] / ● see: + Gearhead
+ Motor	Page	+ Gearhead	Page	+ Brake	Page	
EC-max 30, 40 W	173					62.6
EC-max 30, 40 W	173	GP 32, 1 - 6 Nm	221			●
EC-max 30, 40 W	173			AB 20	278	94.7
EC-max 30, 40 W	173	GP 32, 1 - 6 Nm	221	AB 20	278	●
EC-max 30, 60 W	174					84.6
EC-max 30, 60 W	174	GP 42, 3 - 15 Nm	225			●
EC-max 30, 60 W	174			AB 20	278	116.7
EC-max 30, 60 W	174	GP 42, 3 - 15 Nm	225	AB 20	278	●
EC-power 30	175					67.6
EC-power 30	175	GP 42, 3 - 15 Nm	225			●
EC-power 30	175			AB 20	278	79.1
EC-power 30	175	GP 42, 3 - 15 Nm	225	AB 20	278	●
EC-power 30	176					84.6
EC-power 30	176	GP 42, 3 - 15 Nm	225			●
EC-power 30	176			AB 20	278	96.1
EC-power 30	176	GP 42, 3 - 15 Nm	225	AB 20	278	●
EC-max 40, 70 W	177					81.4
EC-max 40, 70 W	177	GP 42, 3 - 15 Nm	225			●
EC-max 40, 70 W	177			AB 28	281	121.4
EC-max 40, 70 W	177	GP 42, 3 - 15 Nm	225	AB 28	281	●
EC-max 40, 120 W	178					111.4
EC-max 40, 120 W	178	GP 52, 4 - 30 Nm	228			●
EC-max 40, 120 W	178			AB 28	281	151.4
EC-max 40, 120 W	178	GP 52, 4 - 30 Nm	228	AB 28	281	●

Technical Data	
Supply voltage	5 V ± 10 %
Output signal	EIA Standard RS 422
drivers used:	DS26LS31
Phase shift Φ (nominal)	90°e
Logic state width s	min. 45°e
Signal rise time (typical at $C_L = 25$ pF, $R_L = 2.7$ k Ω , 25°C)	180 ns
Signal fall time (typical at $C_L = 25$ pF, $R_L = 2.7$ k Ω , 25°C)	40 ns
Index pulse width (nominal)	90°e
Operating temperature range	0 ... +70°C
Moment of inertia of code wheel	≤ 0.6 gcm ²
Max. angular acceleration	250 000 rad s ⁻²
Output current per channel	min. -20 mA, max. 20 mA
Option	1000 counts per turn, 2 channel



4-Q-EC Servoamplifier DES 50/5



- Power**
 - Power supply
 - Motor windings
- Signal**
 - Terminals for input
 - Terminals for output
- Encoder**
 - Connector for Digital-Encoder
- Jumper**
 - Configuration of "Set value"
- Potentiometer**
 - Adjustment of the trimming
- LED**
 - Status indicator

Advantages

- 4-Q operation
- Excellent price / performance ratio
- Operating modes
- Digital
- Easy start-up procedure
- Protection circuit

Features

Controlled operation with acceleration and braking in both directions

Modern digital servoamplifier with sinusoidal commutation (minimal torque ripple, low noise) for perfect speed controlled operation of brushless EC motors with Hall sensors and Digital Encoder with LineDriver

Digital speed control, digital current control

New generation of Digital Signal Processors (DSP) allow fast digital controllers. Achievable numerical specification of constant and reproducible parameters

Easy connection, suitable for maxon EC motors
Easy trimming with just a few potentiometers or, as an alternative configuration and commanding by serial interface (RS232 or CAN)

Protected against excess current / short circuit on the motor winding and excess voltage

Electrical Data

- Supply voltage V_{CC} (Ripple < 5 %) 12 - 50 VDC
- Max. output voltage 0.9 x V_{CC}
- Max. output current I_{max} 15 A
- Continuous output current I_{cont} 5 A
- Switching frequency 50 kHz
- Max. efficiency 92 %
- Band width current controller 1 kHz
- Max. speed (motor with 2 poles) 25 000 rpm
- Built-in motor choke per phase 160 μ H / 5 A

Inputs

- Set value configurable -10 ... +10 V ($R_i = 80$ k Ω)
0 ... +5 V ($R_i = 50$ k Ω)
- Enable +2.4 ... +50 VDC ($R_i = 22$ k Ω)
- Digital 1 (Switch "Monitor n" / "Monitor l") +2.4 ... +50 VDC ($R_i = 22$ k Ω)
- Digital 2 (Switch speed- / current controller) +2.4 ... +50 VDC ($R_i = 50$ k Ω)
- STOP +2.4 ... +50 VDC ($R_i = 22$ k Ω)
- Encoder signals A, A', B, B', I, I' max. 1 Mhz
3 channel encoder is required
- Hall sensor signals H1, H2, H3

Outputs

- Monitor, configurable by DIP switch 9:
-10 ... +10 VDC ($R_o = 1$ k Ω , $f_g = 900$ Hz)
0 ... +5 VDC ($R_o = 1$ k Ω , $f_g = 900$ Hz)
- Status reading "READY";
Open collector max. 30 VDC ($I_L < 20$ mA)

Voltage output

- Encoder supply voltage +5 VDC, max. 100 mA
- Hall sensors supply voltage +5 VDC, max. 50 mA

Interface

- RS232 RXD; TXD (max. 115 200 Bit / s)
- CAN high; low (max.1 Mbit / s)

Trim potentiometers

- n_{max} ● Offset ● I_{max} ● gain

LED indicator

- 2 colours, LED READY / ERROR
green = READY, red = ERROR

Ambient temperature / humidity range

- Operation -10 ... +45°C
- Storage -40 ... +85°C
- No condensation 20 ... 80 %

Mechanical Data

- Weight approx. 410 g
- Fastening Flange for M4-screws

Connections

- **Power / Signal:** Power 6 poles / Signal 18 poles
Pitch 3.5 mm
Wire cross section AWG 26 - 16
0.14 - 1 mm² multiple-standed wire or
0.14 - 1.5 mm² single wire
- **Connection Encoder**
Plug DIN41651 (10 poles)
for Flat band cable, pitch 1.27 mm with AWG28

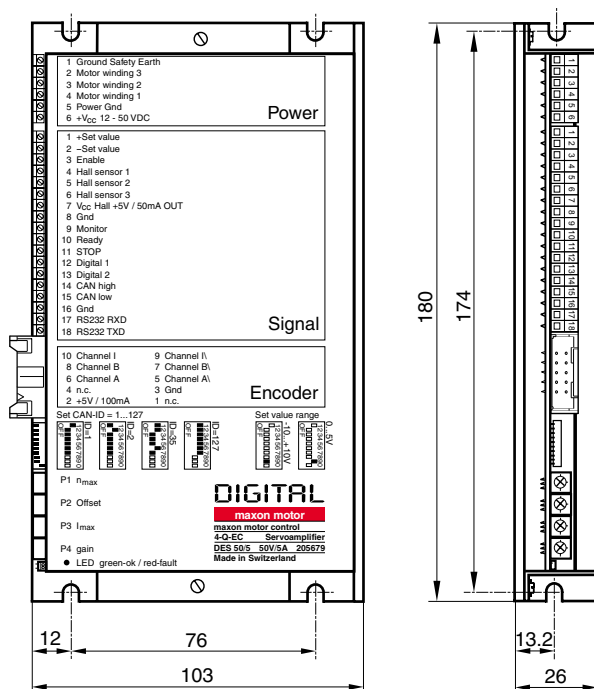
Order Numbers

DES 50/5 digital 4-Q-EC Servoamplifier
205679 in module housing

Accessories

223774 Encoder Adapter still DIN41651
on screw clamps
235811 Brake chopper

Dimensions in [mm]



E.1. Caracterización voltaje-velocidad

Para la caracterización de la relación voltaje-velocidad, se da como referencia una velocidad en *rpm* y se obtiene el voltaje necesario para generar dicha velocidad, mismo que será dictado en el setpoint del servoamplificador, dicho voltaje lo dará la salida de la tarjeta de adquisición de datos. A continuación, en las tablas E.1 y E.2 se muestra la caracterización de los servomotores.

Relación voltaje-velocidad para el servomotor 1	
Voltaje [<i>Volts</i>]	Velocidad [<i>rpm</i>]
1	630
2	1260
3	1890
4	2520

Tabla E.1: Relación voltaje-velocidad para el servomotor 1.

Relación voltaje-velocidad para el servomotor 2	
Voltaje [<i>Volts</i>]	Velocidad [<i>rpm</i>]
1	810
2	1620
3	2430
4	3240

Tabla E.2: Relación voltaje-velocidad para el servomotor 2.

Obteniendo una ganancia de conversión para pasar de *rpm* a *volts* para los servomotores 1 y 2, respectivamente es:

$$G_{vp1} = \frac{1}{630} \quad (\text{E.1.1})$$

$$G_{vp2} = \frac{1}{810} \quad (\text{E.1.2})$$

E.2. Caracterización del servomotor relación voltaje-par

En la figura E.1 se muestra el diagrama esquemático del péndulo simple, constituido por una partícula con masa m suspendida del punto fijo o , por un hilo inextensible de longitud L y de masa despreciable, esto suponiendo un comportamiento ideal, es decir, no hay rozamiento con el aire y que además del peso p y la tensión T no hay otras fuerzas. Al aplicarle una fuerza a la masa, ésta se desplazará un ángulo θ de su posición de equilibrio y entonces comenzará a describir un movimiento armónico simple, así que su periodo y su amplitud serán constantes.

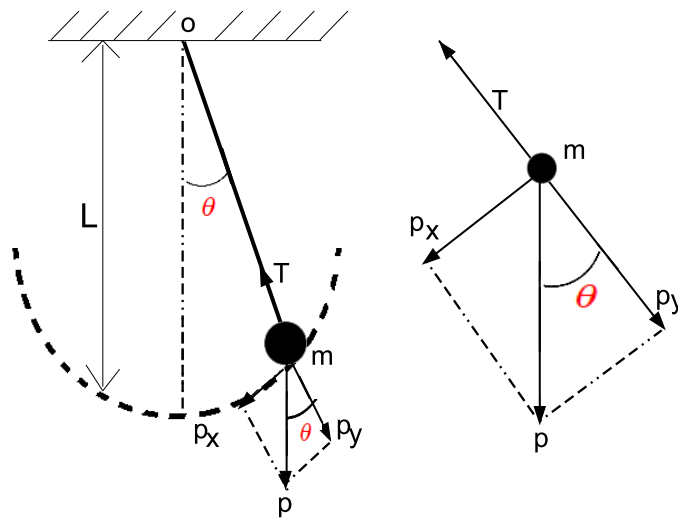


Figura E.1: Péndulo simple.

El peso p es perpendicular a la superficie de la tierra y se descompone en sus dos componentes, p_x tangencial a la trayectoria y p_y en la misma dirección que la tensión. En donde p , p_x y p_y forman un paralelogramo, que resulta en la descomposición vectorial del peso. Recordando que el peso $p = mg$, en donde g es la gravedad. Por trigonometría básica de un triángulo rectángulo se tiene que:

$$p_x = p \sin(\theta) \quad (\text{E.2.1})$$

$$p_y = p \cos(\theta) \quad (\text{E.2.2})$$

Aplicando la segunda Ley de Newton,

$$\sum F = 0 \quad (\text{E.2.3})$$

$$p_y = T p \cos(\theta) = mg \cos(\theta) \quad (\text{E.2.4})$$

La fuerza F con la que se va a desplazar el péndulo o intentará recuperar su posición de equilibrio es:

$$F = -p_x = -mg \sin(\theta) \quad (\text{E.2.5})$$

El análisis del modelo matemático del péndulo simple se hizo con el fin de poder hacer una aproximación de forma experimental, con los eslabones activos L_1 y L_2 del dispositivo háptico. En la figura [E.2](#) se muestra al eslabón L_1 como un péndulo sujeto a la gravedad.

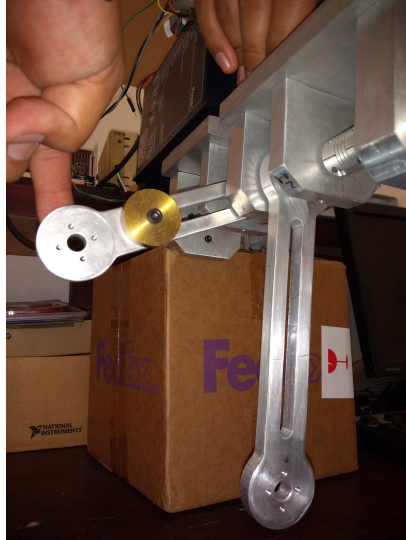


Figura E.2: Eslabón L_1 .

En donde la masa total del péndulo es igual a la masa del eslabón más la masa de la pesa agregada, así para el eslabón L_1 se tiene:

$$m = m_{L_1} + m_p \quad (\text{E.2.6})$$

$$m = 0.12 \text{ kg} + 0.050 \text{ kg} = 0.17 \text{ kg} \quad (\text{E.2.7})$$

y para el eslabón L_2 :

$$m = m_{L_2} + m_p \quad (\text{E.2.8})$$

$$m = 0.10 \text{ kg} + 0.050 \text{ kg} = 0.15 \text{ kg} \quad (\text{E.2.9})$$

Así el peso para el eslabón L_1 es:

$$p_x = (0.17 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) \quad (\text{E.2.10})$$

$$p_x = 1.6677 \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2} = 1.6677 \text{ N} \quad (\text{E.2.11})$$

En la figura E.3 se muestra el eslabón L_2 como un péndulo afectado por la gravedad, así se tiene:



Figura E.3: Eslabón L_2 .

Así el peso para el eslabón L_2 es:

$$p_x = (0.15 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) \quad (\text{E.2.12})$$

$$p_x = 1.4715 \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2} = 1.4715 \text{ N} \quad (\text{E.2.13})$$

Se sabe que el par τ se puede encontrar con la siguiente ecuación:

$$\tau = Fd \quad (\text{E.2.14})$$

en donde $d = x$, d es la posición en la que se encuentra la pesa. Para el eslabón L_1 , $d = 0.10117647 \text{ m}$ y para el eslabón L_2 , $d = 0.07 \text{ m}$.

A continuación, se muestra la relación voltaje-par para el servomotor 1 y 2:

Relación voltaje-par para el servomotor 1			
Voltaje [Volts]	Posición angular θ [rad]	Fuerza F [N]	Par τ [N.m]
0.2	0.2073	0.343243	0.034728
0.4	0.4712	0.757062	0.076596
0.6	0.7854	1.179244	0.119311
0.8	1.1498	1.522080	0.153998

Tabla E.3: Relación voltaje-par para el servomotor 1.

Relación voltaje-par para el servomotor 2			
Voltaje [Volts]	Posición angular θ [rad]	Fuerza F [N]	Par τ [N.m]
0.15	0.2639	0.383837	0.026868
0.30	0.5749	0.800129	0.056009
0.45	0.9362	1.185015	0.082951

Tabla E.4: Relación voltaje-par para el servomotor 2.

De la relación voltaje-par podemos notar que hay una ganancia de conversión para que dado un valor de par deseado podamos obtener un voltaje, mismo que será el setpoint, el cual será enviado al servoamplificador y se pueda asegurar una posición angular para los eslabones L_1 y L_2 . De las tablas anteriores se puede obtener la ganancia para los motores 1 y 2, respectivamente.

Para el servomotor 1 tenemos:

$$G_{m1} = \frac{0.2}{0.034728} \quad (\text{E.2.15})$$

y para el servomotor 2:

$$G_{m2} = \frac{0.15}{0.026868} \quad (\text{E.2.16})$$

Apéndice F

Programas de Simulink: Simulación y Experimentos

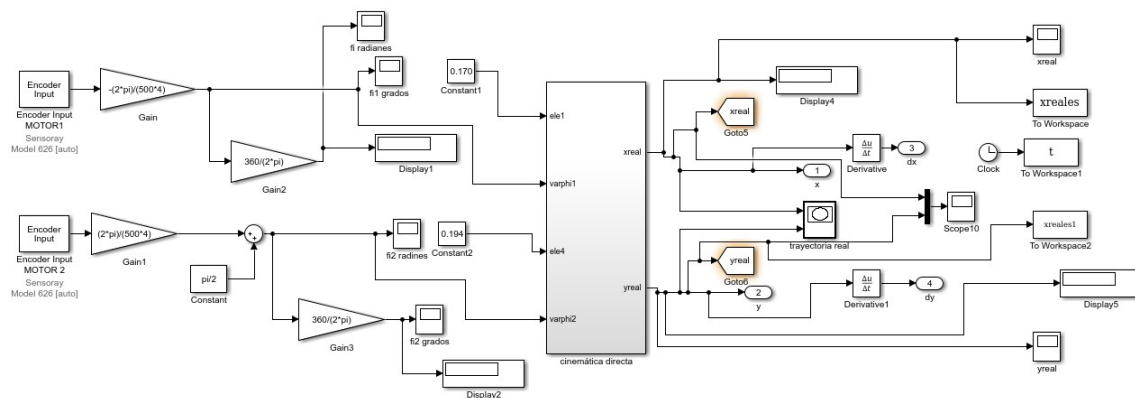


Figura F.1: Diagrama de bloques en simulink para validar la cinemática directa.

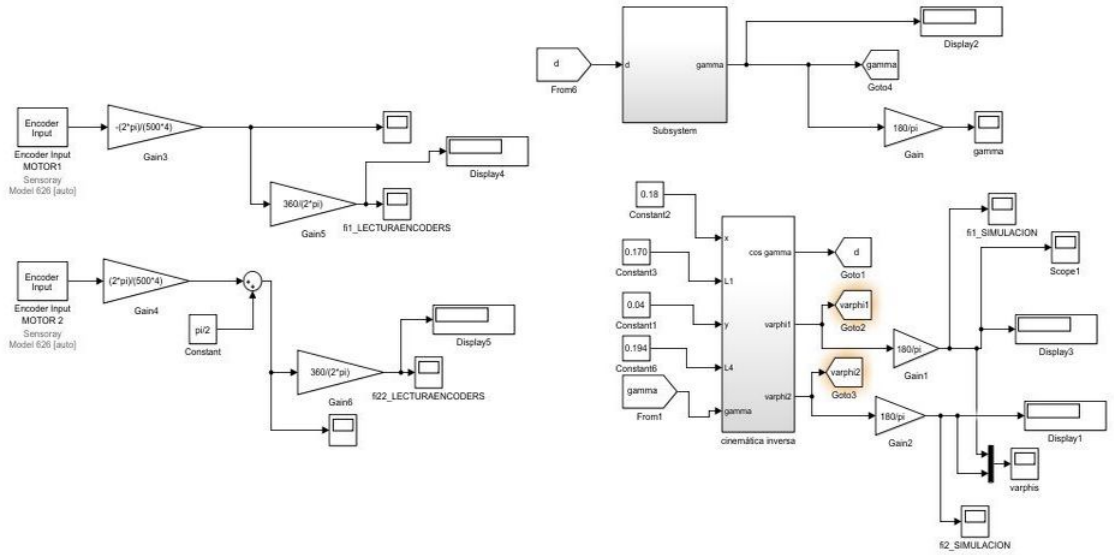


Figura F.2: Diagrama de bloques en simulink para validar la cinemática inversa.

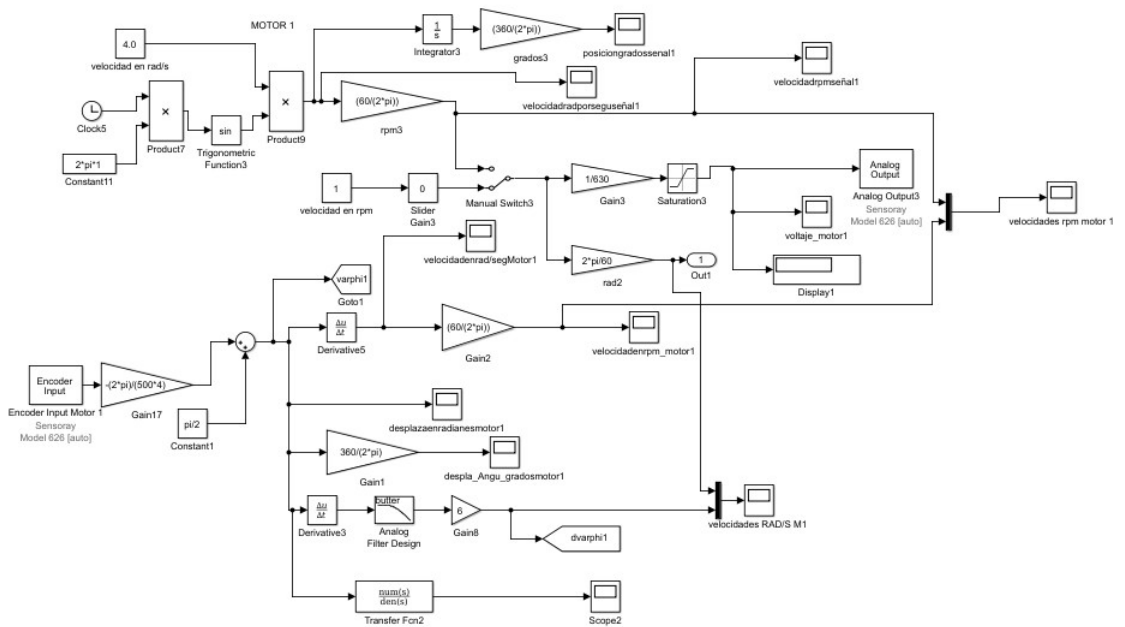


Figura F.3: Cinemática diferencial: Bloques en simulink para la lectura del encoder del servomotor 1.

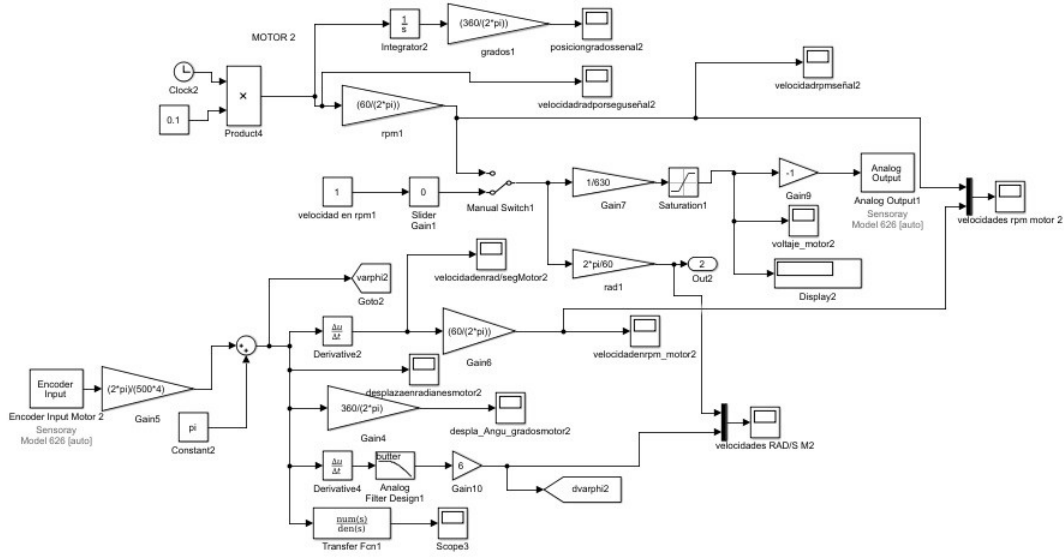


Figura F.4: Cinemática diferencial: Bloques en simulink para la lectura del encoder del servomotor 2.

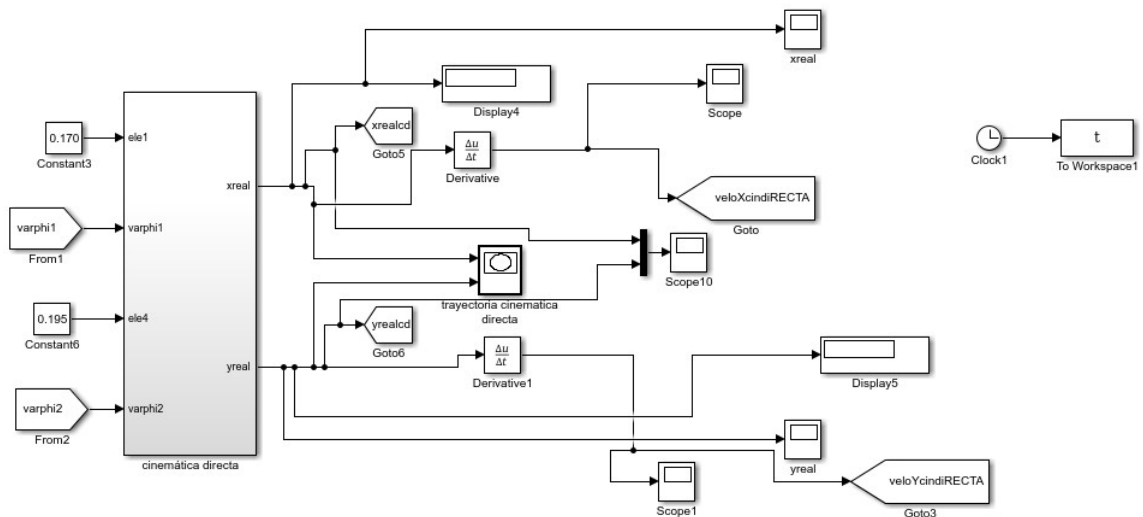


Figura F.5: Cinemática diferencial: Cinemática directa

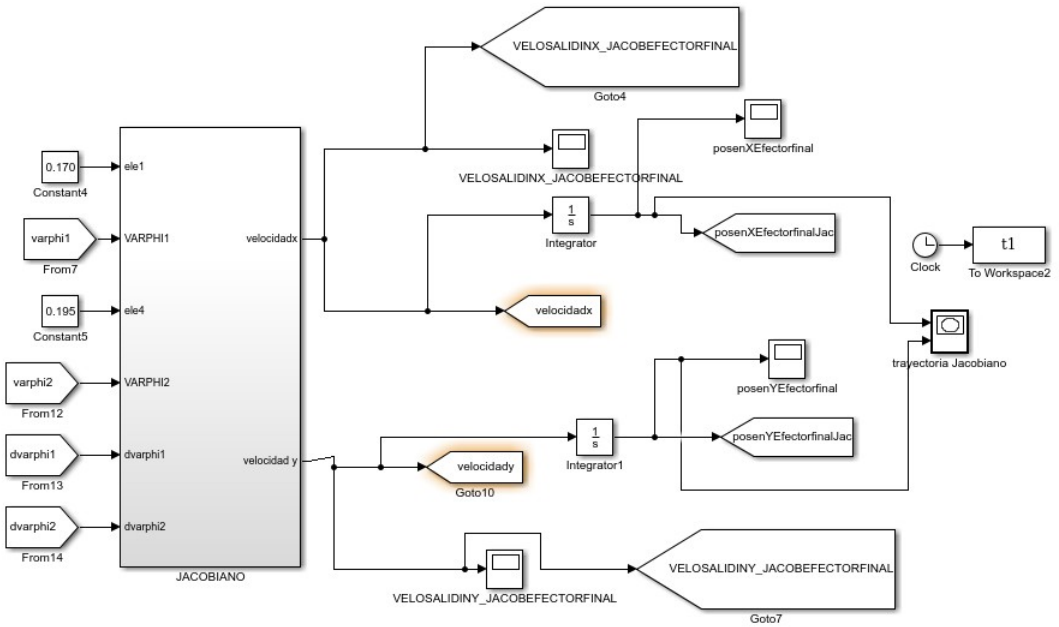


Figura F.6: Cinemática diferencial: Jacobiano

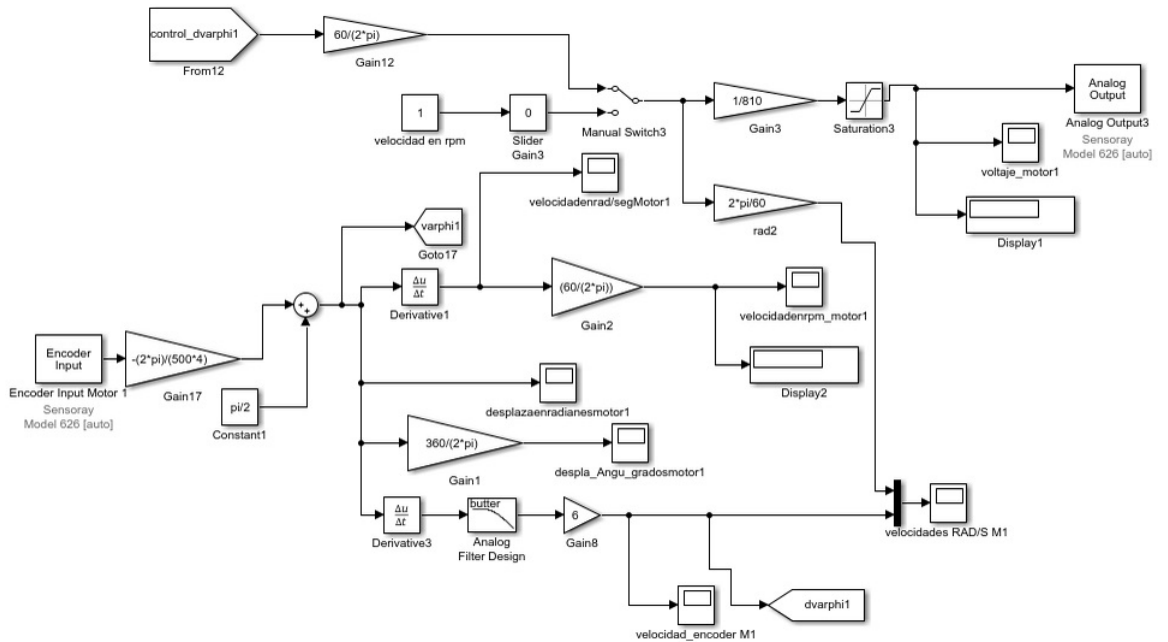


Figura F.7: Control cinemático: Servomotor 1

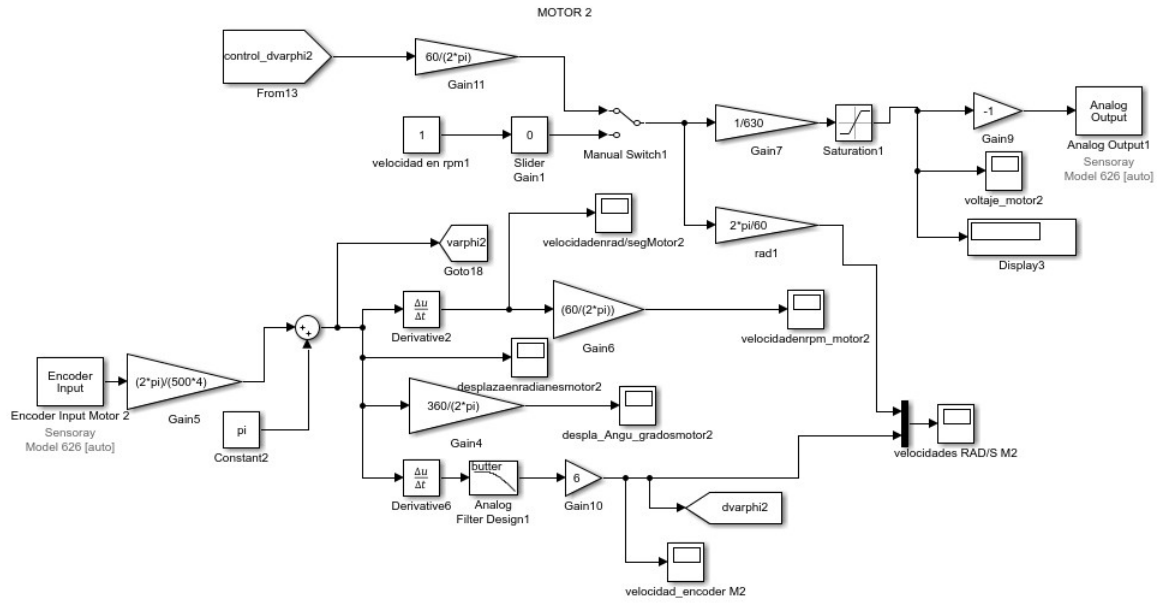


Figura F.8: Control cinemático: Servomotor 2

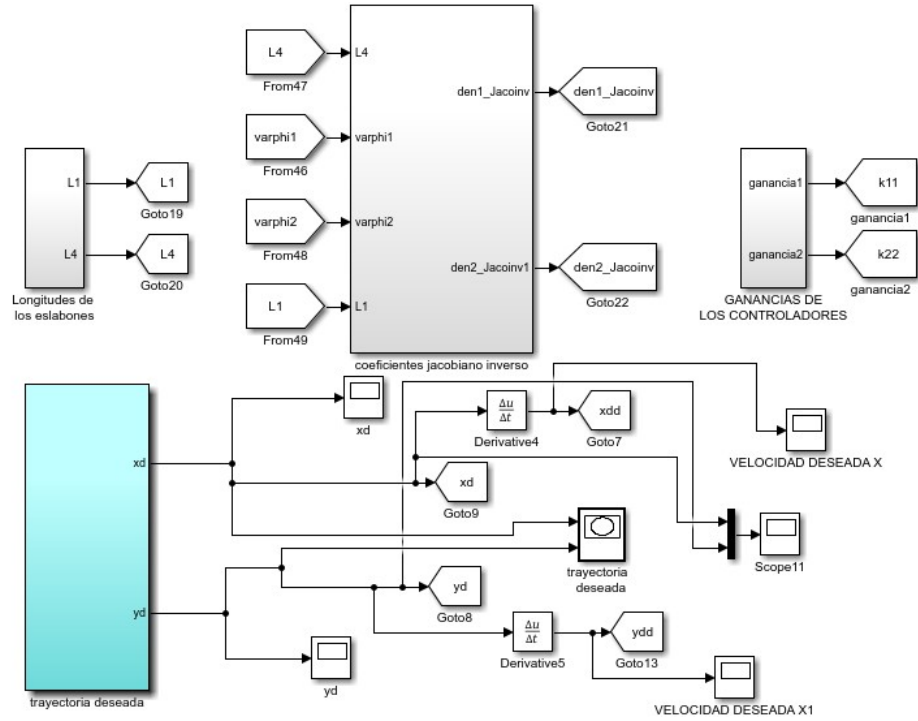


Figura F.9: Control cinemático: Trayectoria deseada, Jacobiano y ganancias del control proporcional.

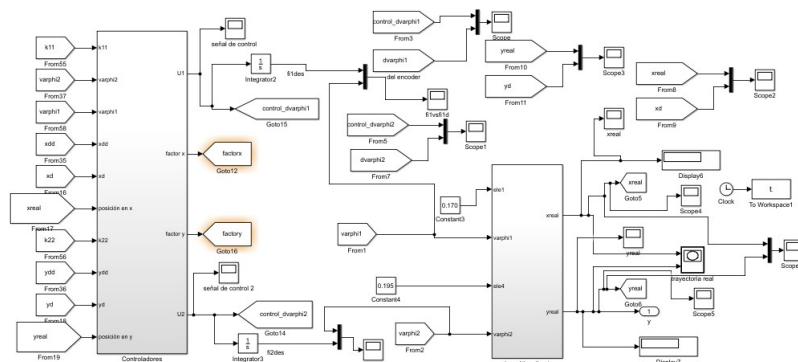


Figura F.10: Control cinemático: Controladores y cinemática directa.

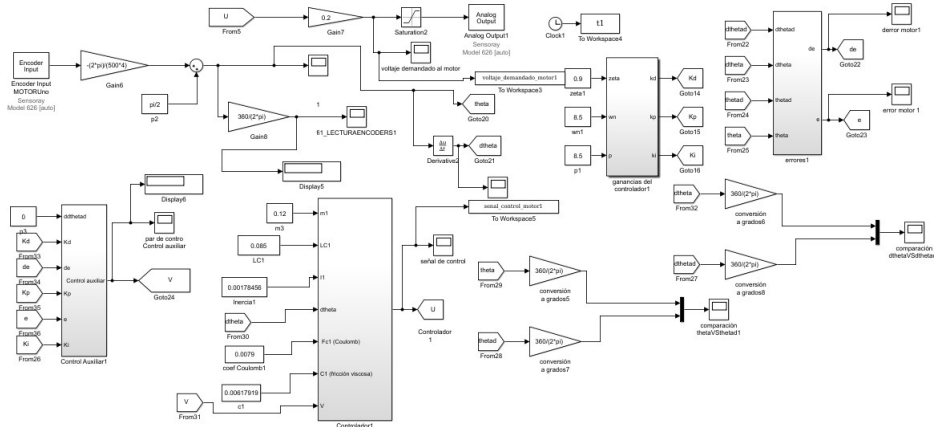


Figura F.11: Dinámica: Motor 1 y controlador 1.

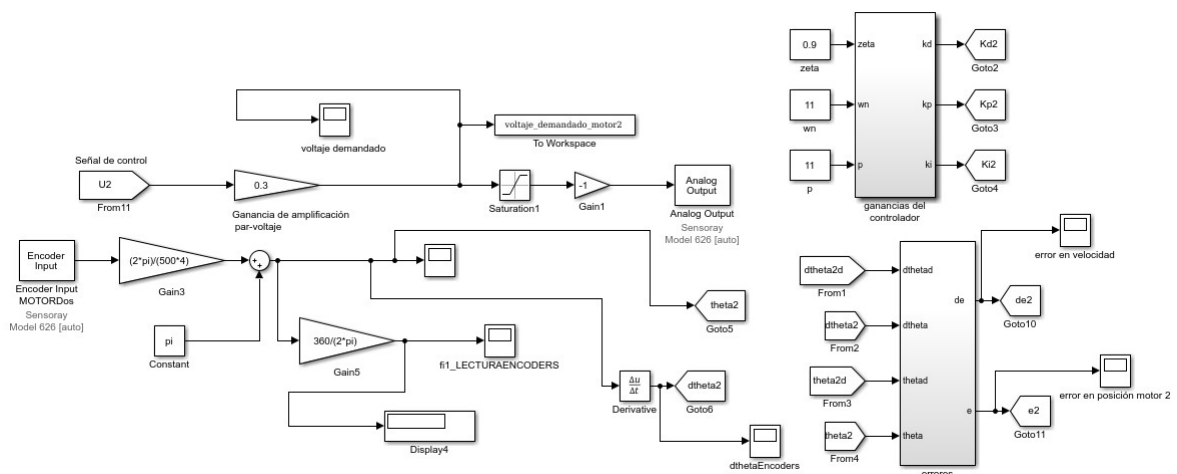


Figura F.12: Dinámica: Motor 2, ganancias del controlador y errores

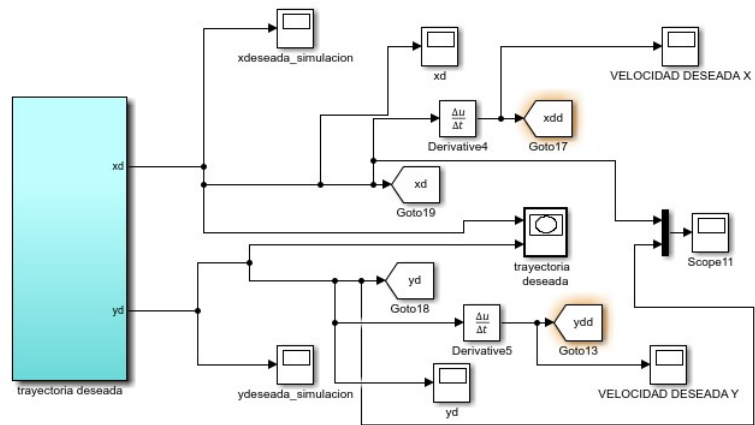


Figura F.13: Dinámica: Trayectoria deseada

Apéndice G

Publicaciones y reconocimientos



Universidad del Papaloapan

Campus Loma Bonita

Instituto de Agroingeniería

El instituto de Agroingeniería tiene a bien entregar el presente reconocimiento a

Ing. María de Jesús Armas Patricio

Por participación en el seminario institucional con la plática Construcción y validación de un dispositivo háptico de dos grados de libertad con dinámica desacoplada, realizada el laboratorio de Mecatrónica, en las instalaciones de esta universidad, el día 31 de enero del 2019.

ATENTAMENTE

Dr. Hiram N. García Lozano

Director del Instituto de Agroingeniería



Construcción de un dispositivo háptico de dos grados de libertad basado en un mecanismo paralelogramo con dinámica desacoplada

María de Jesús Armas Patricio¹, Esteban Chávez Conde² y José Aníbal Arias Aguilar³

¹División de estudios de Posgrado, Universidad Tecnológica de la Mixteca, Huajuapán de León, Oaxaca. México

²Depto de Mecatrónica, Universidad del Papaloapan, Loma Bonita, Oaxaca. México

³División de estudios de Posgrado, Universidad Tecnológica de la Mixteca, Huajuapán de León, Oaxaca. México

¹armas.patricio.ma.de.jesus@gmail.com, ²chavez.conde@gmail.com y ³anibal@mixteco.utm.mx

Abstract—En este artículo se aborda la construcción y validación de un dispositivo háptico de dos grados de libertad, basado en un mecanismo paralelogramo con dinámica desacoplada. Las validaciones que se realizan al dispositivo háptico son cinemática directa e inversa y cinemática diferencial, de igual forma se implementa un control cinemático y un controlador por par calculado en el espacio articular para el seguimiento de una trayectoria circular. También se realizó un ambiente virtual en MATLAB/Simulink, compuesto de una esfera que representa el punto de interfaz háptico o el efector final del dispositivo háptico. Finalmente se realizó la comunicación del dispositivo háptico con el ambiente virtual.

Palabras clave: Háptica, manipulador planar, mecanismo paralelogramo, desacoplamiento dinámico, cinemática directa e inversa y diferencial, control cinemático, control por par calculado, ambiente virtual.

I. INTRODUCCIÓN

El manipulador paralelogramo ha sido estudiado por diversos investigadores debido a la ventaja de desacoplamiento dinámico que ofrece [1]. Dicho mecanismo paralelogramo también ha sido considerado por Cruz, *et al.* [2], en donde realizan una optimización del espacio de trabajo de un robot 3R con mecanismo paralelogramo de 5 barras usando un algoritmo metehurístico, como también, ha sido usado en dispositivos hápticos [3]. Mediante el diseño mecánico se puede cumplir una condición de desacople, que contribuye en un modelo dinámico simplificado para el diseño de controladores de movimiento. En este artículo se presenta la construcción y validación de un prototipo experimental de dos grados de libertad con dinámica desacoplada, basado en un mecanismo paralelogramo. La plataforma experimental del dispositivo háptico, está compuesta principalmente de un mecanismo paralelogramo, dos servomotores, dos servoamplificadores y una tarjeta de adquisición de datos. Cada servomotor tiene integrado un codificador incremental, los cuales se emplean para obtener los datos de la posición angular de los eslabones actuados. Cada servoamplificador tiene dos formas de configuraciones de control: velocidad y par. Las validaciones que se realizan al dispositivo háptico son cinemática directa e inversa y cinemática diferencial, de igual forma se implementa un control cinemático y un controlador por par calculado en el espacio articular para el seguimiento

de trayectorias. La organización del trabajo es la siguiente: En la sección 2 se presenta un modelado de sólidos del robot paralelogramo tipo robot manipulador. En la sección 3 se presentan los modelos matemáticos del robot manipulador, considerando el desacoplamiento de las ecuaciones dinámicas. El desarrollo de los controladores cinemáticos y dinámicos se muestra en la sección 4. En la sección 5 se encuentra la validación experimental mostrando el desempeño satisfactorio de las validaciones y de los esquemas de control propuestos.

II. MODELADO DE SÓLIDOS

Se utilizó el programa de SolidworksTM para el modelado de sólidos del robot paralelogramo de 2GDL. Se consideró una restricción a cumplir, mediante el diseño geométrico de dos pesas para cambiar el centro de masa de los eslabones, para lograr el desacoplamiento dinámico del mecanismo. Se realizaron los cálculos necesarios, cotejando las propiedades físicas dadas por el programa de sólidos empleado, además de obtener de manera experimental las masas de los eslabones y finalmente se utilizó el teorema de los ejes paralelos, para lograr el cumplimiento de la restricción. Se desarrollaron los modelos de sólidos de cada una de las piezas, los dibujos técnicos en 2D y el ensamblado de cada una de las partes del robot paralelogramo. En la figura (1) se muestra el modelado de sólidos del robot paralelogramo y en la figura (2) se indican cada una de sus partes.

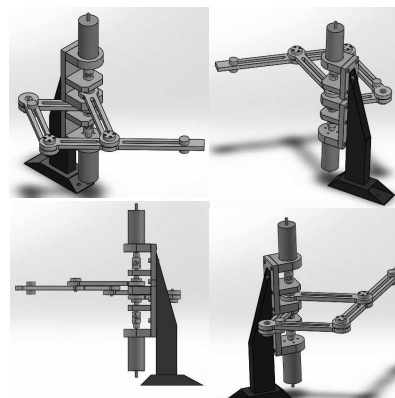


Figure 1. Diseño digitalizado del robot paralelogramo.

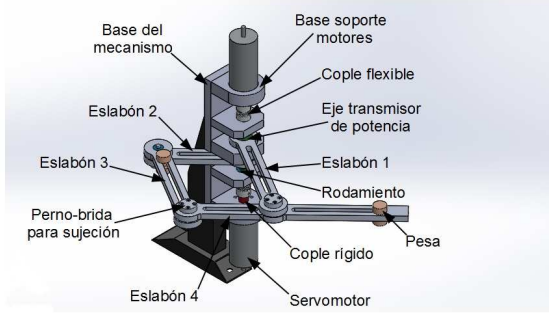


Figure 2. Partes principales del mecanismo.

III. MODELOS MATEMÁTICOS

Considere el manipulador que se muestra en la figura (3), mostraremos que, si los parámetros del manipulador satisfacen una relación simple, entonces las ecuaciones del manipulador están desacopladas, de modo que al tener dinámica desacoplada hace que cada ecuación de la dinámica sea independiente, por lo que los ángulos ϕ_1 y ϕ_2 de estos dos eslabones motrices se pueden ajustar de manera independiente. El mecanismo paralelogramo está sobre el plano XY.

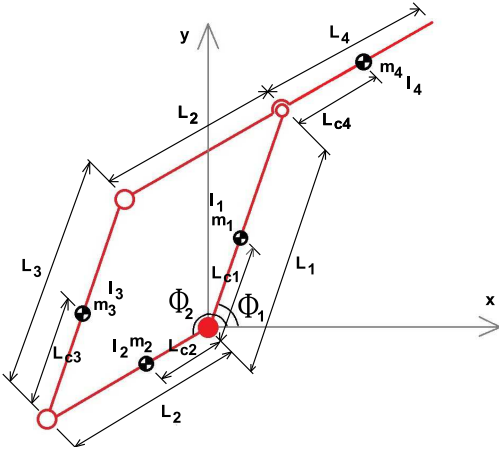


Figure 3. Esquemático del mecanismo paralelogramo.

A. Cinemática

La cinemática directa del robot paralelogramo está dada por,

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 \cos(\phi_1) - L_4 \cos(\phi_2) \\ L_1 \sin(\phi_1) - L_4 \sin(\phi_2) \end{bmatrix} \quad (1)$$

El problema de la cinemática inversa puede ser calculado como,

$$\phi_1 = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{L_4 \sin(\beta)}{L_1 + L_4 \cos(\beta)}\right) \quad (2)$$

$$\phi_2 = \phi_1 + (\beta + \pi) \quad (3)$$

donde:

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{-\sqrt{1 - \cos(\beta)^2}}{\cos(\beta)}\right) \quad (4)$$

$$\cos(\beta) = \frac{x^2 + y^2 - L_1^2 - L_4^2}{2L_1L_4} \quad (5)$$

Donde $L_1, L_2, L_3, L_2 + L_4$ son las longitudes de los eslabones 1, 2, 3 y 4, respectivamente; L_{c1}, L_{c2}, L_{c3} y L_{c4} son las localizaciones de los centros de masa de cada eslabón; ϕ_1 y ϕ_2 son las posiciones angulares de los eslabones actuados 1 y 2, respectivamente.

De la misma forma la cinemática diferencial puede ser calculada como,

$$\dot{x} = J(q)\dot{q} \quad (6)$$

$$\mathbf{x} = [x \ y]^T, \quad \dot{\mathbf{x}} = [\dot{x} \ \dot{y}]^T, \quad q = [\phi_1 \ \phi_2]^T, \quad \dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}_2 \end{bmatrix}^T$$

, y la matriz Jacobiana está dada por,

$$J = \begin{bmatrix} -L_1 \sin(\phi_1) & L_4 \sin(\phi_2) \\ L_1 \cos(\phi_1) & -L_4 \cos(\phi_2) \end{bmatrix} \quad (7)$$

B. Dinámica

Las ecuaciones dinámicas del robot paralelogramo de 2GDL pueden ser encontradas en [4] y [5] y quedan descritas como,

$$a_{11}\ddot{\phi}_1 + a_{12}\ddot{\phi}_2 + c_{11}\dot{\phi}_2 + b_1(\phi_1) = \tau_1 \quad (8)$$

$$a_{21}\ddot{\phi}_1 + a_{22}\ddot{\phi}_2 + c_{22}\dot{\phi}_1 + b_2(\phi_2) = \tau_2 \quad (9)$$

Con

$$a_{11} = (m_1 L_{c1}^2 + I_1 + m_3 L_{c3}^2 + I_3 + m_4 L_1^2)$$

$$a_{12} = a_{21} = (m_3 L_{c3} L_2 - m_4 L_1 L_{c4}) \cos(\phi_1 - \phi_2)$$

$$a_{22} = (m_2 L_{c2}^2 + I_2 + m_3 L_2^2 + m_4 L_{c4}^2 + I_4)$$

$$c_{11} = (m_3 L_{c3} L_2 - m_4 L_1 L_{c4}) \sin(\phi_1 - \phi_2)$$

$$c_{22} = -(m_3 L_{c3} L_2 - m_4 L_1 L_{c4}) \sin(\phi_1 - \phi_2)$$

$$b_1(\phi_1) = c_{e1}\dot{\phi}_1 + f_{c1} \text{sign}(\dot{\phi}_1)$$

$$b_2(\phi_2) = c_{e2}\dot{\phi}_2 + f_{c2} \text{sign}(\dot{\phi}_2)$$

donde “sgn” denota la función signum, $m_1, m_2, m_3, m_4, I_1, I_2, I_3, I_4$, representan las masas y los momentos de inercia de los eslabones 1, 2, 3 y 4; c_{ei} y f_{ei} , $i = 1, 2$, son las constantes de fricción viscosa y fricción de Coulomb, respectivamente, que representan la fricción equivalente debido a los rodamientos de las uniones de los eslabones y de los ejes transmisores de potencia; τ_1 y τ_2 son los pares de entrada al sistema, ϕ_1 y ϕ_2 , son las posiciones angulares de los servomotores 1 y 2.

De las ecuaciones (8) y (9) se observa que para que ocurra el desacople del mecanismo paralelogramo, se tendría que cumplir la siguiente condición,

$$(m_3 L_{c3} L_2 - m_4 L_1 L_{c4}) = 0 \quad (10)$$

Para poder realizar el desacople del dispositivo háptico y calcular el momento de inercia de cada eslabón se recurrió al teorema de los ejes paralelos [6], ya que éste permite determinar el momento de inercia de un objeto compuesto cuando se conocen los momentos de inercia de sus partes. Si esta condición es satisfecha, la dinámica puede ser simplificada y es dada por un conjunto de ecuaciones desacopladas sin términos centrífugos, de la siguiente forma,

$$a_{11} \ddot{\phi}_1 + b_1(\dot{\phi}_1) = \tau_1 \quad (11)$$

$$a_{22} \ddot{\phi}_2 + b_2(\dot{\phi}_2) = \tau_2 \quad (12)$$

IV. CONTROL DE MOVIMIENTO

A. Control cinemático

Considere el caso general de la cinemática diferencial de velocidad de un robot manipulador, dada por la ecuación (7):

$$\dot{x} = J(q)\dot{q} \quad (13)$$

Se desea realizar seguimiento de trayectoria en el espacio cartesiano y se considera como entrada de control de velocidad a ,

$$\dot{q} = U \quad (14)$$

El controlador propuesto, es un control proporcional basado en la cinemática diferencial de velocidad del robot,

$$U = J^{-1} [\dot{x}_d - k(x - x_d)], \quad (15)$$

donde $U = [u_1 \ u_2 \dots u_n]^T$, J^{-1} es la inversa de la matriz Jacobiana, x_d y \dot{x}_d son los vectores de posición y velocidad deseados $x_d = [x_d \ y_d]^T$ y $k = \text{diag}[k_{11} \ k_{22} \dots k_{nn}]$ es la matriz de ganancias del controlador.

La ecuación (15) expresada en forma escalar, tiene dos controladores, u_1 y u_2 dados por,

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = J^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x}_d - k_{11}(x - x_d) \\ \dot{y}_d - k_{22}(y - y_d) \end{bmatrix} \quad (16)$$

B. Control dinámico

Considere las ecuaciones (11) y (12) del modelo dinámico del robot paralelogramo, que se encuentra en función de las variables ϕ_1 y ϕ_2 . Se propusieron dos controladores por par calculado [7] para el seguimiento de una trayectoria circular y Caracol de Pascal del tipo PID, uno por cada eslabón activo, en donde la entrada de control es el par τ_1 y τ_2 de los servomotores 1 y 2, respectivamente.

La forma del controlador es la siguiente,

$$u = D(q)\Theta + F(\dot{q}) \quad (17)$$

siendo Θ la entrada de control auxiliar,

$$\Theta = \ddot{q}_d - k_D \dot{\Delta q} - k_P \Delta q - k_I \int \Delta q, \quad (18)$$

donde $\Delta q = q - q_d$ y q_d hasta su segunda derivada en el tiempo, son los valores deseados de posición, velocidad y aceleración angular.

De tal forma que se tienen dos controladores:

$$u_1 = D(q) \times [\ddot{q}_1^* - o - p - q] + F(\dot{q}) \quad (19)$$

$$u_2 = D(q) \times [\ddot{q}_2^* - r - s - t] + F(\dot{q}) \quad (20)$$

En donde,

$$o = k_{D12}(\dot{q}_1 - \dot{q}_1^*)$$

$$p = k_{P11}(q_1 - q_1^*)$$

$$q = k_{I10} \int (q_1 - q_1^*)$$

$$r = k_{D22}(\dot{q}_2 - \dot{q}_2^*)$$

$$s = k_{P21}(q_2 - q_2^*)$$

$$t = k_{I20} \int (q_2 - q_2^*)$$

donde q_1^* , q_2^* hasta sus segundas derivadas en el tiempo, son los valores deseados de posición, velocidad y aceleración angular.

V. RESULTADOS DE EXPERIMENTACIÓN

Los resultados de simulación numérica y experimental fueron obtenidos con el software de MATLAB/SimulinkTM, usando el método numérico Runge-Kutta, con un paso fijo de integración de 1 ms. Los valores de los parámetros utilizados en la simulación y experimentación se muestran en la tabla I

Tabla I
PARÁMETROS DINÁMICOS DEL DISPOSITIVO HÁPTICO.

Parámetros dinámicos del dispositivo háptico de 2GDL	
Masa de los eslabones [kg]	Longitud de los eslabones [m]
$m_1 = 0.12$	$L_1 = 0.17$
$m_2 = 0.10$	$L_2 = 0.12$
$m_3 = 0.12$	$L_3 = 0.17$
$m_4 = 0.18$	$L_4 = 0.19$
Distancias al centro de masa [m]	Momentos de inercia de masa [kg.m ²]
$L_{c1} = 0.085$	$I_1 = 0.0013$
$L_{c2} = 0.06$	$I_2 = 0.0002$
$L_{c3} = 0.079422$	$I_3 = 4.559273 \times 10^{-5}$
$L_{c4} = 0.04201428$	$I_4 = 6.061709 \times 10^{-4}$
Fricción viscosa [N.m - s/rad]	Fricción seca o de Coulomb [N.m ² /C ²]
$c_{L1} = 0.003$	$f_{L1} = 0.0071$
$c_{L2} = 0.0014$	$f_{L2} = 0.0016$
$c_{L1} = 0.003$	$f_{L1} = 0.0071$
$c_{L2} = 0.0014$	$f_{L2} = 0.0016$

En la figura (4) se muestran las principales partes de la plataforma experimental.

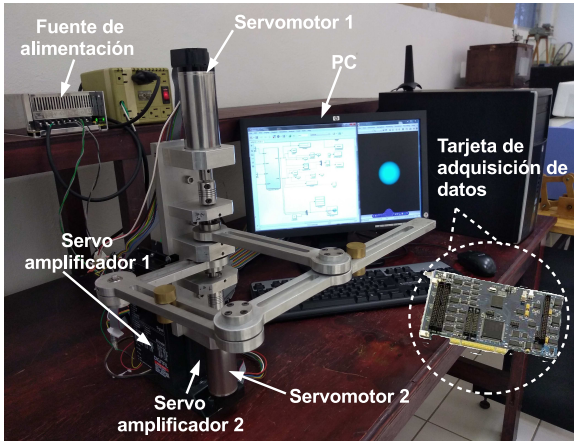


Figure 4. Plataforma experimental: Robot paralelogramo, PC y tarjeta de adquisición de datos .

Cinemática directa

Para la validación de la cinemática directa solo necesitamos como entrada los valores de los desplazamientos angulares de los motores 1 (ϕ_1) y 2 (ϕ_2), estos desplazamientos serán leídos por los encoders de cada servomotor, respectivamente y como salida obtendremos la posición del efector final en x e y .

Como se observa en las figuras (5) y (6) los desplazamientos angulares $\phi_1 = 144^\circ$ y $\phi_2 = 210.2^\circ$ corresponden físicamente con los desplazamientos angulares de los eslabones L_1 y L_2 , así como la posición del efector final, el cual es el punto $p(0.03, 0.20)$ m.

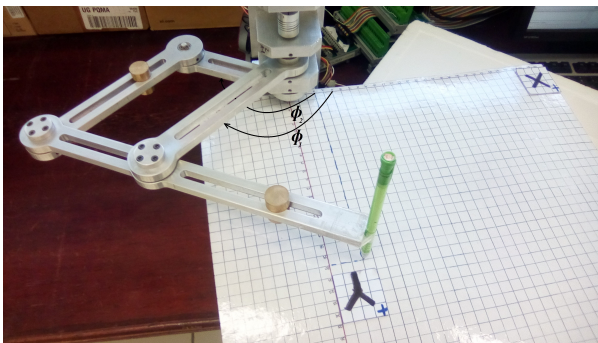


Figure 5. Resultados experimentales: Desplazamientos angulares de los eslabones L_1 y L_2 .

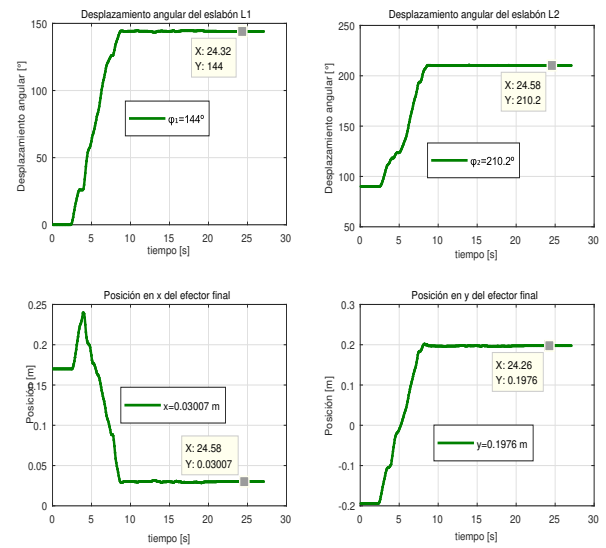


Figure 6. Resultados experimentales: desplazamiento angular de los eslabones L_1 y L_2 ; y la posición del efector final en el punto $p(0.03, 0.20)$ m.

Cinemática inversa

La cinemática inversa tendrá como entrada la posición del efector final en el punto $p(x, y)$ y como salida se obtendrán las posiciones articulares ϕ_1 y ϕ_2 de los eslabones L_1 y L_2 , respectivamente.

Como se observa en la figura (7) el mecanismo paralelogramo parte de la posición $p(0.03, 0.20)$ m.

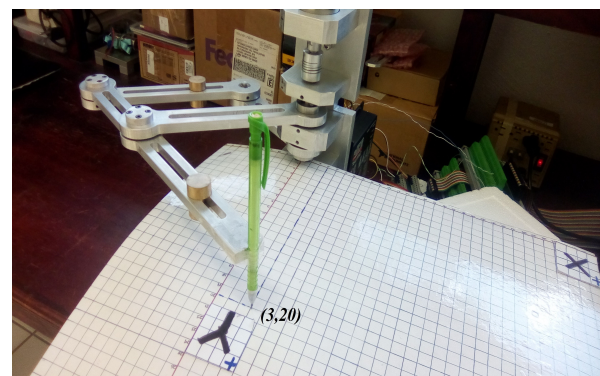


Figure 7. Resultados experimentales: Posición del efector final en el punto $p(0.03, 0.20)$ m.

En la figura (8) se muestran como salida los desplazamientos angulares de los eslabones L_1 y L_2 , medido por los encoders y por otro lado obtenidos mediante la cinemática inversa.

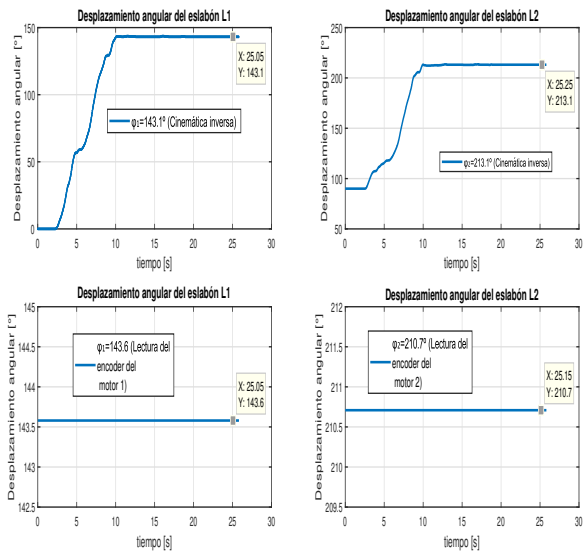


Figure 8. Resultados experimentales: desplazamientos angulares de L_1 y L_2 , medidos por los encoders vs los obtenidos con la cinemática inversa.

Se puede observar que los desplazamientos angulares de los eslabones L_1 y L_2 medidos por los encoders y obtenidos mediante la cinemática inversa son muy similares.

Cinemática diferencial

En la figura (9) se muestra la comparación de las posiciones y velocidades obtenidos por el Jacobiano y por la cinemática directa. Como se observa las posiciones y velocidades del efector final encontrados por medio de la cinemática directa y por el jacobiano son muy similares.

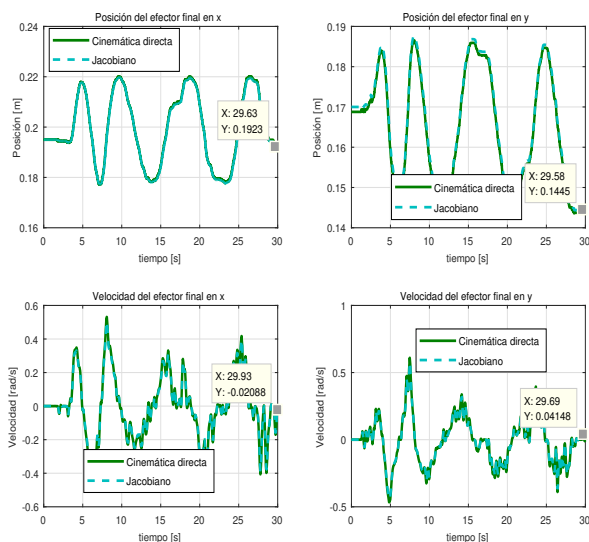


Figure 9. Resultados experimentales: Posiciones y velocidades del efector final, Jacobiano vs Cinemática directa.

En la figura (10) se muestran las posiciones y velocidades angulares obtenidos por los encoders de los servomotores.

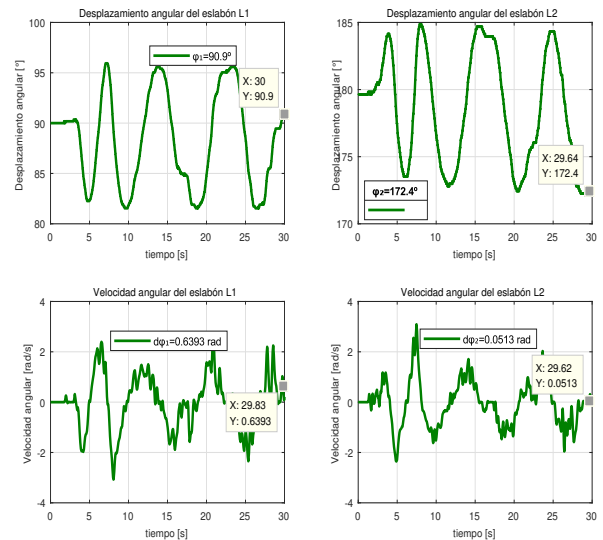


Figure 10. Resultados experimentales: Posiciones y velocidades angulares del efector final, lectura de los encoders.

Control cinemático

En la figura (11) se observa que las posiciones en x e y del efector final, tanto la deseada, la real y la experimental son similares.

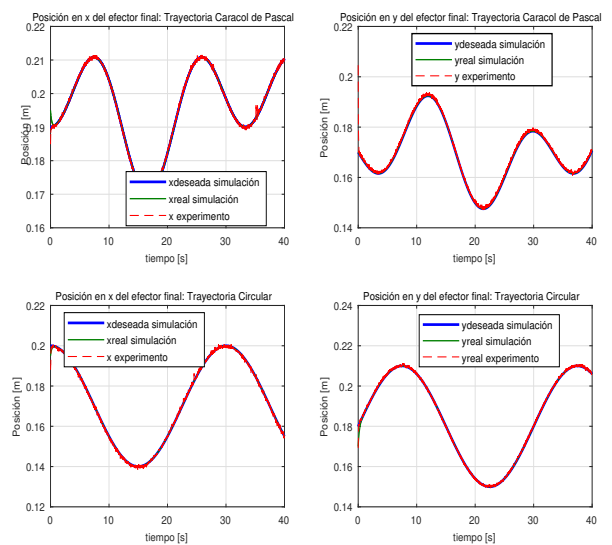
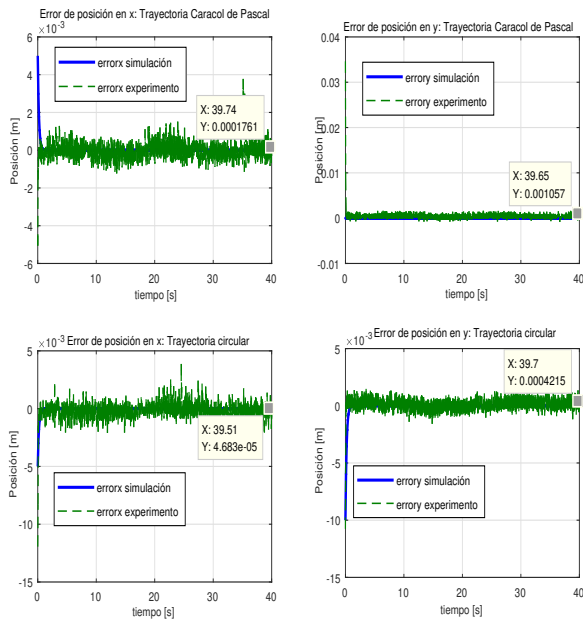


Figure 11. Posición del efector final: deseada, en simulación y experimental.

En la figura (12) se observa que los errores para la trayectoria caracol de Pascal en x e y son $1.761 \times 10^{-4} m$ y $1.057 \times 10^{-3} m$, respectivamente y para la trayectoria circular los errores son $4.683 \times 10^{-5} m$ y $4.215 \times 10^{-4} m$, respectivamente, los cuáles son relativamente pequeños.

Figure 12. Error de posición en x e y .

En la figura (13) se muestran las señales de control ϕ_1 , ϕ_2 y son las velocidades articulares de los eslabones activos L_1 y L_2 .

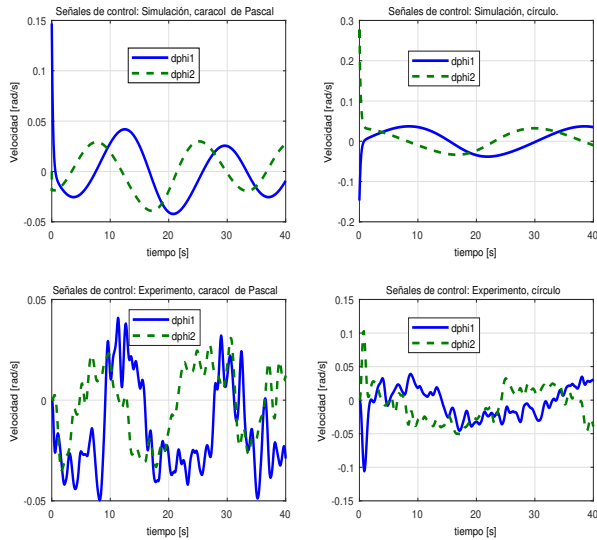


Figure 13. Señales de control.

En la figura (14) se muestran las trayectorias deseadas, en simulación y experimental del Caracol de Pascal y el Círculo, como se esperaba las trayectorias son similares.

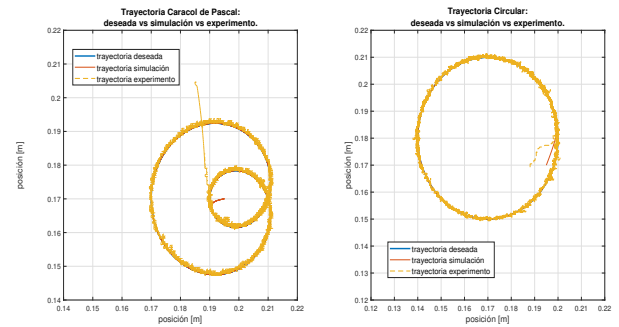


Figure 14. Trayectorias: Caracol de Pascal y Círculo.

Dinámica

En la figura (15) se muestran la posición del efector final, en simulación y experimental de la trayectoria circular, como se esperaba las trayectorias son similares, también se muestran los errores de posición de los dos servomotores.

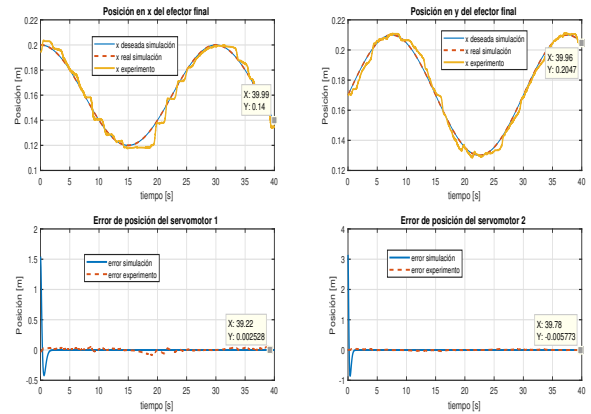


Figure 15. Posición del efector final y errores de los servomotores.

En la figura (16) se muestran las señales de control τ_1 y τ_2 , en donde los pares demandados a los servomotores 1 y 2 son de -0.0844 Nm y 0.003291 Nm , respectivamente. También se muestran los voltajes que son requeridos a los servomotores para poder realizar el seguimiento de la trayectoria, en donde los voltajes para los servomotores 1 y 2 son -0.01666 V y 0.0003537 V , respectivamente.

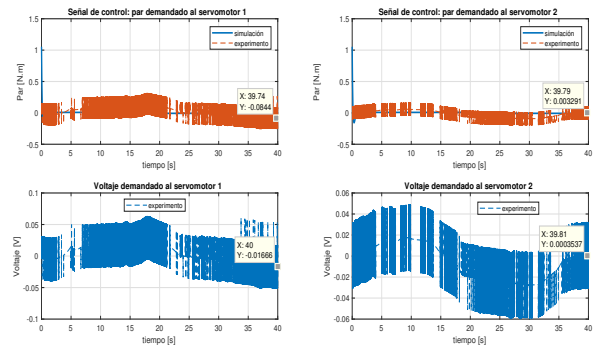


Figure 16. Señales de control y voltajes demandados a los servomotores.

En la figura (17) se muestran las trayectorias de simulación, tanto la deseada, como la real y la del experimento.

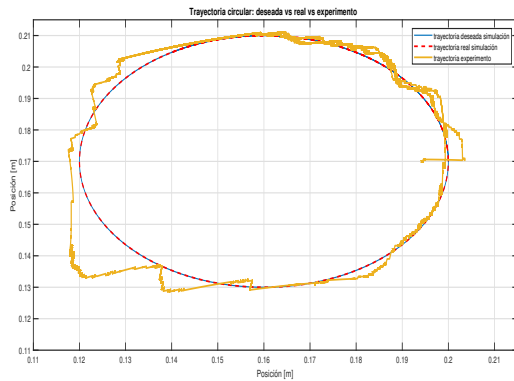


Figure 17. Trayectorias de simulación y experimento.

Comunicación

Se realizó un ambiente virtual en Matlab/SimulinkTM, haciendo uso del toolbox de realidad virtual “3D World Editor”, el ambiente virtual consta de una esfera la cual representa al efector final, la esfera se mueve en dos dimensiones (x - y). Cuando el efector final se mueve, la esfera también lo hace, siguiendo el movimiento del efector final.

En las figuras (18) y (19) se muestra la comunicación entre el dispositivo háptico y el ambiente virtual para la trayectoria de una rosa de cuatro pétalos.

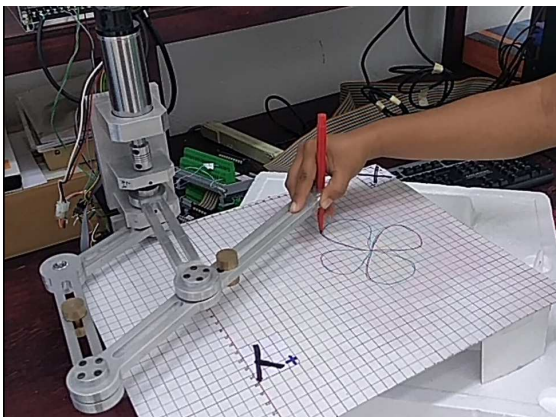


Figure 18. Comunicación unilateral: Rosa de cuatro pétalos realizada con el efector final.

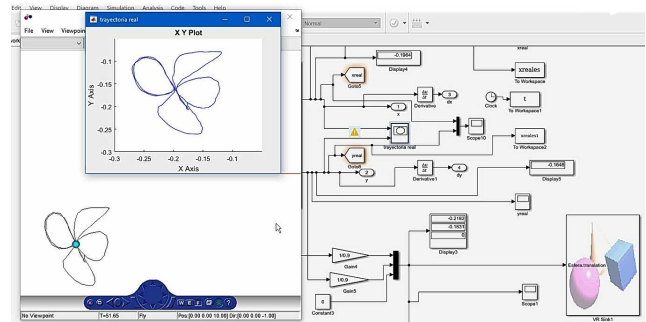


Figure 19. Comunicación unilateral: Matlab vs ambiente virtual.

VI. CONCLUSIONES

Se han obtenido resultados satisfactorios para la validación del robot paralelogramo de 2GDL. En cuanto al desempeño de los controladores: cinemático y dinámico para seguimiento de trayectoria, para ambos controladores los resultados fueron aceptables ya que se observa en la figura (12) que los errores para la trayectoria Caracol de Pascal en x e y son $1.761 \times 10^{-4} m$ y $1.057 \times 10^{-3} m$, respectivamente y para la trayectoria circular los errores son $4.683 \times 10^{-5} m$ y $4.215 \times 10^{-4} m$. En cuanto al control por par calculado se observa en la figura (15) que los errores de posición para la trayectoria circular son de $2.528 \times 10^{-3} m$ y $5.773 \times 10^{-3} m$ para los servomotores 1 y 2, respectivamente. También se logró establecer la comunicación unilateral entre el dispositivo háptico y el ambiente virtual. Tanto los resultados de simulación y de experimentación muestran el desempeño satisfactorio del dispositivo háptico.

REFERENCIAS

- [1] E. Chávez Conde, J. Hernández Dimas, V. Granados Alejo y V.H. López Enríquez, “En el Diseño Conceptual de un Robot Manipulador Basado en un Mecanismo Paralelogramo con Desacoplamiento Dinámico”, 11^o Congreso Nacional de Mecatrónica, Octubre, 2012.
- [2] D. de la Cruz Muciño, M.G. Villarreal Cervantes, y E.A. Portilla Flores, “Optimum design of a 3R robot with a parallelogram five-bar mechanism for dexterous workspace by using metaheuristic algorithm”, *IEEE International Conference on Mechatronics, Electronics and Automotive Engineering*, 2013.
- [3] E. Cheol Shin y J. Hwan Ryu, “Transmission of Operator Intention Impedance using Phantom Haptic Device”, *IEEE 11th International Conference on Ubiquitous Robots and Ambient Intelligence*, pp. 92-94, Nov, 2014.
- [4] Spong, Mark W and Vidyasagar, Mathukumalli, “Robot dynamics and control”, *John Wiley & Sons*, 2008.
- [5] L Sciacivco, B Siciliano, “Modelling and Control of Robot Manipulators”, 2008.
- [6] Bedford, Anthony and Fowler, Wallace, “Dinámica: Mecánica para ingeniería”, *Pearson Educación*, vol.1, 2000.
- [7] King. S. F, R.C Gonzalez y C.S.G. Lee, “Robotics: Control, Sensing, Vision, and Intelligence”, *McGraw-Hill*, 1987.