



# Universidad Tecnológica de la Mixteca

División de Estudios de Posgrado

Maestría en Tecnologías de Cómputo Aplicado

## “Herramientas computacionales para el modelado y manipulación de elementos ópticos y su aplicación en óptica visual”

Tesis para obtener el grado de:

**Maestro en Tecnologías de Cómputo Aplicado**

Presenta:

**Lic. José Alfredo Jiménez Hernández**

Director de Tesis:

**Dr. Gerardo Díaz González**

Co-director de Tesis:

**Dr. Felipe de Jesús Trujillo Romero**

Huajuapán de León, Oaxaca, marzo de 2017.

“Herramientas computacionales para el modelado y  
manipulación de elementos ópticos y su aplicación en  
óptica visual”

José Alfredo Jiménez Hernández

28 de marzo de 2017

## Dedicatoria

No hay felicidad o infelicidad en este mundo; solo hay comparación de un estado con otro. Solo un hombre que ha sentido la máxima desesperación es capaz de sentir la máxima felicidad. Es necesario haber deseado morir para saber lo bueno que es vivir.  
(El conde de Monte Cristo de Alexandre Dumas).

A mis padres que hicieron todo lo posible para que pudiera lograr mis sueños, por motivarme y darme la mano cuando más lo necesitaba y por haber fomentado en mí, el deseo de superación y el anhelo de triunfo en la vida.

## Agradecimientos

Agradezco especialmente al Dr. Gerardo Díaz González por la oportunidad que me brindó para trabajar con él, y por todo el apoyo que me ofreció durante el desarrollo de esta tesis y al Dr. Felipe de Jesús Trujillo Romero por sus sugerencias durante el desarrollo de la misma.

A la Universidad Tecnológica de la Mixteca por el apoyo y las facilidades brindadas para la realización de este trabajo.

A Conacyt por las beca que me otorgó durante mi estancia en la maestría con registro: 645849.

Agradezco a los Doctores José Aníbal Arias Aguilar, Manuel Hernández, Agustín Santiago y Ángel Cruz por sus comentarios y sugerencias en la revisión de este trabajo.

Finalmente, al personal de la División de Estudios de Posgrado por el apoyo que me brindó.

# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>2</b>
1.1. Planteamiento del problema . . . . .	3
1.2. Hipótesis . . . . .	5
1.3. Objetivos . . . . .	5
1.3.1. Objetivo general . . . . .	5
1.3.2. Objetivos específicos . . . . .	6
1.4. Importancia del estudio . . . . .	6
1.5. Limitaciones del estudio . . . . .	8
1.6. Estructura de la tesis . . . . .	8
<b>2. Herramienta computacional modelada con óptica paraxial</b>	<b>10</b>
2.1. Introducción . . . . .	10
2.2. Conceptos básicos de óptica geométrica . . . . .	11
2.2.1. Definición de rayo de luz . . . . .	11
2.2.2. Índice de refracción . . . . .	11
2.2.3. Leyes de reflexión y refracción . . . . .	11
2.2.4. Rayos paraxiales . . . . .	13
2.2.5. Matrices ABCD . . . . .	13
2.2.6. Distancia focal efectiva de una lente delgada . . . . .	17
2.3. Matriz ABCD para una lente esférica . . . . .	17
2.3.1. Modelo matricial para $m$ elementos ópticos . . . . .	20
2.4. Herramienta computacional para el trazo de rayos paraxiales . . . . .	21
2.5. Simulación del sistema óptico del ojo humano . . . . .	26
2.5.1. Elementos ópticos del ojo humano . . . . .	28

---

2.5.1.1.	La córnea . . . . .	28
2.5.1.2.	Humor acuoso . . . . .	29
2.5.1.3.	El iris y la pupila . . . . .	29
2.5.1.4.	Cuerpo ciliar . . . . .	30
2.5.1.5.	Cristalino . . . . .	30
2.5.1.6.	Humor vítreo . . . . .	31
2.5.1.7.	Retina . . . . .	31
2.5.2.	Trazo de rayos paraxiales en el sistema óptico del ojo humano . .	32
2.6.	Conclusiones del capítulo . . . . .	35
<b>3.</b>	<b>Herramienta computacional modelada con óptica no-paraxial</b>	<b>37</b>
3.1.	Introducción . . . . .	37
3.2.	Primeras consideraciones para el trazo de rayos exacto (no-paraxial) . . .	38
3.2.1.	Superficie esférica . . . . .	38
3.2.2.	Tipos de rayos en óptica geométrica . . . . .	39
3.2.3.	Aberración esférica . . . . .	39
3.2.4.	Convención de signos . . . . .	40
3.3.	Fórmulas para el trazo de rayos exacto (no-paraxial) en $m$ superficies. . .	42
3.4.	Herramienta computacional para el trazo de rayos no-paraxial. . . . .	45
3.5.	Simulación de sistemas ópticos compuestos por más de dos superficies es- féricas . . . . .	51
3.5.1.	Simulación del sistema óptico del ojo humano . . . . .	51
3.5.2.	Simulación de un sistema óptico con dos lentes . . . . .	54
3.5.3.	Simulación de un sistema óptico de tres lentes . . . . .	56
3.6.	Conclusiones del capítulo . . . . .	59
<b>4.</b>	<b>Técnicas de Inteligencia Artificial aplicadas a sistemas ópticos simula- dos</b>	<b>60</b>

---

4.1. Introducción . . . . .	60
4.2. Aprendizaje automático . . . . .	61
4.2.1. Los $k$ vecinos más cercanos . . . . .	62
4.2.2. Redes Neuronales . . . . .	62
4.2.3. Lógica difusa . . . . .	63
4.2.4. Sistemas Neurodifusos . . . . .	64
4.2.5. Algoritmo de búsqueda aleatoria . . . . .	65
4.3. Clasificador de ametropías del ojo humano . . . . .	65
4.3.1. Ametropías del ojo humano . . . . .	66
4.3.1.1. Miopía. . . . .	67
4.3.1.2. Hipermetropía. . . . .	67
4.3.1.3. Astigmatismo . . . . .	67
4.3.1.4. Corrección de ametropías . . . . .	68
4.3.2. Desarrollo del clasificador . . . . .	70
4.3.2.1. Rangos para el ojo emétrepe . . . . .	72
4.3.2.2. Rangos para un ojo miope . . . . .	73
4.3.2.3. Ojo hipermétrope . . . . .	73
4.3.2.4. Ojo con astigmatismo . . . . .	73
4.3.2.5. Ojo con astigmatismo-hipermetropía . . . . .	74
4.3.2.6. Ojo con astigmatismo-miopía . . . . .	74
4.3.2.7. Configuración de los parámetros de los clasificadores . . . . .	75
4.3.3. Resultados . . . . .	76
4.4. Algoritmo de búsqueda aleatoria . . . . .	77
4.4.1. Resultados . . . . .	81
4.5. Conclusiones del capítulo . . . . .	83
<b>5. Conclusiones generales</b>	<b>85</b>
5.1. Trabajo a futuro . . . . .	87

## ÍNDICE GENERAL

---

VI

A. Corrección de la miopía con la herramienta no-paraxial	89
B. Código de las funciones de la herramienta no-paraxial	91
Bibliografía	96



## Índice de figuras

2.1. Representación gráfica de las leyes de reflexión y refracción. . . . .	12
2.2. Propagación de un rayo en un bloque de material de longitud $d$ e índice de refracción $n$ . . . . .	15
2.3. Refracción de un rayo por una superficie esférica. . . . .	16
2.4. Distancia focal efectiva $f$ de una lente delgada. . . . .	17
2.5. Matrices ABCD correspondientes a una lente formada por dos superficies esféricas y un medio homogéneo entre ellas. . . . .	18
2.6. Sistema óptico en cascada. . . . .	21
2.7. Sistema óptico en cascada donde se indican las variables asignadas a las alturas y ángulos de los rayos. . . . .	22
2.8. Interfaz gráfica para introducir los datos y visualizar el trazo de rayos paraxiales. . . . .	22
2.9. Trazo de rayos en una lente biconvexa con una distancia focal efectiva de 11.8381 mm. . . . .	23
2.10. Trazo de rayos en un sistema óptico con dos lentes biconvexas, cuya distancia focal efectiva de 8.40 mm y una imagen paraxial formada en $z = 10.95$ mm. . . . .	24
2.11. Sistema óptico de tres lentes simulado con la herramienta computacional, imagen imaginaria. . . . .	25
2.12. Sistema óptico de tres lentes simulado con el software comercial Zemax. . . . .	25
2.13. Ojo normal o emétrope: Los rayos de luz provenientes de una fuente puntual lejana se enfocan perfectamente en la retina. . . . .	28
2.14. Simulación del ojo humano, imagen paraxial formado $z = 23.98$ mm. . . . .	34

3.1. Trazo de rayos no-paraxial a través de una lente esférica convergente, se observa la cáustica generada por los rayos refractados por la superficie. . . . .	40
3.2. Refracción de un rayo de luz por una superficie esférica convergente. . . . .	41
3.3. Un sistema centrado en el eje óptico compuesto de dos superficies esféricas. . . . .	42
3.4. Estructura para el trazo de rayos en una superficie esférica. . . . .	46
3.5. Estructura para el trazo de rayos de dos superficies esféricas. . . . .	48
3.6. Pantalla principal de la herramienta para el trazo no-paraxial de rayos. . . . .	49
3.7. Trazo de rayos no-paraxial, Una superficie esférica, distancia focal efectiva 50 mm, imagen imaginaria . . . . .	50
3.8. Trazo de rayos no-paraxial, Dos superficies esféricas formando una lente cuya distancia focal efectiva es de 26.7 mm. Los rayos de la región paraxial se concentran en $z = 50.51$ mm. . . . .	51
3.9. Simulación del sistema óptico del ojo humano con dos rayos. La distancia focal efectiva es de 16.552 mm, y la imagen se forma en $z = 21.47$ mm. . . . .	52
3.10. Simulación del sistema óptico del ojo humano con veinte rayos. La distancia focal efectiva es de 16.552 mm, y la imagen paraxial se forma en $z = 24.07$ mm. . . . .	53
3.11. Diagrama de manchas correspondiente a los rayos de la figura 3.10 a una posición de 20 mm. . . . .	53
3.12. Simulación en Zemax del sistema óptico del ojo humano con dos rayos. La distancia focal efectiva es de 16.552 mm, y la imagen se forma en $z = 21.47$ mm. . . . .	54
3.13. El mismo sistema óptico simulado con veinte rayos. La distancia focal efectiva es de 16.552 mm, y la imagen paraxial se forma en $z = 24.07$ mm. . . . .	54
3.14. Trazo de un sistema óptico de dos lentes . . . . .	55
3.15. Simulación del sistema de dos lentes en Zemax. La distancia focal efectiva es de 11.61 mm, y la imagen paraxial se forma en $z = 32.57$ mm. . . . .	56

---

3.16. Trazo en un sistema óptico de tres lentes . . . . .	56
3.17. Simulación en Zemax del sistema óptico con tres lente. La distancia focal efectiva es de 15.62 mm, y la imagen paraxial se forma en $z=61.21$ mm. . . . .	57
3.18. Simulación de varios tipos de lentes con la herramienta desarrollada (columna izquierda) y con Zemax (columna derecha). . . . .	58
4.1. Ojo normal o emétrope: Los rayos de luz provenientes de una fuente puntual lejana se enfocan perfectamente en la retina. . . . .	66
4.2. Ojo con miopía. . . . .	67
4.3. Ojo hipermétrope. . . . .	68
4.4. Ojo con astigmatismo. . . . .	68
4.5. Sistema óptico del ojo humano . . . . .	70
4.6. Rangos de valores para un ojo emétrope y amétrope. . . . .	72
4.7. Diagrama de flujo del algoritmo por búsqueda aleatoria, donde $x$ es el objetivo. . . . .	78
4.8. Sistema de 5 superficies cuya imagen se forma a una distancia de 47.2870 mm. . . . .	80
4.9. Sistema de 5 superficies cuya imagen se forma a una distancia de 40.0191 mm. . . . .	81
A.1. Corrección de la miopía con una lente oftalmológica tipo menisco. . . . .	90

## Índice de tablas

2.1. Parámetros del sistema óptico de tres lentes. ( $D.e.$ ) representa la distancia entre una lente y otra, ( $D.f.$ ) es la distancia focal del sistema y ( $H.p.$ ) la herramienta propuesta . . . . .	26
2.2. Valores de los índices de refracción de los elementos ópticos del ojo humano.	32
2.3. Valores de los radios de curvatura de los elementos ópticos de un ojo relajado.	33
2.4. Valores de los espesores de los elementos ópticos de un ojo relajado. . . . .	33
2.5. Sistema óptico del ojo humano. . . . .	34
3.1. Parámetros del sistema óptico con dos lentes, (4 superficies). . . . .	55
3.2. Parámetros del sistema óptico con tres lentes (6 superficies). . . . .	57
3.3. Parámetros de las lentes de la figura 3.18. . . . .	59
4.1. Comparación de tres algoritmos de clasificación: $k-NN$ , Back-propagation ( $Bp$ ) y Neurodifuso. . . . .	77
4.2. Parámetros del sistema óptico. . . . .	80
4.3. Parámetros del sistema óptico. . . . .	82
4.4. Experimentos de 1 a 5 superficies . . . . .	82
4.5. Parámetros del sistema óptico con 1 superficies. . . . .	82
4.6. Parámetros del sistema óptico con 2 superficies. . . . .	83
4.7. Parámetros del sistema óptico con 3 superficies. . . . .	83
4.8. Parámetros del sistema óptico con 4 superficies. . . . .	83

## Resumen

Se presenta el desarrollo de herramientas computacionales para la simulación de elementos ópticos, diseñadas a partir de principios matemáticos y físicos utilizados en óptica y un lenguaje de programación imperativa. Las herramientas son cuatro: La primera es una herramienta de simulación desarrollada con teoría de óptica geométrica para el trazo de rayos paraxiales, que permite visualizar la forma en que la luz proveniente de un objeto lejano simple, atraviesa sistemas ópticos formados por uno o más elementos refractivos, principalmente lentes. La segunda herramienta tiene el mismo objetivo, con la diferencia que ésta tiene su base en ecuaciones que permiten realizar el trazo de rayos no-paraxial o exacto. Ambas herramientas permiten predecir el efecto que conlleva variar los parámetros geométricos de los elementos ópticos, como son radios de curvatura, espesores e índices de refracción y cuentan con una interfaz gráfica que es fácil de manipular por un usuario. La tercera es una herramienta que utiliza algoritmos computacionales desarrollados con técnicas de Inteligencia Artificial, cuya finalidad es clasificar datos relacionados con defectos refractivos presentes en el ojo humano. La cuarta herramienta es un algoritmo para encontrar los parámetros geométricos de lentes que conforman un sistema óptico, para así lograr un mejor desempeño en el proceso de formación de imágenes. Se presentan las posibles aplicaciones de las herramientas computacionales generadas en áreas como la óptica, optometría, o enseñanza de las ciencias.

# Capítulo 1

## Introducción

Desde los inicios de la computación, el desarrollo de software ha ido en aumento, de tal manera que hoy en día se pueden encontrar una gran variedad de herramientas para el tratamiento computacional de diversos problemas. Entre los más populares, están aquellos programas utilizados en el campo de la ingeniería, mejor conocidos como programas de diseño asistido por computadora (CAD), los cuales son herramientas computacionales que sirven como apoyo para la realización de proyectos en el ámbito del desarrollo de tecnología, principalmente para el análisis y diseño electrónico, mecánico, automotriz, etc. Por otra parte, también existe software utilizado para fines de investigación en áreas como la física y matemáticas aplicadas. Estos programas generalmente son utilizados para resolver ecuaciones, hacer simulaciones o generar resultados numéricos que den solución a un determinado problema.

En el campo de las ciencias aplicadas, la óptica es una ciencia que actualmente ha tomado gran fuerza debido a los avances científicos y tecnológicos que de ella se han derivado, de tal forma que hoy existen varias ramas como la óptica geométrica, óptica física, óptica no lineal, óptica cuántica, etc. En general, la óptica como ciencia se originó gracias al principal elemento óptico que existe en la naturaleza: el ojo humano. Por lo que sin duda,

uno de los usos más comunes del término óptica, es aquel vinculado a la visión y los consultorios donde personas especializadas, son las encargadas de corregir defectos en el ojo a través de instrumental óptico o lentes con ciertas características.

Dadas las necesidades que existen en el campo de la óptica como ciencia, en la actualidad podemos encontrar distintos tipos de software de diseño óptico, los cuales permiten simular la propagación de rayos a través de sistemas formados por lentes. Generalmente, el funcionamiento de estas aplicaciones computacionales está basado en principios de la óptica geométrica. Los programas de diseño óptico más populares que existen en el mercado son Zemax [1], OSLO [2] y CODE V [3], los cuales se utilizan a menudo en el diseño de telescopios y en el análisis de aberraciones de sistemas ópticos, aunque su uso depende de las necesidades del usuario. Estos programas generalmente no son de libre acceso y sus precios resultan ser elevados.

Por tanto, la idea principal de este trabajo es desarrollar una herramienta de simulación óptica que sea de libre acceso, y que permita simular la propagación de los rayos de luz al atravesar sistemas ópticos compuestos por lentes. Es deseable contar con una interfaz gráfica donde se puedan introducir los datos, así como visualizar los resultados dados por las simulaciones. Por otra parte, dada la amplia gama de aplicaciones que actualmente tiene la Inteligencia Artificial, se busca introducir este tipo de algoritmos en situaciones donde sea necesario optimizar componentes ópticos, así como implementar algoritmos de clasificación en casos donde se involucre un sistema óptico determinado.

## 1.1. Planteamiento del problema

Como ya se ha mencionado, los programas de simulación óptica que existen en el mercado no son de acceso libre, y sus precios de venta son elevados. Por ejemplo, la versión básica más reciente de Zemax tiene un precio de USD\$4440.00 [1]. A esto hay que agregar que,

para utilizar Zemax, OSLO o CODE V, el usuario primero debe aprender a utilizarlos a través de un curso o leyendo los extensos manuales que vienen con los paquetes. Además, el usuario debe tener conocimientos sólidos de óptica.

Por consiguiente, se tiene la necesidad de contar con un software de simulación óptica de libre acceso, que nos permita simular la propagación de rayos de luz a través de lentes o sistemas ópticos, considerando las características principales de sus componentes, como son los índices de refracción, espesores y radios de curvatura. Una vez desarrollado este programa, debe ser capaz de simular distintos sistemas ópticos. Como un ejemplo particular, se propone simular el sistema óptico del ojo humano, el cual se ha estudiado en distintos trabajos de investigación desde la perspectiva de la óptica, a través de teorías donde se involucran aspectos físicos y matemáticos complejos. Sin embargo, se ha hecho caso omiso de las inquietudes por parte de optometristas, oftalmólogos, y en general, de gente no especializada en óptica o computación.

De esta forma, tenemos el problema de desarrollar un software basado en el análisis matemático de sistemas ópticos, que satisfaga a la comunidad científica y a la vez sirva como herramienta para cubrir necesidades de optometristas u oftalmólogos, o bien, que sea un medio para la enseñanza de la óptica en distintos niveles académicos.

El propósito de este trabajo de tesis es desarrollar herramientas computacionales a partir de modelos teóricos basados en principios de la óptica geométrica, que permitan simular la propagación de rayos de luz a través de sistemas ópticos determinados, y que consideren variaciones sobre los parámetros geométricos de los medios que los conforman. Como caso particular, se propone analizar el sistema óptico del ojo humano, con la intención de encontrar aplicaciones de las herramientas en el área de la óptica visual. Por lo que las herramientas deben permitir introducir elementos ópticos con características específicas,



como las correspondientes a lentes ordinarias, lentes sintonizables, lentes oftálmicas, etc.

Otra finalidad de este trabajo, es aplicar técnicas de Inteligencia artificial en el área de óptica, para cuestiones de optimización y clasificación. Por ejemplo, para calcular la forma de los componentes ópticos que mejoren el proceso de formación de imágenes, o para clasificar y crear bases de datos que conlleven a alguna aplicación en el área.

## **1.2. Hipótesis**

El desarrollo del trabajo propuesto, parte de las siguientes hipótesis:

- Es posible desarrollar un software para el trazado de rayos ópticos a partir de bases teóricas de óptica geométrica, con el que podamos simular elementos ópticos comunes, así como aquellos utilizados en la corrección de la visión, como son lentes oftálmicas, lentes intraoculares y lentes sintonizables.
- Es posible utilizar métodos computacionales de inteligencia artificial para desarrollar algoritmos que sirvan como herramientas con aplicaciones potenciales en el campo de la óptica visual.

## **1.3. Objetivos**

### **1.3.1. Objetivo general**

Desarrollar herramientas computacionales para simular la propagación de rayos de luz a través de sistemas ópticos, considerando variaciones en los parámetros geométricos que surgen de situaciones reales, y optimizarlos por medio de técnicas de búsqueda heurísticas.

### 1.3.2. Objetivos específicos

- Desarrollar algoritmos para el trazo de rayos paraxiales y exactos, que permitan simular elementos ópticos individuales o en conjunto.
- Desarrollar una herramienta computacional bajo un entorno de programación imperativa, que sea aplicable en el área de óptica visual, y que pueda ser usada por personas no especializadas en física, matemáticas o computación.
- Diseñar una interfaz gráfica que permita al usuario introducir los parámetros que a él le convengan, y con esos datos visualizar la propagación de la luz a través de un sistema óptico determinado.
- Realizar pruebas del modelo a través de simulaciones que permitan visualizar el comportamiento de un sistema óptico en particular, como es el ojo humano, en conjunto con elementos externos o internos, tales como: lentes correctoras utilizadas en anteojos, lentes intraoculares, lentes sintonizables, etc., y hacer una comparación con resultados obtenidos con un software de diseño óptico comercial.
- Realizar una etapa de optimización de parámetros por medio de algoritmos heurísticos, aplicada al proceso de formación de imágenes en el ojo.
- Obtener una base de datos de clasificación de ametropías basada en las características de los padecimientos del ojo más comunes, como son miopía, hipermetropía y astigmatismo, por medio de técnicas de Aprendizaje Automático.

## 1.4. Importancia del estudio

A pesar de que en el mercado existen diversos software de simulación óptica, los precios de las licencias son elevados y el acceso a ellos es por medio de claves o llaves de seguridad

que solo posee la persona o grupo de investigación que lo adquirió. Por tal motivo, es importante contar con una herramienta de simulación óptica orientada a ser de libre acceso y que a la vez sea fácil de usar. En este trabajo se desarrolla una herramienta capaz de simular la propagación de rayos de luz al pasar a través sistemas formados por dos o más lentes, considerando variaciones en las características principales de sus componentes, como son los índices de refracción, espesores y radios de curvatura.

Uno de los sistemas simulados es el sistema óptico del ojo humano debido a sus características particulares y la función biológica que realiza. Un cambio en alguno de los parámetros del ojo conlleva a algún error de refracción de la visión, como puede ser miopía, hipermetropía o astigmatismo. Por tanto, la herramienta computacional desarrollada es capaz de estimar las variaciones en los parámetros geométricos del ojo, algo de suma importancia en el ámbito de la optometría, ya que esto permite conocer el tipo y grado de corrección que se hará a un paciente cuyo ojo presenta algún error de refracción, así como conocer el tipo de lente correctora que se utilizará. Además la herramienta cuenta con una interfaz gráfica, la cual facilita su uso y la hace accesible para usuarios que deseen modelar lentes, o bien para usuarios que no sean expertos en las áreas de ciencias exactas.

En la Universidad Tecnológica de la Mixteca actualmente se están desarrollando diversos proyectos en el área de diseño y manufactura. Uno de ellos es el desarrollo de un sistema automatizado que imite el comportamiento del ojo humano, el cual ha generado resultados importantes relacionados con el diseño y fabricación de lentes sintonizables [4, 5]. En ese sentido, este trabajo de tesis es pertinente, ya que el propósito es obtener una herramienta computacional que permita simular lentes sintonizables en conjunto con el sistema óptico del ojo, para de esta forma determinar cómo influyen en la propagación de la luz en el proceso de formación de imágenes.

Es importante obtener la herramienta computacional que realiza el trazo de rayos en elementos y sistemas ópticos, ya que considerando al ojo como un ejemplo en particular, la aplicación de la herramienta puede extenderse a áreas como la optometría y el diseño de lentes oftálmicas. Por otra parte, es importante tener la interfaz gráfica, ya que de ésta forma se orienta su uso a gente de distintas áreas, o a estudiantes de diferentes niveles educativos. De modo que se tiene una herramienta de simulación y a la vez una herramienta de enseñanza.

## **1.5. Limitaciones del estudio**

- El estudio está basado en la teoría de la óptica geométrica, la cual no considera la naturaleza ondulatoria de la luz.
- Se simula un número limitado elementos ópticos, considerando sistemas cuyo número de superficies y medios es similar al del ojo humano, e involucrando una o dos lentes más.

## **1.6. Estructura de la tesis**

El presente trabajo de tesis está estructurado de la siguiente forma:

En el capítulo 2 se presenta el desarrollo de una herramienta computacional basada en la teoría de la óptica geométrica para el trazo de rayos paraxiales. Se obtiene un modelo teórico que servirá como base para la implementación de un algoritmo computacional que es programado por medio de un lenguaje imperativo. Se muestra el desarrollo de una interfaz gráfica de usuario, con la cual es posible introducir datos de manera sencilla y visualizar los datos de salida por medio de gráficos. Se presentan los resultados obtenidos para dos casos: El primero es el sistema óptico del ojo humano. El segundo es un sistema

óptico compuesto por tres lentes, lo que implica seis superficies refractoras esféricas, por lo que en esta parte también se presentan de manera general los aspectos principales del ojo y los elementos ópticos que lo componen.

En el capítulo 3 se muestra el desarrollo de una herramienta computacional del mismo tipo que la expuesta en el capítulo 2, con la diferencia que esta vez se utilizan ecuaciones exactas para deducir un modelo que posteriormente es programado. De igual forma, se simulan sistemas ópticos compuestos por lentes y el sistema del ojo humano. Los resultados muestran gráficamente la trayectoria de los rayos fuera de la zona paraxial, o como se conoce en óptica, el trazo de rayos exacto.

En el capítulo 4 se presenta una descripción general de técnicas del Aprendizaje automático de la Inteligencia Artificial, estas técnicas poseen características que pueden ser aplicadas a los modelos mencionados anteriormente. De este modo, se muestra el desarrollo de un clasificador de ametropías del ojo humano (miopía, hipermetropía y astigmatismo), como propuesta para obtener una base de datos de estos padecimientos y los parámetros asociados a ellos. Por otro lado, se propone un algoritmo de búsqueda aleatoria que calcula los parámetros correspondientes a una lente o sistema óptico, de modo que el punto focal se produzca a una distancia dada por el usuario. La finalidad es proponer herramientas que puedan tener alguna utilidad en el campo de la óptica visual.

Finalmente, en el capítulo 5 se presentan las conclusiones generales, así como el trabajo a futuro relacionado con esta tesis.

# Capítulo 2

## Herramienta computacional modelada con óptica paraxial

### 2.1. Introducción

En este capítulo se presenta el desarrollo de una herramienta computacional basada en óptica paraxial, con la que es posible simular sistemas ópticos formados por superficies refractoras. Por tanto, es necesario conocer los principios en los que esta basada la óptica geométrica, de manera que empezaremos por definir los términos y conceptos matemáticos y físicos utilizados en dicha área. Asimismo, se exponen las bases teóricas para desarrollar un modelo de trazo de rayos paraxiales. Esto lo hacemos por medio de las llamadas matrices de transferencia o matrices ABCD, conocidas por ser usadas para describir las trayectorias de los rayos al pasar por sistemas ópticos formados por lentes y/o espejos en el régimen paraxial. Se muestra los resultados obtenidos con esta herramienta computacional para un sistema compuesto por tres lentes. Como caso particular, se propone el análisis y simulación del sistema óptico del ojo humano, por lo que se presenta una descripción general de sus elementos más importantes, así como sus principales características como sistema formador de imágenes.

## 2.2. Conceptos básicos de óptica geométrica

Para describir las trayectorias que siguen los rayos de luz que atraviesan un sistema óptico, es necesario comprender los siguientes conceptos:

### 2.2.1. Definición de rayo de luz

Por definición, un rayo de luz representa la dirección en la que se propaga la energía de una onda de luz [6]. En un medio uniforme (homogéneo), los rayos siguen trayectorias rectas; mientras que en un medio de índice gradiente (no homogéneo) los rayos tienden a seguir trayectorias curvas [7].

### 2.2.2. Índice de refracción

El índice de refracción de un material óptico, denotado por  $n$ , desempeña un papel central en la óptica geométrica. Es la razón entre la rapidez de la luz  $c$  en el vacío y la rapidez de la luz  $v$  en el material, esto es [8]

$$n = \frac{c}{v} \quad (2.1)$$

La luz siempre viaja con más lentitud en un material que en el vacío, por lo que el valor de  $n$  en cualquier material que no sea el vacío siempre es mayor que la unidad. Para el vacío,  $n = 1$ . Como  $n$  es una razón entre dos valores de rapidez, es un número sin unidades.

### 2.2.3. Leyes de reflexión y refracción

Cuando una onda luminosa incide en una interfaz plana que separa dos materiales de índices de refracción diferentes (como el aire y el vidrio o el agua y el vidrio), la onda en general es reflejada parcialmente y también refractada (transmitida) parcialmente hacia el segundo material. Los rayos incidente, reflejado y refractado, así como la normal a la

superficie, se dibujan de modo que todos se encuentren en el mismo plano, como se muestra en la figura 2.1. El plano de los tres rayos es perpendicular al plano de la superficie o límite entre los dos materiales. Los ángulos de incidencia y reflexión se miden con respecto a la normal a la superficie.

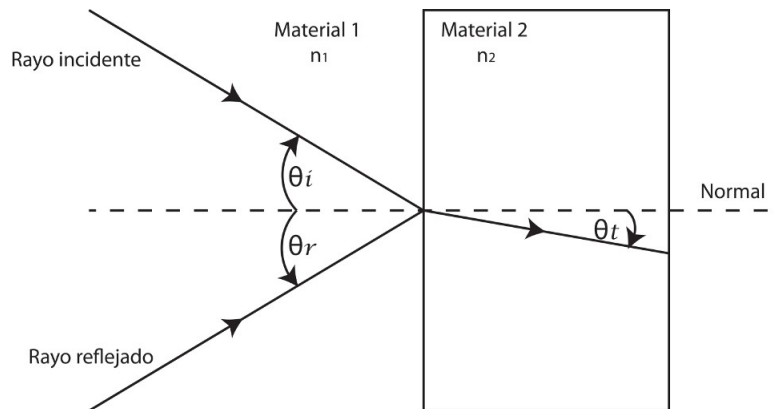
**La ley de reflexión** establece que el ángulo de reflexión  $\theta_r$  es igual al ángulo de incidencia  $\theta_i$  para todas las longitudes de onda y para cualquier par de materiales, esto es [6–8]:

$$\theta_r = \theta_i \quad (2.2)$$

**La ley de refracción**, también conocida como ley de Snell, establece que el ángulo de refracción se relaciona con el ángulo de incidencia por la siguiente ecuación [6–8]:

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t \quad (2.3)$$

donde  $n_1$  y  $n_2$  son los índices de refracción en el medio 1 y el medio 2, respectivamente.



**Figura 2.1:** Representación gráfica de las leyes de reflexión y refracción.



### 2.2.4. Rayos paraxiales

Los componentes ópticos son a menudo centrados con respecto a un eje óptico, el cual sirve como referencia para medir las alturas y ángulos a los que viajan los rayos. Por convención, se asume que el eje óptico es el eje  $z$  y que los rayos viajan de izquierda a derecha.

Los rayos paraxiales son aquellos cuyo ángulo con respecto al eje óptico es muy pequeño, de modo que  $\sin \theta_i$  puede ser reemplazado por el valor de  $\theta_i$  sin sacrificar mucha precisión. La óptica geométrica que considera sólo rayos paraxiales se llama óptica de primer orden [6, 9, 10].

Aunque la óptica de primer orden no es exacta, es muy útil, pues con ella se pueden calcular la distancia focal y las posiciones del objeto e imagen. La aproximación paraxial es buena para aberturas y campos pequeños, pero es necesario tomar en cuenta más términos de la serie del seno cuando estos crecen, haciendo más grandes los ángulos.

### 2.2.5. Matrices ABCD

Un método muy utilizado para realizar el trazo de rayos paraxiales a través de sistemas ópticos el cual es conocido como método matricial. Este método se formuló en la década de los treinta, sin embargo, estas primeras aportaciones no fueron apreciadas en todo su valor sino hasta principios de la década de los sesenta. A partir de ese momento el método matricial se ha utilizado para calcular los procesos de refracción y transferencia en diversos sistemas ópticos [9–11]. A continuación se presenta el formalismo del método matricial para el análisis de rayos paraxiales.

Un rayo en un punto determinado a lo largo del eje  $z$  se puede especificar mediante sus coordenadas, las cuales contienen la información de la posición del rayo y su direc-

ción. Dada esta información se quiere obtener la posición siguiente del punto al travesar un sistema óptico dado, por lo que se utilizan operadores matriciales conocidos en óptica como matrices ABCD para hacer el seguimiento de este rayo a través del sistema. La ventaja del método matricial radica en que cualquier rayo comprendido dentro de la zona paraxial se puede seguir, aún teniendo indefinidas lentes o sistemas ópticos, para ello, se tiene que hacer la multiplicación sucesiva de las matrices vinculadas con cada lente o sistema óptico.

*Matriz de propagación en un bloque de material homogéneo de índice de refracción  $n$ .*

La matriz ABCD más simple que utilizaremos es la matriz de propagación en un bloque de material de índice de refracción  $n$  y longitud  $d$  (ver figura 2.2). Si conocemos la altura del rayo en el primer plano y su pendiente con respecto al eje óptico, entonces se puede conocer la altura y pendiente que va tener al salir del bloque y la trayectoria en el plano de salida [10].

Dado que el material es homogéneo, los rayos viajan en forma de líneas rectas, y por consiguiente los parámetros de salida estarán relacionados con los parámetros de entrada por:

$$y_2 = 1y_1 + \frac{d}{n}\theta_1 \quad (2.4)$$

$$\theta_2 = 0y_1 + 1\theta_1 \quad (2.5)$$

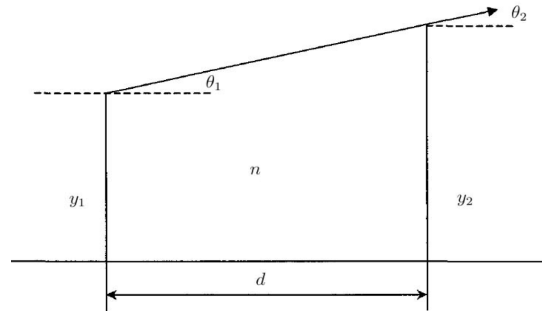
Reescribiendo las ecuaciones (2.4) y (2.5) en forma matricial, tenemos:

$$\begin{bmatrix} y_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{d}{n} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Por lo tanto, la matriz  $M$  que describe la propagación de un rayo que viaja una distancia

$d$  a través del material es:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & \frac{d}{n} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$



**Figura 2.2:** Propagación de un rayo en un bloque de material de longitud  $d$  e índice de refracción  $n$ .

*Matriz de refracción para una superficie esférica entre dos medios de índice de refracción diferente.*

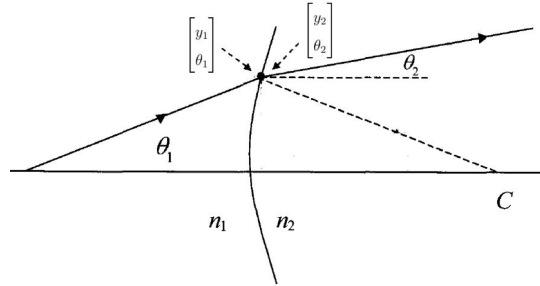
A continuación se considera una superficie esférica de radio  $R$  situada entre dos medios de índice de refracción diferente  $n_1$  y  $n_2$  (ver figura 2.3). Por convención,  $R$  es positivo si el centro de curvatura está situado a la derecha del vértice de la superficie esférica, y negativo si está a la izquierda [6].

Un rayo incidiendo en dicha superficie a una altura  $y_1$  entra y sale en un mismo punto, lo que significa que su altura no se altera. De modo que

$$y_2 = 1y_1 + 0\theta_1 \quad (2.8)$$

Además el ángulo de salida está relacionado con el ángulo de entrada por:

$$\theta_2 = \left[ \frac{-(n_2 - n_1)}{n_2 R} \right] y_1 + \frac{n_1}{n_2} \theta_1 \quad (2.9)$$



**Figura 2.3:** Refracción de un rayo por una superficie esférica.

Escribiendo las ecuaciones anteriores en su forma matricial, tenemos:

$$\begin{bmatrix} y_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{(n_2 - n_1)}{n_2 R} & \frac{n_1}{n_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

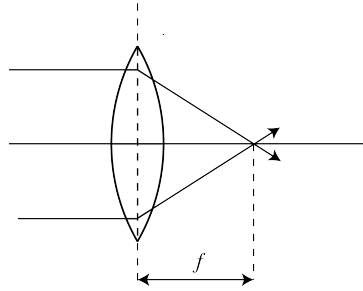
Por lo tanto, la matriz que describe la desviación de un rayo después de pasar por una esférica entre dos medios de índice de refracción  $n_1$  y  $n_2$  es:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{(n_2 - n_1)}{n_2 R} & \frac{n_1}{n_2} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Las matrices dadas en las ecuaciones (2.7) y (2.11), son suficientes para calcular las alturas y pendientes de los rayos que cruzan un sistema óptico formado por superficies refractoras y medios de índice de refracción fijo, en el régimen paraxial.

### 2.2.6. Distancia focal efectiva de una lente delgada

La distancia focal o longitud focal efectiva de una lente delgada se define como la distancia desde el eje central de la lente hasta el punto focal (ver figura 2.5). La inversa de la distancia focal de una lente es la potencia, y se mide en dioptrías. Para una lente positiva (convergente), la distancia focal es positiva; y para una lente negativa (divergente), la distancia focal es negativa [6, 9].

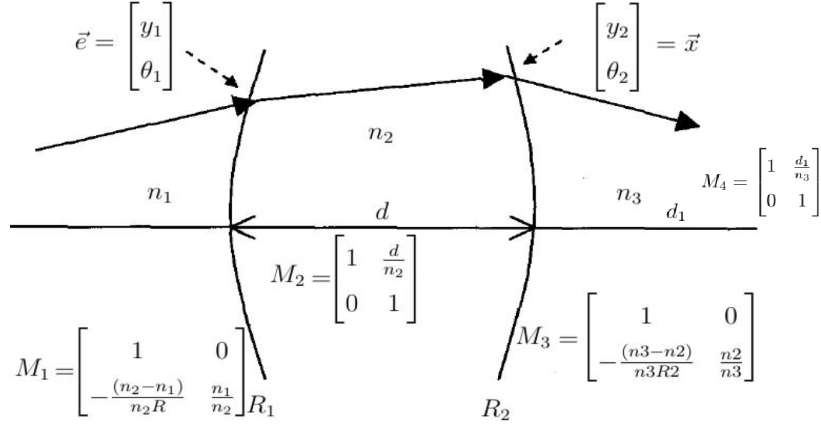


**Figura 2.4:** Distancia focal efectiva  $f$  de una lente delgada.

## 2.3. Matriz ABCD para una lente esférica

En esta sección utilizamos las matrices ABCD para calcular las trayectorias de los rayos al pasar a través de una lente formada por dos superficies esféricas. Para esto utilizaremos la matriz de propagación en un bloque de material homogéneo (ecuación (2.7)), y la matriz de refracción en una superficie esférica entre dos medios de índice de refracción diferente (ecuación (2.11)). En la figura 2.5 se esquematizan las matrices correspondientes a un elemento óptico cuyas características corresponden a una lente convergente. Podemos observar que este ejemplo consta de tres espacios, cada uno con un medio homogéneo diferente, y dos superficies esféricas. Cada uno de estos medios tiene sus propias caracte-

rísticas, como son la distancia de un elemento a otro, los radios de curvatura o los índices de refracción.



**Figura 2.5:** Matrices ABCD correspondientes a una lente formada por dos superficies esféricas y un medio homogéneo entre ellas.

Por convención se supone que los rayos viajan de izquierda a derecha, atravesando las superficies de la lente y cambiando su dirección debido a la curvatura y el índice de refracción del medio.

Para encontrar la matriz ABCD asociada a la lente, sólo basta con hacer la multiplicación de las matrices correspondientes a cada medio, empezando con la matriz del último medio, y finalizando con la matriz del primer medio, esto es,

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{(n_2-n)}{n_2 R_2} & \frac{n}{n_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{(n-n_1)}{n R_1} & \frac{n_1}{n} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Después de hacer la multiplicación se obtiene la siguiente matriz resultante:

$$M = \begin{bmatrix} 1 - \frac{d(n-n_1)}{n R_1} & \frac{d n_1}{n} \\ -\left( \frac{n_2-n}{n_2 R_2} + \frac{n-n_1}{n_2 R_1} - \frac{d(n-n_1)(n_2-n)}{n n_2 R_1 R_2} \right) & -\frac{d n_1 (n_2-n)}{n n_2 R_2} + \frac{n_1}{n_2} \end{bmatrix}. \quad (2.13)$$

El término  $C$  de la matriz (2.13), está relacionado directamente con la distancia focal efectiva ( $f$ ) de la lente de la siguiente forma:

$$\frac{1}{f} = - \left( \frac{n_2 - n}{n_2 R_2} + \frac{n - n_1}{n_2 R_1} - \frac{d(n - n_1)(n_2 - n)}{n n_2 R_1 R_2} \right) \quad (2.14)$$

El inverso de la longitud focal representa la potencia ( $P$ ) de la lente. Si la distancia focal se mide en metros, la potencia se expresará en diotrías ( $D$ ), y queda definida como [6]:

$$P = \frac{1}{f} \quad (2.15)$$

Si la lente que se esta tratando se encontrará en aire, tendríamos que los índices de refracción son  $n_1 = n_2 = 1$ , entonces la ecuación (2.14) se reduce a:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) + \frac{d(n - 1)^2}{n R_1 R_2} \quad (2.16)$$

La ecuación (2.16) se conoce como la ecuación general del fabricante de lentes. Más aún si el espesor de la lente es pequeño, el segundo término de la ecuación (2.16) se puede despreciar, obteniendo la ecuación del fabricante para lentes delgadas.

En resumen, para encontrar la matriz asociada a una lente se utilizaron las matrices:

- $M_1$ = Medio 1, superficie esférica.
- $M_2$ = Medio 2, espesor de la lente.
- $M_3$ = Medio 3, superficie esférica.
- $M_4$ = Medio 4, espacio libre.

Las cuales por convención se multiplican en el siguiente orden:

$$M_4 * M_3 * M_2 * M_1 = M_{EQ} \quad (2.17)$$

Los operadores matriciales dados son suficientes para calcular la altura y los ángulos de los rayos que atraviesan la lente. Para esto se define un vector de entrada que contiene la información del rayo que incide en la primera superficie, el cual está dado como:

$$\vec{e} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

donde  $y_1$  es la altura y  $\theta_1$  el ángulo del rayo incidente.

Para obtener el vector de salida se multiplica la matriz equivalente por el vector de entrada, de modo que

$$M_{EQ} * \vec{e} = \vec{x} \quad (2.19)$$

donde

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} y_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

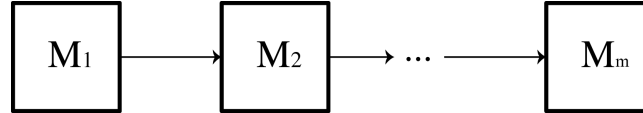
### 2.3.1. Modelo matricial para $m$ elementos ópticos

Como hemos visto, las matrices ABCD son las adecuadas para calcular la trayectoria de los rayos al atravesar un conjunto de superficies y medios que conforman un elemento o sistema óptico en el régimen paraxial.

Es posible incluir más componentes en el sistema óptico, introduciéndolos como elementos en cascada y tomando en cuenta que a cada uno le corresponde una matriz (figura



2.6).



**Figura 2.6:** Sistema óptico en cascada.

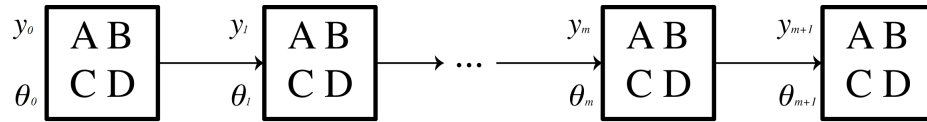
Posteriormente se obtiene la matriz equivalente realizando la multiplicación de la siguiente forma [10]

$$M_{EQ} = M_m * \dots * M_2 * M_1 \quad (2.21)$$

A continuación se presenta el desarrollo de una herramienta computacional basada en el método matricial para simular la propagación de rayos de luz al pasar por un sistema óptico compuesto por elementos refractivos como son lentes.

## 2.4. Herramienta computacional para el trazo de rayos paraxiales

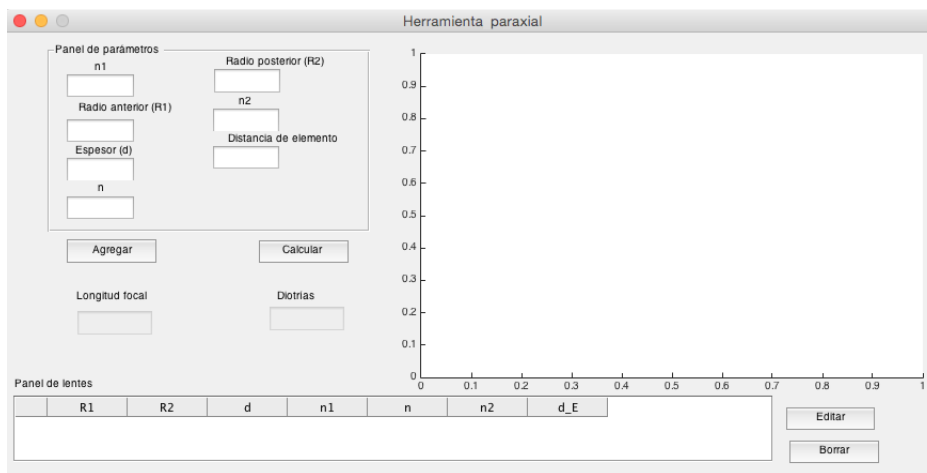
En la figura 2.7 cada bloque representa un medio óptico o una lente. El vector de entrada genera un vector de salida y a la vez este vector de salida funciona como entrada para el siguiente componente, obteniendo la propagación de los rayos de luz a través del sistema óptico completo. La herramienta computacional debe ser capaz de calcular numéricamente la matriz equivalente del sistema óptico dado y los vectores de entrada y salida, desde  $(y_1, \theta_1)$  a partir de  $(y_0, \theta_0)$ , hasta  $(y_{m+1}, \theta_{m+1})$  a partir de  $(y_m, \theta_m)$ .



**Figura 2.7:** Sistema óptico en cascada donde se indican las variables asignadas a las alturas y ángulos de los rayos.

La programación del modelo se hace a través de una rutina en bloques, e iniciamos suponiendo que los rayos se generan desde una fuente puntal lejana, y llegan a la primera superficie paralelos al eje óptico. Podemos considerar que el medio entre la fuente y la primera superficie es aire, para el cual corresponde un índice de refracción igual a 1, sin embargo es posible introducir cualquier valor de índice de refracción para este medio.

Para obtener un instrumento de simulación más accesible, se implementó una interfaz gráfica que facilita la tarea de cambiar los parámetros de los elementos ópticos, como son radios de curvatura, índices de refracción y distancias entre elementos (figura 2.8).



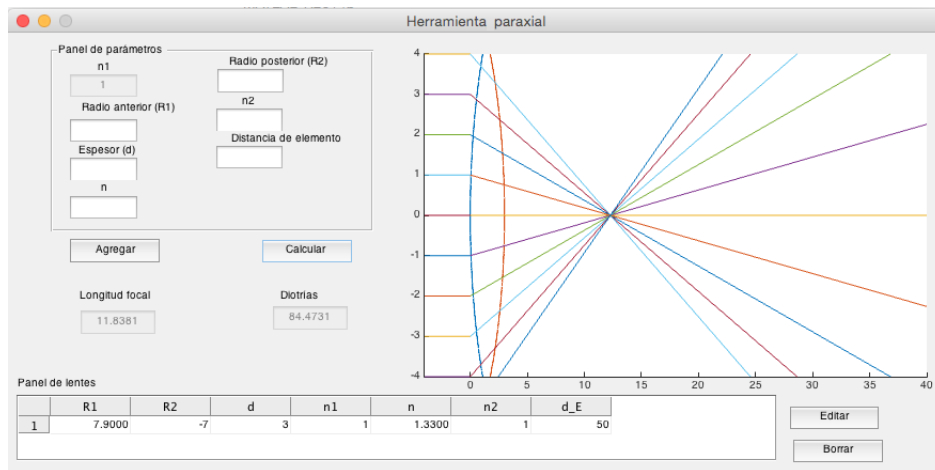
**Figura 2.8:** Interfaz gráfica para introducir los datos y visualizar el trazo de rayos paraxiales.

La programación del modelo y de la interfaz se realizaron en Matlab. Se eligió este soft-

ware debido a que es uno de los lenguajes de programación más comunes para tratar problemas de índole científico, por la amplia gama de librerías que maneja, y además por ser uno de los programas de fácil acceso en nuestra universidad.

Como un ejemplo simularemos una lente convergente, la cual está compuesta por dos superficies esféricas de radios  $R_1$  y  $R_2$ , y un material de índice de refracción  $n$ . Los medios entre los que se encuentra la lente tienen índices  $n_1$  y  $n_2$ , y su espesor es la distancia de separación entre las dos superficies esféricas.

La herramienta calcula las trayectorias de los rayos y despliega gráficamente el resultado, como se muestra en la figura 2.9. Para delinear los rayos y las superficies, se utilizaron conceptos de geometría analítica implementados dentro del programa.

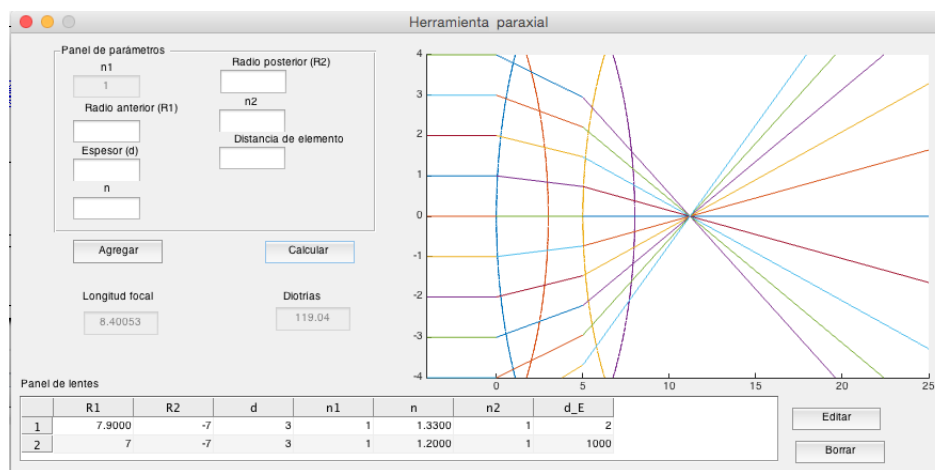


**Figura 2.9:** Trazo de rayos en una lente biconvexa con una distancia focal efectiva de 11.8381 mm.

Como su nombre lo indica, el “*panel de parámetros*” sirve para introducir los parámetros de las lentes que se desean simular. El “*panel de lentes*” tiene la función de gestionar las lentes que se agregan al sistema óptico. El procedimiento para utilizar la herramienta por medio de la interfaz es como sigue:

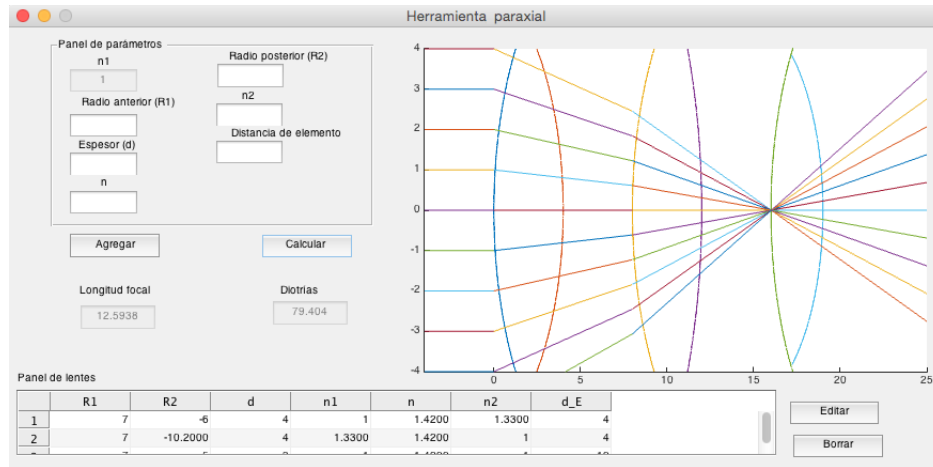
1. Se completan todos los campos para una lente en el panel de parámetros.
2. Presionando el botón “*agregar*”, los datos se anexan a la tabla inferior de la interfaz como se muestra en la figura 2.9.
3. Existe la opción de agregar más lentes para formar un sistema óptico específico repitiendo los pasos 1 y 2.
4. Cuando los parámetros de la lente se han agregado, estos se pueden modificar sólo con presionar el botón “*editar*”.
5. Las lentes agregadas también se pueden eliminar seleccionando la fila de los parámetros correspondientes a la lente y presionando el botón “*borrar*”.
6. Presionando el botón “*calcular*”, el programa realiza el trazo de rayos paraxiales y los despliega en la ventana de resultados.

En la figura 2.10 se muestra la simulación para el caso de dos lentes, cuyos parámetros están dados en el panel de lentes.

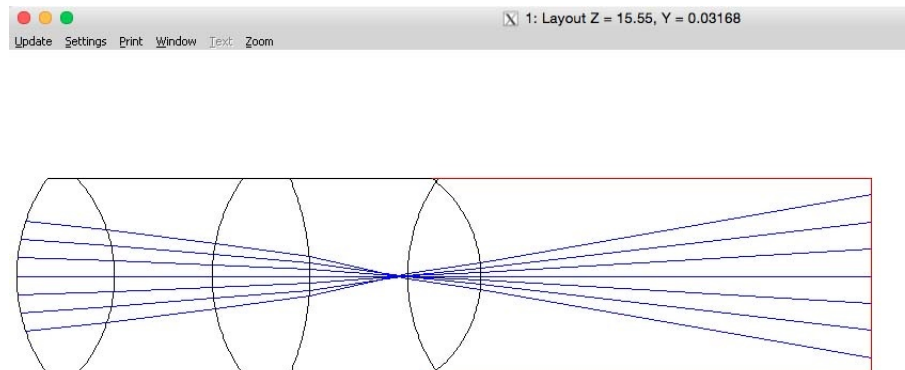


**Figura 2.10:** Trazo de rayos en un sistema óptico con dos lentes biconvexas, cuya distancia focal efectiva de 8.40 mm y una imagen paraxial formada en  $z = 10.95$  mm.

En la figura 2.11 se muestra la simulación del trazo de rayos para un sistema óptico compuesto por tres lentes, y en la figura 2.12 el mismo sistema simulado con el software comercial Zemax versión 2007. En la tabla 2.1 se muestran un resumen de los parámetros del sistema óptico.



**Figura 2.11:** Sistema óptico de tres lentes simulado con la herramienta computacional, imagen imaginaria.



**Figura 2.12:** Sistema óptico de tres lentes simulado con el software comercial Zemax.

**Tabla 2.1:** Parámetros del sistema óptico de tres lentes. (*D.e.*) representa la distancia entre una lente y otra, (*D.f.*) es la distancia focal del sistema y (*H.p.*) la herramienta propuesta

<i>No</i>	$R_1(mm)$	$R_2(mm)$	$d(mm)$	$n_1$	$n$	$n_2$	<i>D.e.(mm)</i>	<i>D.f. (H.p.)</i>	<i>D.f. (Zemax)</i>
lente 1	7.0	-6.0	4	1	1.42	1.33	4	-	-
lente 2	7.0	-10.2	4	1.33	1.42	1	4	-	-
lente 3	7.0	-5.0	3	1	1.42	1	-	12.5938 mm.	12.5938 mm.

## 2.5. Simulación del sistema óptico del ojo humano

En esta parte vamos a utilizar el modelo paraxial y la herramienta desarrollada para simular el sistema óptico del ojo humano. Para esto primero vamos a exponer brevemente el funcionamiento biológico del ojo y sus principales características ópticas.

El ojo humano es un órgano cuya función principal es capturar luz y formar imágenes nítidas en la superficie de la retina. Cuando este proceso es correcto se dice que el ojo es emétrope, lo que significa que el sistema óptico del ojo produce imágenes bien enfocadas sobre la retina; en caso contrario, se le conoce como ojo amétrope, lo que significa que el ojo posee alguna anomalía que impide la formación de imágenes nítidas [6,12].

Debido a que el ojo está constituido por tejidos biológicos, éste crece, envejece y padece enfermedades, por lo que en estos casos la formación de imágenes en la retina se ve afectado. Por tanto, el ojo ha sido objeto de múltiples estudios a partir de diversos enfoques. La principal forma que se ha usado para estudiar el ojo y sus efectos ópticos es a través de modelos teóricos que involucran uno o más elementos del sistema.

Los primeros estudios formales del ojo fueron hechos en el siglo XIX por Helmholtz y continuaron con los estudios de Gullstrand en 1909 [13]. Después surgieron modelos

del ojo como los de Emsley (1952) [14], Le Grand (1980) [15], Kooijman [16], Navarro et al. [17], y Bennett y Rabbetts [18]. La aportación más importante de estos trabajos es que en ellos se reportan los parámetros del ojo más aceptados hasta nuestros días, dando así las bases necesarias para el análisis del ojo humano como un sistema óptico. Por tanto siguen siendo referencias muy utilizadas en el área de la óptica visual.

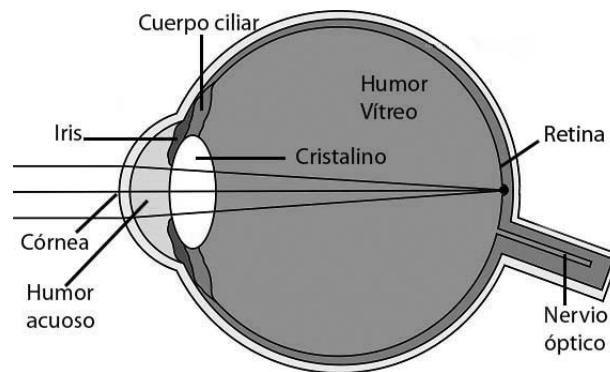
Otros autores han reportado modelos del ojo donde consideran al cristalino como un medio de índice gradiente, como son los trabajos de Atchison y Smith [19], Liou y Brennan [20], Popioleck y Kasprzak [21], Siedlecki et al. [22], Flores Arias-Perez [23], J. A. Díaz [24] y Goncharov et al. [25]. Estos estudios se centran en un solo elemento del ojo (el cristalino), algunos están basados en óptica paraxial y se han simulado a través de programas desarrollados por los autores, a excepción de [20] donde hacen un análisis con trazo de rayos exactos y simulaciones a través del programa comercial [3].

Las matrices ABCD también se han aplicado a modelos del ojo humano, e incluso se han propuesto matrices que describen las trayectorias de los rayos en medios de índice gradiente (GRIN). En este contexto, se ha demostrado que las matrices ABCD son efectivas para determinar las propiedades paraxiales de la distribución de los rayos en medios GRIN, y es posible aplicarlas al cristalino del ojo humano [23, 24, 26–28]. En [29] se implementó en Matlab un modelo matricial a nivel de consola para simular el trazo de rayos en el sistema óptico del ojo tomando en cuenta variaciones de radios de curvatura, espesores y longitudes de onda. Por otra parte, se reportó un trabajo donde se utilizan matrices ABCD matrices para describir aberraciones en medios GRIN, y se aprovechan los datos para simular al ojo humano completo por medio de Zemax [30]; en este trabajo se exponen algunas debilidades del programa al trabajar con medios GRIN, y se implementa una interfaz en C++ para manipular los datos, lo que dificulta la tarea al necesitar dos programas a la vez.

La ventaja de la herramienta propuesta en esta tesis, es que tanto la interfaz como el modelo están implementados en un solo programa, y también es posible introducir la matriz ABCD para medios GRIN reportada en [28, 29], sin embargo nos limitaremos a medios homogéneos.

### 2.5.1. Elementos ópticos del ojo humano

El funcionamiento del sistema óptico del ojo humano está basado en los elementos que se muestran la figura 2.13. Para aplicar el modelo paraxial a este sistema es necesario conocer los elementos que lo conforman, los cuales, según la literatura en optometría, se describen como sigue:



**Figura 2.13:** Ojo normal o emélope: Los rayos de luz provenientes de una fuente puntual lejana se enfocan perfectamente en la retina.

#### 2.5.1.1. La córnea

La córnea es un tejido biológico transparente que tiene un diámetro de 12 mm aproximadamente y se encuentra en la parte exterior del ojo. La córnea se puede considerar como una lente con las siguientes características [12, 31, 32] :



- *Radio de curvatura de la superficie anterior:* Su valor promedio es de aproximadamente 7.7 mm, estando los valores de la parte central comprendidos entre 7.0 y 8.6 mm. Entre un 84 % de todos los ojos, el valor del radio está entre 7.5 y 8.2 mm.
- *Radio de curvatura de la superficie posterior:* Su valor promedio es de aproximadamente 6.8 mm, menor al radio de la superficie anterior, lo que determina que la córnea tenga una forma de menisco cóncavo donde los bordes son más gruesos en las orillas que en el centro.
- *Espesor central de la córnea:* Se encuentra comprendido entre valores de 0.5 y 0.6 mm y varía del centro a la periferia, donde su valor promedio es de 0.7 mm.
- *Índice de refracción:* El valor del índice de refracción de la córnea se sitúa entre 1.36 y 1.38.

#### 2.5.1.2. Humor acuoso

La cámara que contiene al humor acuoso se encuentra situada detrás de la córnea y delante del iris y cristalino. Esta cámara está llena de un líquido incoloro transparente cuyo contenido en agua representa el 98 % y que a diferencia de los otros elementos ópticos del sistema presenta un índice de refracción de 1.334 [17] perfectamente definido en toda su extensión siendo por ello un medio homogéneo. Su espesor es de 3 a 4.5 mm [16,31], el cual disminuye ligeramente con la edad.

#### 2.5.1.3. El iris y la pupila

El iris está situado entre la córnea y la primera superficie del cristalino y es el que da el color a los ojos. La pupila es la abertura circular que se encuentra en el centro del iris, su función es igual a la de un diafragma, la cual es regular la cantidad de luz que llega a la retina. La pupila cambia su diámetro en relación con el nivel de iluminación, pasando de 2 a 3 mm con luz brillante y alrededor de 8 mm en condiciones de poca luz [17].

#### 2.5.1.4. Cuerpo ciliar

El cuerpo ciliar es un conjunto de músculos que cuya función es cambiar la forma del cristalino para su acomodación, por otra parte, produce la salida del humor acuoso a través del canal conocido como canal de Schlemm [32].

#### 2.5.1.5. Cristalino

Como se ha mencionado anteriormente, el cristalino es un medio con índice de refracción gradiente (GRIN), además, es una lente flexible y biconvexa dinámica, totalmente transparente, que se encuentra entre la córnea y la retina. La función del cristalino es enfocar las imágenes de los objetos que miramos en la retina. Para poder hacer esto, el cristalino consta de tres características principales que son, su transparencia, el índice de refracción del medio y el cambio de tamaño.

Una de las propiedades del cristalino es la acomodación, que consiste en enfocar los objetos que se encuentran lejos (que para el ojo es una distancia de 6 metros), hasta los que se encuentran cerca (normalmente una distancia de 25 cm) [6].

El cristalino es transparente y flexible gracias a la actividad metabólica de sus células. Con el tiempo se producen alteraciones en la eficiencia de las células, lo que trae como consecuencia la pérdida de elasticidad del cristalino, afectando el proceso de acomodación; así como también pérdida de su transparencia, lo que conlleva a la enfermedad del ojo conocida como catarata [12,31].

Las características principales del cristalino son las siguientes [31]:

- *Espesor*: En la región central varía de 3.92 a 4.84 mm durante la acomodación, y sin acomodación (conocido también como estado de relajación) es de 4 mm.

- *Diámetro:* El valor de su diámetro frontal es de aproximadamente 8.5 a 10 mm en un adulto.
- *Índice de refracción:* El valor típico considerado por los optometristas es de 1.43 en el centro (índice de refracción alto), y de 1.39 en los extremos (índice de refracción bajo) [32].
- *Radios de curvatura:* Sin acomodación, el radio de la superficie anterior es de 10 mm, y el de la posterior de -6 mm.

#### 2.5.1.6. Humor vítreo

El humor vítreo es un líquido transparente comprendido entre el cristalino y la retina, cuya función más importante es mantener la presión para conservar la forma esférica del globo ocular. El humor vítreo tiene un índice de refracción de 1.336 y un espesor de 16.6 mm sobre el eje óptico [6, 32], y representa casi  $\frac{2}{3}$  partes del globo ocular.

#### 2.5.1.7. Retina

La retina es una capa situada en el fondo del globo ocular formada por células sensibles a la luz, en la cual se forman las imágenes. Los elementos fotosensibles son conocidos como los conos y los bastones. Los bastones están distribuidos en la retina periférica. El pigmento fotosensible de los bastones se llama rodopsina y tiene su sensibilidad máxima en los 500 nanómetros de longitud de onda, proveen de esta manera visión nocturna. Los conos poseen tres tipos de pigmento visual sensible a la luz azul (435 nm), verde (535nm) y roja (565 nm). Estos tres pigmentos, respectivamente, cianolabe, clorolabe y eritrolabe forman la base para la discriminación del color. Los conos se concentran en la parte central de la retina denominada la mácula. La mácula es una pequeña región de 2.5 a 3 mm de diámetro, también conocida como la mancha amarilla y situada en el centro de la retina, esta zona es la que permite tenerla visión lateral o periférica. Posteriormente

la retina convierte los rayos de luz en señales eléctricas que son enviadas por el nervio óptico al cerebro [6, 12, 32].

### 2.5.2. Trazo de rayos paraxiales en el sistema óptico del ojo humano

Existen trabajos en la literatura donde se han reportado parámetros del ojo humano que siguen siendo utilizados hasta nuestros días [16, 17, 33], de manera que se han convertido en los valores típicos para estudios en óptica visual.

Para realizar simulaciones del ojo utilizaremos los valores de radios de curvatura e índices de refracción dados por Navarro et al. [17], y los espesores reportados por Kooijman [16]. Estos valores se muestran en las tablas 2.2, 2.3 y 2.4 respectivamente.

Descripción	Valor típico
Índice del aire	1.0000
Índice de la córnea	1.376
Índice del humor acuoso	1.3374
Índice del cristalino	1.42
Índice del humor vítreo	1.336

**Tabla 2.2:** Valores de los índices de refracción de los elementos ópticos del ojo humano.

Descripción	Valor típico
Radio de curvatura anterior de la córnea	7.72 mm
Radio de curvatura posterior de la córnea	6.5 mm
Radio de curvatura anterior del cristalino	10.2 mm
Radio de curvatura posterior del cristalino	-6 mm

**Tabla 2.3:** Valores de los radios de curvatura de los elementos ópticos de un ojo relajado.

Descripción	Valor típico
Distancia del objeto a la primera superficie	6 m
Espesor de la córnea	0.55 mm
Espesor del humor acuoso	3.05 mm
Espesor del cristalino	4 mm

**Tabla 2.4:** Valores de los espesores de los elementos ópticos de un ojo relajado.

En la figura 2.14 se presenta la simulación del ojo humano obtenida con la herramienta desarrollada. Los parámetros de la lente se pueden observar en el panel de lentes, los cuales se pueden modificar con la interfaz gráfica.

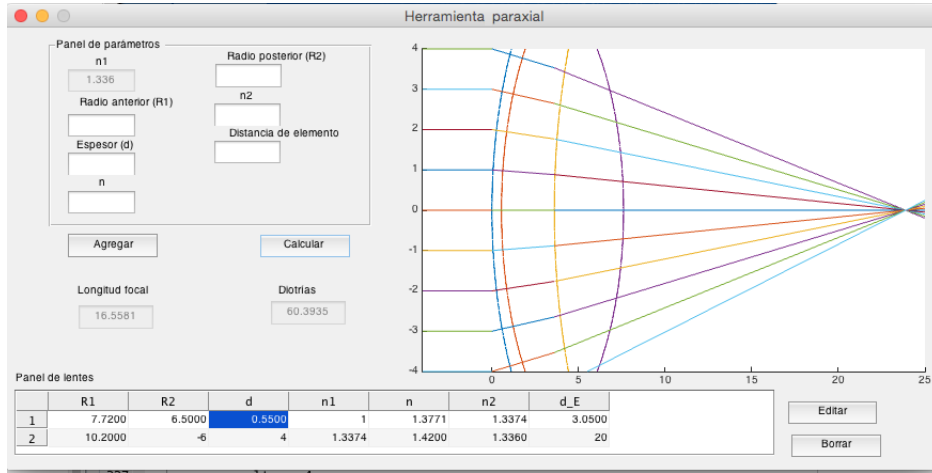


Figura 2.14: Simulación del ojo humano, imagen paraxial formado  $z = 23.98$  mm.

En esta simulación se puede apreciar el foco formado por los rayos proyectados a través del sistema, el cual se encuentra a una distancia de 23.98 mm desde el punto inicial situado en cero. Esto significa que en estas condiciones el globo ocular tiene un diámetro de alrededor 24 mm, coincidiendo con el valor típico reportado en varios trabajos. La distancia a la que se forma el foco después del sistema óptico es de 16.55 mm, que conlleva a obtener una potencia de 60.39 dioptrías (según la ecuación (2.15)), valor semejante al reportado como potencia refractiva total del ojo humano, y considerado el valor promedio en ojos emétopes [12]. En la tabla se muestra el resumen de los parámetros utilizados para hacer la simulación del sistema óptico del ojo humano.

$N_o$	$R_1(mm)$	$R_2(mm)$	$d(mm)$	$n_1(mm)$	$n$	$n_2$	$D.e(mm)$	$D.f (H.p)$
lente 1	7.72	6.5	0.55	1	1.3771	1.3374	3.05	-
lente 2	10.2	-6	4	1.3374	1.42	1.336	-	16.55 mm.

Tabla 2.5: Sistema óptico del ojo humano.

## 2.6. Conclusiones del capítulo

En este capítulo se utilizó un modelo basado en matrices ABCD para desarrollar una herramienta computacional, cuya finalidad es simular el trazo de rayos paraxial en un sistema óptico. Asimismo, se desarrolló una interfaz gráfica que sirve para modificar los parámetros del sistema óptico bajo prueba, como son radios de curvatura, índices de refracción y distancias entre superficies.

Se realizaron pruebas para sistemas ópticos con dos y tres lentes y se compararon los resultados con los de un software comercial con la finalidad de probar la efectividad de la herramienta desarrollada, obteniendo resultados similares.

Como un ejemplo particular de aplicación, se propuso simular el sistema óptico del ojo humano. Los resultados obtenidos en esta parte muestran que la herramienta paraxial es útil para obtener la distancia focal efectiva del ojo y su potencia refractiva. Estos parámetros son de interés para los especialistas en áreas como la optometría y oftalmología, ya que para analizar los defectos de refracción en el ojo de un paciente, se realizan cálculos relacionados con ambos. La herramienta paraxial desarrollada en este trabajo ha sido aplicada en el análisis de defectos de refracción, tales resultados se reportaron en [27].

El método matricial es muy efectivo para obtener las trayectorias de los rayos en el régimen paraxial, la distancia focal efectiva asociada a un sistema óptico, o bien, la posición de la imagen; además permite el tratamiento tanto de lentes delgadas como gruesas. Sin embargo, es deseable poder hacer el análisis fuera de la zona paraxial, ya que de esta forma se tendrían resultados más apegado al comportamiento real de un sistema óptico.

El salir de la zona paraxial los sistemas ópticos producen lo que se conoce como aberra-

ciones, las cuales son de gran interés en el campo de la óptica, y no pueden visualizarse con la herramienta paraxial. Por lo que es necesario realizar una herramienta basada en ecuaciones de óptica no-paraxial, conocida también como óptica exacta o de tercer orden. El desarrollo de una herramienta computacional de este tipo se presenta en el siguiente capítulo.



# Capítulo 3

## Herramienta computacional modelada con óptica no-paraxial

### 3.1. Introducción

La óptica paraxial representa una teoría efectiva para determinar el comportamiento geométrico de los rayos de luz al pasar a través de un sistema óptico. Hemos visto que esta teoría permite calcular la distancia focal efectiva y la posición de la imagen de manera sencilla, razón por la cual es muy utilizada en óptica. Sin embargo, la óptica paraxial sólo proporciona una aproximación del comportamiento real de un sistema óptico, ya que las funciones trigonométricas asociadas a los rayos se eliminan al tratar solo con alturas y ángulos pequeños (aproximación paraxial).

Para obtener datos más precisos, se utiliza la óptica no-paraxial, conocida también como óptica de tercer orden, la cual está basada en ecuaciones exactas para obtener el trazo de rayos y los datos asociados con un sistema óptico [6, 7, 34]. Con esta teoría se pueden analizar efectos ópticos que no son obtenidos con la óptica paraxial, un ejemplo de ello son las conocidas como aberraciones ópticas, que son las que producen una baja calidad

en la imagen, algo que no es deseable en un sistema óptico. Por otra parte, siempre es preferible realizar el análisis de un sistema óptico por medio de una teoría que nos proporcione datos y resultados más apegados a su comportamiento real.

En este capítulo se presenta el desarrollo de una herramienta computacional para el trazo de rayos no-paraxiales, cuyo objetivo es reducir las limitaciones que se tienen con la presentada en el Capítulo 2. Para esto haremos uso de la teoría propuesta por H. A. Elagha [35], la cual está basada en el principio de Fermat para derivar fórmulas exactas en términos de la longitudes del objeto y de la imagen con respecto a las superficies. Esta teoría se presentó como una alternativa para el trazo de rayos que no utiliza la ley de Snell ni fórmulas trigonométricas.

Empezaremos con la explicación de algunos conceptos, que no recibieron mucha atención en el tratamiento paraxial. Posteriormente se presentan las fórmulas utilizadas y su aplicación en el modelo computacional.

## **3.2. Primeras consideraciones para el trazo de rayos exacto (no-paraxial)**

### **3.2.1. Superficie esférica**

Los sistemas ópticos encargados de formar imágenes están compuestos principalmente de lentes, las cuales son dispositivos ópticos que constan de dos interfaces esféricas y un medio entre ellas que posee un determinado índice de refracción. Las interfaces esféricas representan las superficies refractoras más comunes y útiles en óptica. Los parámetros que definen a una superficie refractora esférica se definen a continuación [6].

- Centro de curvatura: es el centro de una esfera imaginaria que contiene a la super-

ficie refractora.

- Radio de curvatura: es la distancia que hay desde cualquier punto sobre la superficie refractora esférica a su centro de curvatura.
- Vértice: es un punto sobre la superficie refractora, en el centro de su abertura libre. Esta superficie se supone de forma circular.
- Eje óptico: es una línea imaginaria que pasa por el vértice y el centro de curvatura.

### 3.2.2. Tipos de rayos en óptica geométrica

Los rayos de luz estudiados en óptica geométrica, frecuentemente se consideran provenientes de cualquier fuente puntual, tomando como referencia al eje óptico. Cuando los rayos inciden en la superficie esférica su orientación no siempre será paralela al eje óptico, por tal motivo, se pueden clasificar en los siguientes tipos [6, 7]

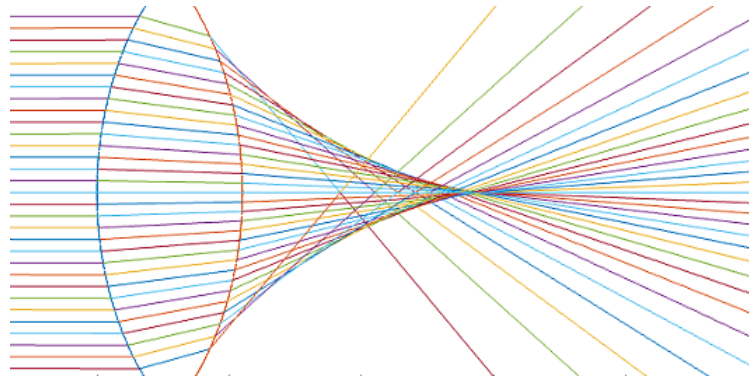
- Rayo meridional: es cualquier rayo que pasa por el eje óptico, no necesariamente paralelo a él.
- Rayo oblicuo: es cualquier rayo que no sea meridional, además de no tener un punto en común con el eje óptico y mucho menos paralelo a él.
- Rayo paraxial: es un rayo meridional cuyo ángulo con el eje óptico es muy pequeño, es decir, es un rayo muy cerca al eje óptico.

### 3.2.3. Aberración esférica

La aberración esférica es una desviación producida por los rayos de luz que entran en las partes extremas de la lente, como consecuencia de esto, se generan múltiples focos o imágenes sobre el eje óptico considerando que el objeto también se generó sobre el mismo eje. La aberración de esfericidad es la más importante de las aberraciones de *Seidel*

(coma, astigmatismo, distorsión y curvatura de campo).

Aunque en este estudio no trataremos las aberraciones, las mencionamos ya que el trazo no-paraxial permite observar la curva generada por los rayos refractados, llamada *cáustica*, la cual se muestra en la figura 3.1. Para reducir la *cáustica* generalmente se cambian los radios de curvatura de la lente en los extremos, obteniendo lo que se conoce como una lente *asférica* [6, 34].



**Figura 3.1:** Trazo de rayos no-paraxial a través de una lente esférica convergente, se observa la *cáustica* generada por los rayos refractados por la superficie.

### 3.2.4. Convención de signos

En la literatura, muchos autores obtienen sus conclusiones o fórmulas con base a la convención de signos. En nuestro caso, tomaremos como referencia la figura 3.2 para obtener los siguientes criterios:

- Los rayos que se generan desde una fuente de luz viajan de derecha a izquierda.
- El radio de curvatura  $R_m$  es positivo cuando la superficie es convergente, y negativo cuando la superficie es divergente.

- La distancia  $S_0$  entre el objeto  $O$  y el vértice  $V$  de la superficie es positivo cuando el objeto se encuentra a la izquierda de  $V$ , y en caso contrario es negativa.
- La distancia  $S_m$  entre la imagen  $I$  y el vértice  $V$  de la superficie es positiva si la imagen se encuentra a la derecha de la superficie, y en caso contrario es negativa.
- La distancia  $K_m$  entre el objeto  $O$  y el centro de curvatura *c.c.* es positiva si el objeto está a la izquierda de *c.c.*, y en caso contrario es negativa.
- La distancia  $K'_m$  entre la imagen  $I$  y el centro de curvatura *c.c.* es positiva si la imagen está a la derecha de *c.c.*, y en caso contrario es negativa.
- La longitud de un rayo es positiva si el rayo es real, y negativa si corresponde a la extensión de un rayo. En la figura 3.2 se muestra un rayo que incide en una superficie esférica convergente  $m$ ,  $P$  es la longitud del rayo incidente y  $P'$  es la longitud del rayo refractado por la superficie.

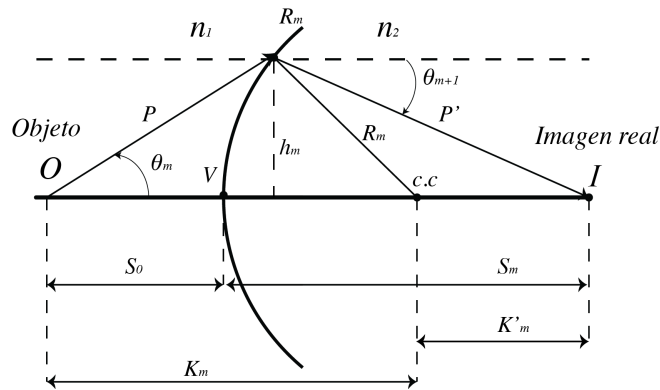
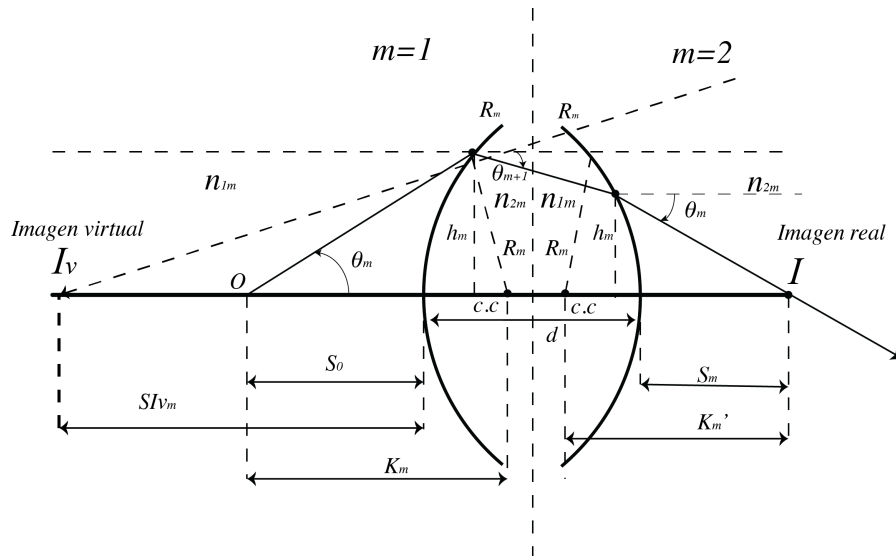


Figura 3.2: Refracción de un rayo de luz por una superficie esférica convergente.

### 3.3. Fórmulas para el trazo de rayos exacto (no-paraxial) en $m$ superficies.

Como se mencionó anteriormente, utilizaremos las fórmulas para el trazo de rayos no-paraxiales dadas en [35], las cuales forman parte de una teoría no-trigonométrica para hacer el seguimiento exacto de los rayos que atraviesan una lente o un sistema óptico formado por superficies esféricas. Nuestro propósito es adaptar esta teoría para desarrollar un modelo computacional capaz de simular la propagación de los rayos gráficamente. Para esto consideraremos el diagrama de la figura 3.3, donde se muestran dos superficies esféricas que forman una lente convergente. Los cálculos se hacen para cada una de las superficies que conforman el sistema óptico, en el caso de la lente se tienen dos superficies, las cuales en el diagrama dividiremos con una línea imaginaria por cuestiones prácticas. Al sistema incide un rayo de luz que se produce desde un objeto situado a una distancia  $S_0$  con respecto a la primera superficie.



**Figura 3.3:** Un sistema centrado en el eje óptico compuesto de dos superficies esféricas.

Es importante recalcar que la teoría permite introducir desde una hasta  $m$  superficies,

### 3.3 Fórmulas para el trazo de rayos exacto (no-paraxial) en $m$ superficies. 43

para el caso de una lente formada por dos superficies esféricas el valor de  $m$  es 2, para un sistema óptico de tres superficies  $m = 3$ , y así sucesivamente.

Cuando se trata de la primera superficie ( $m = 1$ ) se propone un valor para  $S_0$  y el ángulo  $\theta_m$  del rayo incidente, hay que notar que existe una relación entre la distancia  $S_0$  y el ángulo  $\theta_m$ , entre mayor sea la distancia  $S_0$  menor es el ángulo, de lo contrario, el rayo se propagaría al infinito sin incidir en la superficie. El valor de  $K_m$  se calcula realizando la siguiente operación aritmética:

$$K_m = S_0 + R_m \quad (3.1)$$

Recordemos que el convenio de signos dice que  $K_m$  es positiva si el objeto esta a la izquierda del centro de curvatura, en el caso contrario la distancia  $K_m$  es negativa. Para  $m = 1$  asumiremos la existencia de una superficie imaginaria ( $m = 0$ ) que precede a la primera superficie, en este caso, el objeto se encontraría a la derecha del centro de curvatura de la superficie imaginaria y por tanto  $K_m$  sería negativa.

Para calcular la posición de la imagen desde la última superficie, se aplica la siguiente operación aritmética:

$$S_m = K'_m + R_m \quad (3.2)$$

donde  $K'_m$  es la distancia desde el centro de curvatura a la imagen. En el caso de tener superficies sucesivas,  $K'_m$  sería la distancia desde el centro de curvatura a la siguiente superficie.

Si el radio de curvatura  $R_m$  es positivo, se utiliza la siguiente fórmula para  $K'_m$ :

### 3.3 Fórmulas para el trazo de rayos exacto (no-paraxial) en $m$ superficies. 44

$$K'_m = + \frac{R_m^2}{\sqrt{\beta_m^2 R_m^2 - h_m^2} - \sqrt{R_m^2 - h_m^2}} \quad (3.3)$$

de lo contrario

$$K'_m = - \frac{R_m^2}{\sqrt{\beta_m^2 R_m^2 - h_m^2} - \sqrt{R_m^2 - h_m^2}} \quad (3.4)$$

donde  $h_m$  es la altura del rayo, y  $\beta_m$  es un valor constante que representa la diferencia entre el rayo que se traza desde el centro de curvatura y el rayo incidente, dado como

$$\beta_m = - \frac{n_{2m}}{n_{1m}} \left( \cos(\theta_m) + \sqrt{\left(\frac{R_m}{K_m}\right)^2 - (\sin \theta_m)^2} \right) \quad (3.5)$$

para  $\frac{R_m}{K_m}$  positivo, y

$$\beta_m = - \frac{n_{2m}}{n_{1m}} \left( \cos(\theta_m) - \sqrt{\left(\frac{R_m}{K_m}\right)^2 - (\sin \theta_m)^2} \right) \quad (3.6)$$

para  $\frac{R_m}{K_m}$  negativo.

La altura del rayo que incide en la  $m$ -ésima superficie está dada por:

$$h_m = \left( \frac{n_{1m}}{n_{2m}} \right) \beta_m \sin(\theta_m) \quad (3.7)$$

Para calcular  $K_m$  en un sistema de superficies sucesivas se emplea la siguiente ecuación:

$$K_m = K'_{m-1} - d_m + R_{m-1} - R_m \quad (3.8)$$



donde  $d_m$  es la distancia que existe entre las superficies  $m - 1$  y  $m$ . La ecuación (3.8) sólo aplica cuando  $m \geq 2$ , ya que cuando  $m = 1$  se utiliza la expresión  $K_m = S_0 + R_m$ .

Para encontrar el ángulo de salida en una superficie, que servirá como el ángulo de entrada a la superficie posterior, se emplea la siguiente fórmula:

$$\sin(\theta_m) = \left( \frac{n_{1m-1}K_{m-1}}{n_{2m-1}K'_{m-1}} \right) \sin(\theta_{m-1}) \quad (3.9)$$

donde  $n_{1m-1}$  y  $n_{2m-1}$  son los índices de refracción entre los que se encuentra la interfaz definida por la superficie  $(m - 1)$ .

A continuación presentamos el desarrollo de la herramienta computacional basada en las ecuaciones exactas (3.1) a (3.9), la cual servirá para simular el trazo de rayos no-paraxial.

### **3.4. Herramienta computacional para el trazo de rayos no-paraxial.**

Para desarrollar esta herramienta computacional se utilizó Matlab 2014-b instalado en una MacBook Pro OS X Yosemite. En la figura 3.4 se muestra un diagrama del funcionamiento de la herramienta para calcular la propagación de un rayo a través de una superficie esférica. Consideraremos rayos que provienen de una fuente puntual situada a una distancia  $S_0$  respecto a la primera superficie.

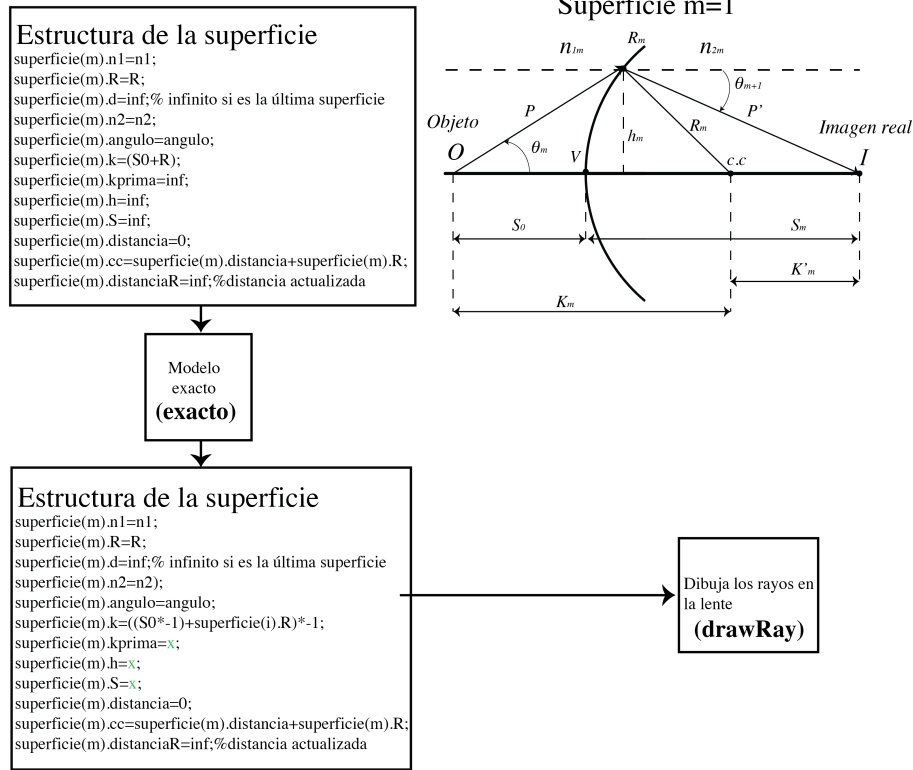


Figura 3.4: Estructura para el trazo de rayos en una superficie esférica.

Para fines didácticos se puede ver la estructura de la superficie como un bloque, la cual contiene toda la configuración de ésta, los pasos para calcular la posición de la imagen son los siguientes:

1. Se crea un bloque de la nueva superficie.
2. Se inicializan todos los parámetros  $(n_{1m}, n_{2m}, R_m)$ .
3. Si  $m = 1$ , la distancia se inicializa en  $inf$ .
4. Si  $m = 1$ , el ángulo se inicializa con el ángulo de incidencia del rayo.
5. Si  $m = 1$ ,  $K = -(S_0 + R_m)$ .
6. Se determina el centro de curvatura.

7. Cuando al bloque se le han asignado todos los parámetros, éste se envía a una función llamada **exacto**, que devuelve el bloque de la estructura con los valores de  $K'_m$ ,  $h_m$  y  $S_m$  inicializados.
8. El segundo bloque generado por la función **exacto** se envía a la función **drawRay** que se encarga de trazar los rayos hasta la imagen.

Las funciones **exacto** y **drawRay** se han desarrollado para el funcionamiento de la herramienta, la primera se encarga de hacer los cálculos necesarios para determinar las alturas, si hay más de una superficie se calculan las distancias entre ellas y la distancia de la última superficie a la imagen. Si el valor de la distancia de la imagen  $S_m$  es negativa, significa que los rayos no convergen y existe una imagen virtual del lado derecho de la superficie como se muestra en la figura 3.3. Finalmente **drawRay** traza los rayos desde el objeto hasta el punto donde se forma la imagen.

En el caso de tener dos o más superficies, se definen dos bloques, el bloque 1 solamente almacena la configuración de la primera superficie, mientras el bloque 2 es la base para crear  $n$  bloques para  $m$  superficies. En este caso los pasos para calcular la posición de la imagen son los siguientes:

1. Se crean dos bloques en total, uno por cada superficie.
2. Se inicializan todos los parámetros  $(n_{1m}, n_{2m}, R_m)$  para ambas superficies. Como la salida de la superficie 1 es la entrada de la superficie dos, entonces  $n_{1m} = n_{2m-1}$ .
3. Si  $m = 1$ , la distancia  $d$  se inicializa en *inf*. Si  $m = 2$ , se inicializa  $d$  con el valor de la distancia de la primera superficie a la segunda, es decir, el espesor de la lente. Esto se repite en el caso de tener más de dos superficies sucesivas.
4. Si  $m = 1$ , el ángulo se inicializa con el ángulo de incidencia del rayo; si no, el ángulo se inicializa en *inf*.

5. Si  $m = 1$ ,  $K = -(S_0 + R_m)$ ; si no,  $K_m$  se inicializa en *inf*.
6. Se determina el centro de curvatura de ambos bloques.
7. Cuando al bloque se le han asignado todos los parámetros, éste se envía a una función llamada **exacto**, que devuelve el bloque de la estructura con valores  $K'_m$ ,  $h_m$  y  $S_m$  inicializados, en el caso de ser dos o más superficies, devuelve el nuevo ángulo y la distancia  $K_m$ .
8. El último bloque generado por la función **exacto** se envía a la función **drawRay** que se encarga de trazar los rayos hasta el punto donde se forma la imagen.

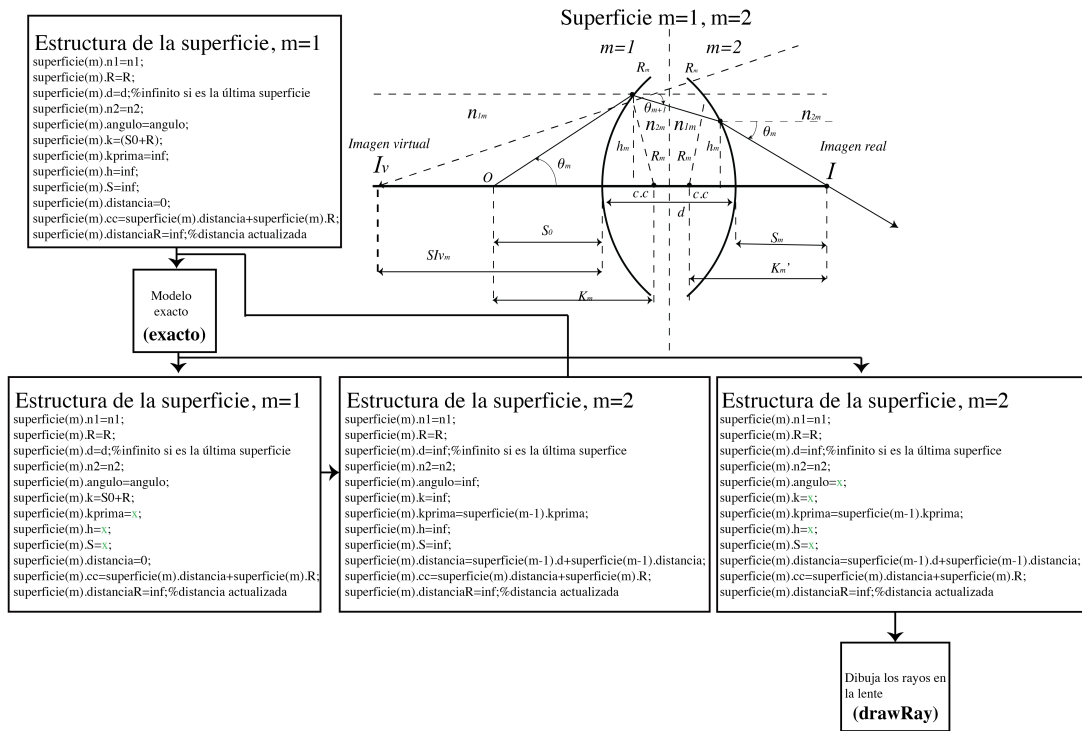
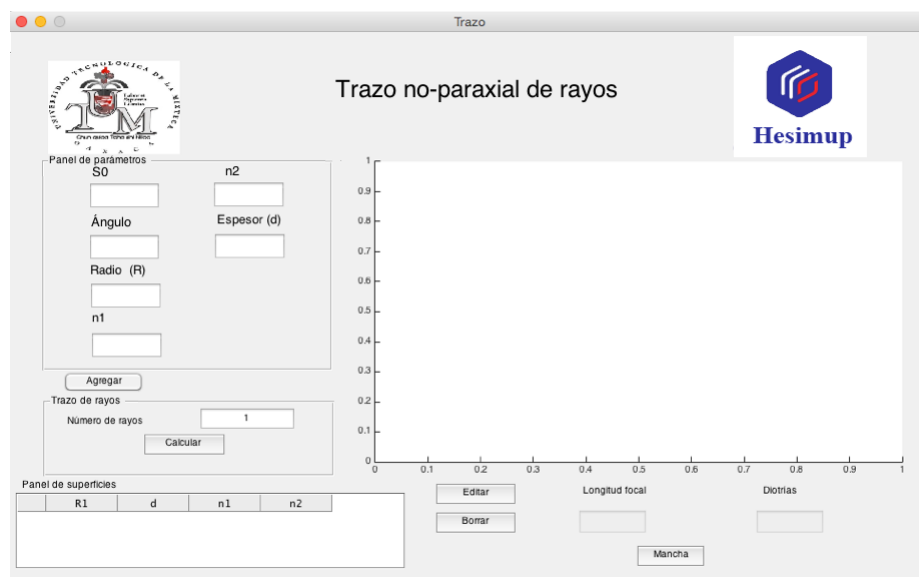


Figura 3.5: Estructura para el trazo de rayos de dos superficies esféricas.

El programa proporciona las alturas y ángulos de los rayos a través y al final del sistema óptico, así como la distancias que determinan la posición de la imagen. De tal forma que la herramienta realiza el trazo de rayos y también calcula la distancia focal efectiva del sistema óptico. La unidad de longitud establecida en la herramienta son milímetros (mm), y por ende al hacer la conversión a metros, automáticamente obtenemos la potencia (el inverso de la distancia focal) en dioptrías. Ésta cuenta con una interfaz gráfica que permite cambiar los parámetros, como son: la distancia del objeto a la primera superficie, el ángulo de incidencia, los índices de refracción anterior y posterior a la superficie, los radios de curvatura, y las distancias que definen el espesor de la lente.

En la figura 3.6 se muestra la interfaz gráfica de la herramienta, la cual, además de introducir los datos, permite agregar una o más superficies, así como editar, borrar y calcular las trayectorias de 1 a  $n$  rayos a través de las superficies existentes.

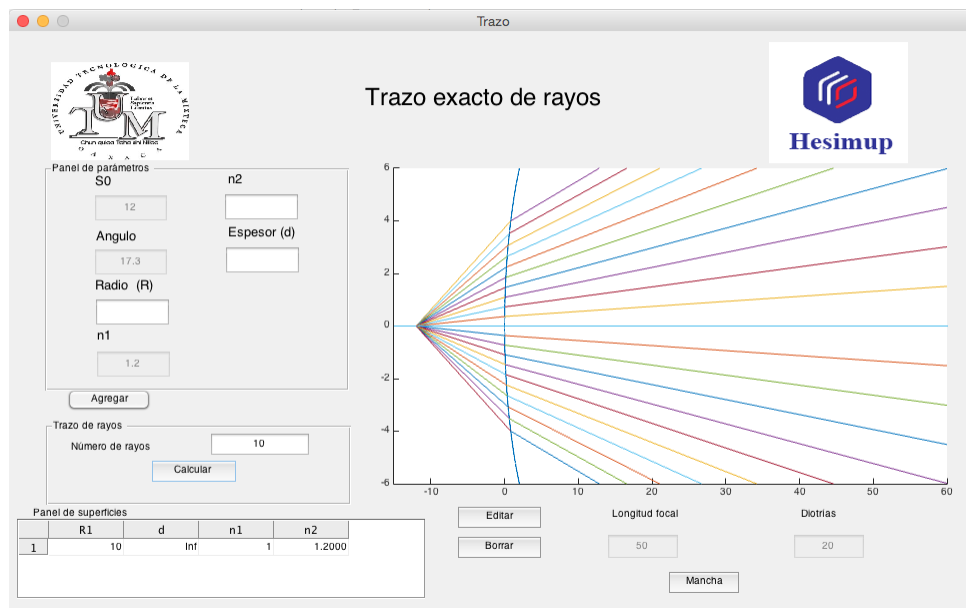


**Figura 3.6:** Pantalla principal de la herramienta para el trazo no-paraxial de rayos.

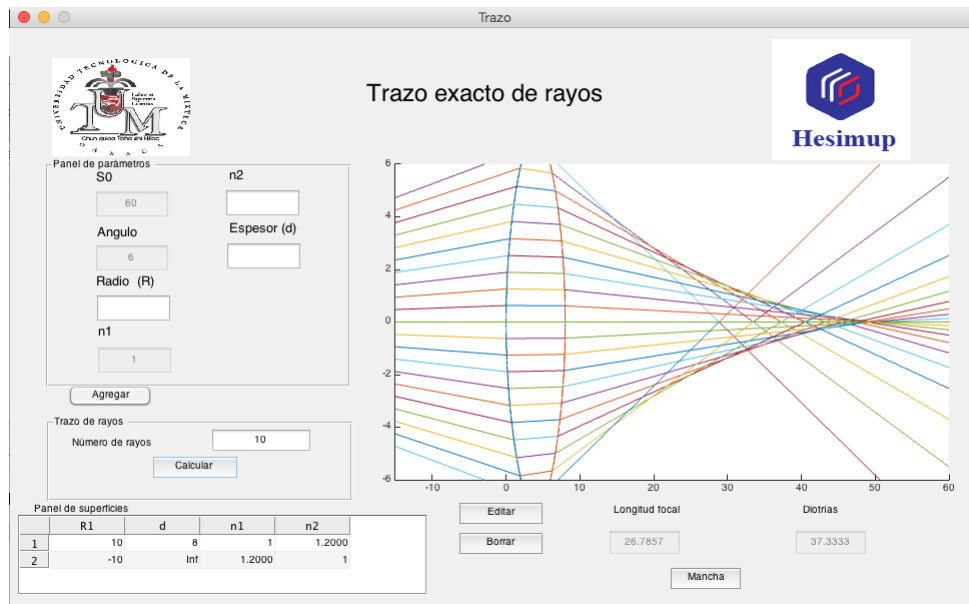
En la figura 3.7 se muestra el funcionamiento de la herramienta. Se trazan 10 rayos, con

un ángulo inicial de  $17.3^\circ$ , una distancia  $S_0$  de 12 mm, índices de refracción  $n_1 = 1$  y  $n_2 = 1.2$ , para una superficie con radio de curvatura  $R = 10$  mm y espesor  $d = inf$ . La simulación da una distancia focal efectiva de la superficie de 50 mm.

En la figura 3.8 se trazan 10 rayos con un ángulo inicial de  $6^\circ$ , un objeto colocado a  $S_0 = 60$  mm, la primera superficie tiene un radio de curvatura  $R_1 = 10$  mm y está entre dos índices de refracción  $n_{11} = 1$  y  $n_{21} = 1.2$ . Para la segunda superficie el radio de curvatura es  $R_2 = -10$  mm, y está entre dos índices de refracción  $n_{12} = 1.2$  y  $n_{22} = 1$ . La distancia entre las superficies es  $d = 8$  mm, y después de la segunda superficie  $d = inf$ . La simulación da una distancia focal efectiva de 26.7 mm, y se puede observar la cáustica generada por la aberración esférica.



**Figura 3.7:** Trazo de rayos no-paraxial, Una superficie esférica, distancia focal efectiva 50 mm, imagen imaginaria



**Figura 3.8:** Trazo de rayos no-paraxial, Dos superficies esféricas formando una lente cuya distancia focal efectiva es de 26.7 mm. Los rayos de la región paraxial se concentran en  $z = 50.51$  mm.

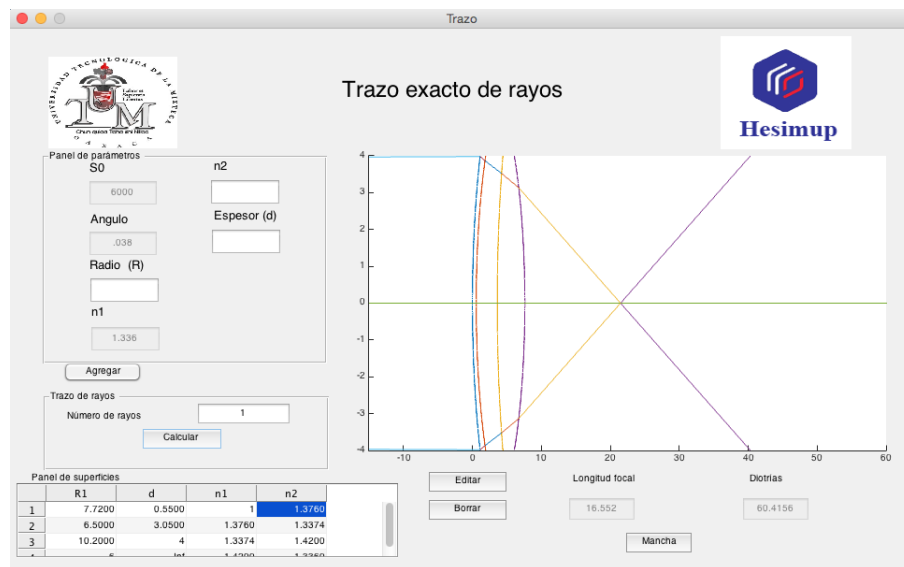
### 3.5. Simulación de sistemas ópticos compuestos por más de dos superficies esféricas

A continuación se presentan las simulaciones para tres ejemplos particulares. El primero es el sistema óptico del ojo humano, cuyas características ya fueron descritas en el capítulo 2. El segundo es un sistema formado por dos lentes (4 superficies) y el tercero un sistema formado por tres lentes (6 superficies).

#### 3.5.1. Simulación del sistema óptico del ojo humano

De manera general y como se mencionó en el capítulo 2, el sistema óptico del ojo humano es un sistema natural formado por cuatro elementos ópticos, la córnea, el humor acuoso, el cristalino y el humor vítreo, todos estos elementos en conjunto permiten formar una imagen en la retina. Los parámetros de estos elementos se presentaron en la tabla 2.5.

En la figura 3.9 se muestra la simulación de este sistema óptico para dos rayos provenientes de un objeto puntual colocado a una distancia  $S_0=6000$  mm, con un ángulo de incidencia de  $0.038^\circ$ . Bajo estas consideraciones los rayos entran casi paralelos al sistema óptico. El punto que representa a la imagen se forma sobre el eje óptico a una distancia  $z= 24.07$  mm, la distancia focal efectiva calculada es de 16.552 mm y, como la unidad de longitud esta dada en mm, podemos hacer la conversión a metros y obtener la potencia refractiva ( $P$ ), la cual resulta de 60.41 dioptrías. Estas tres cantidades calculadas son semejantes a las reportadas como diámetro del globo ocular, distancia focal efectiva y potencia refractiva total del ojo humano.

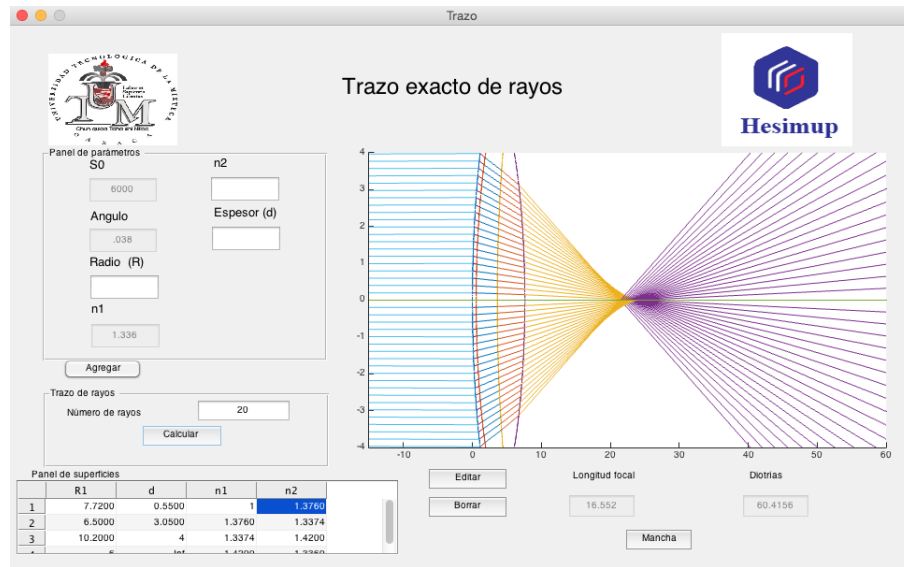


**Figura 3.9:** Simulación del sistema óptico del ojo humano con dos rayos. La distancia focal efectiva es de 16.552 mm, y la imagen se forma en  $z = 21.47$  mm.

En la figura 3.10 se proyectan 20 rayos, en esta se puede observar la cáustica formada por la aberración esférica producida en el sistema. También se observa lo que se conoce como la imagen paraxial, la cual es la formada por rayos cuyas alturas se consideran pequeñas en comparación con los rayos que inciden a alturas cercanas al diámetro de la primera

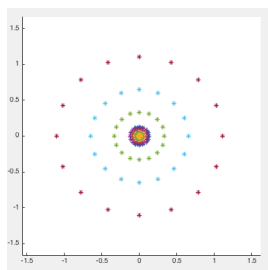


lente.



**Figura 3.10:** Simulación del sistema óptico del ojo humano con veinte rayos. La distancia focal efectiva es de 16.552 mm, y la imagen paraxial se forma en  $z = 24.07$  mm.

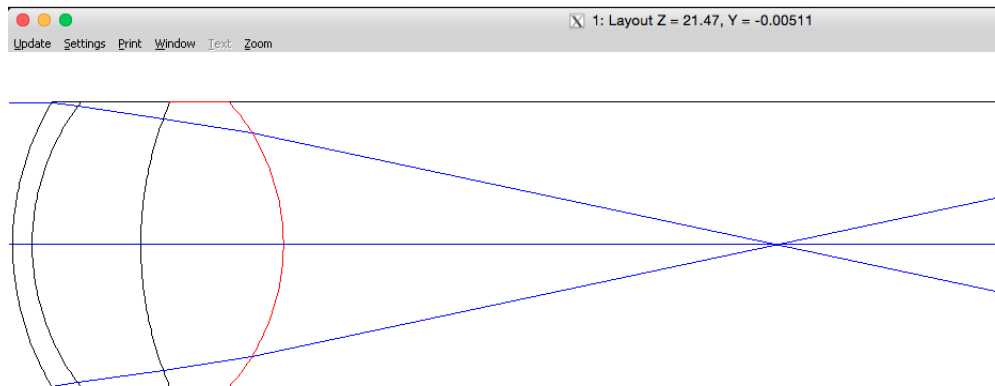
Esta herramienta computacional también es capaz de obtener lo que en óptica se conoce como diagramas de manchas (*spot diagrams* por su nombre en inglés) a la distancia que uno desee, lo cual para este caso se muestra en la figura 3.11.



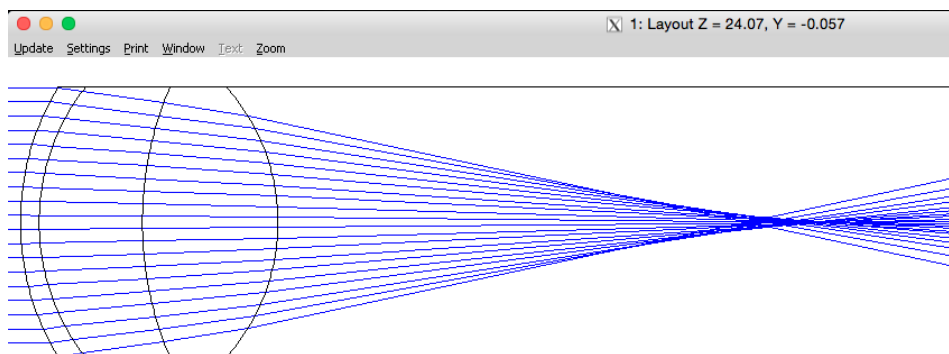
**Figura 3.11:** Diagrama de manchas correspondiente a los rayos de la figura 3.10 a una posición de 20 mm.

Con la intención de corroborar nuestros resultados, se simuló el mismo sistema del ojo

humano con el software comercial Zemax versión 2007, obteniendo resultados similares. Estos se muestran en las figuras 3.12 y 3.13.



**Figura 3.12:** Simulación en Zemax del sistema óptico del ojo humano con dos rayos. La distancia focal efectiva es de 16.552 mm, y la imagen se forma en  $z = 21.47$  mm.



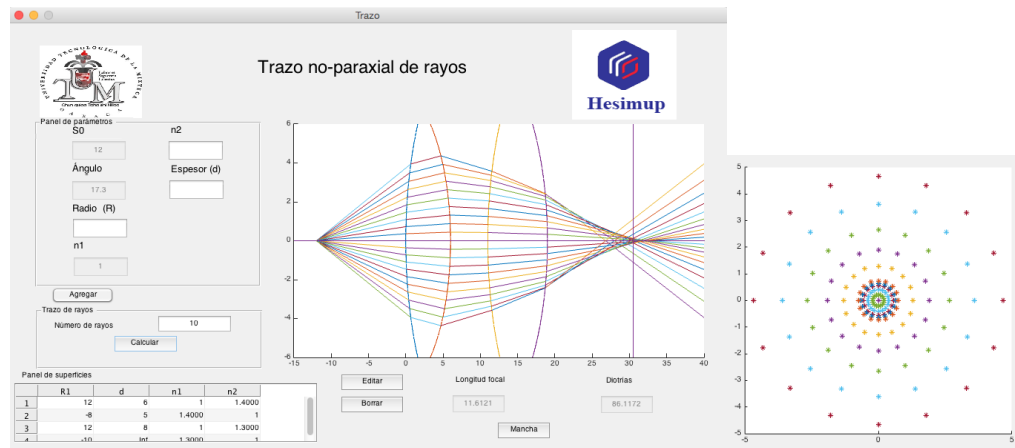
**Figura 3.13:** El mismo sistema óptico simulado con veinte rayos. La distancia focal efectiva es de 16.552 mm, y la imagen paraxial se forma en  $z = 24.07$  mm.

#### 3.5.2. Simulación de un sistema óptico con dos lentes

En el siguiente ejemplo se presenta un sistema óptico formado por dos lentes convergentes (4 superficies), en el cual se proyectan 10 rayos desde un objeto puntual colocado a una distancia  $S_0 = 12$  mm. El ángulo de entrada correspondiente al rayo que incide a la máxima altura es  $\theta_{max} = 17.3^\circ$ , y este ángulo decrece para los de mas rayos a una razón

### 3.5 Simulación de sistemas ópticos compuestos por más de dos superficies esféricas

$\frac{\theta_{max}}{NumRayos}$ . La herramienta calcula una distancia focal efectiva de 11.61 mm para este sistema. Un resumen de los parámetros se muestran en la tabla 3.1. De igual forma, en la figura 3.17 se muestra la simulación del mismo sistema con Zemax para corroborar nuestros resultados.

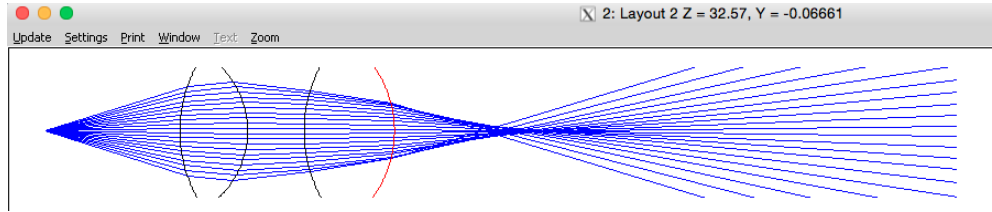


(a) Un sistema óptico de 2 lentes y 4 superficies con 10 rayos, distancia focal efectiva de 11.61 mm, imagen paraxial formada  $z=32.5739$  mm. (b) Diagrama de rayos a una distancia de 31.5 mm.

**Figura 3.14:** Trazo de un sistema óptico de dos lentes

No	$R_1(mm)$	$d(mm)$	$n_1$	$n_2$
1	12	6	1 .00	1.4000
2	-8	5	1.4000	1.00
3	12	8	1 .00	1.3000
4	-10	<i>inf</i>	1.3000	1.00

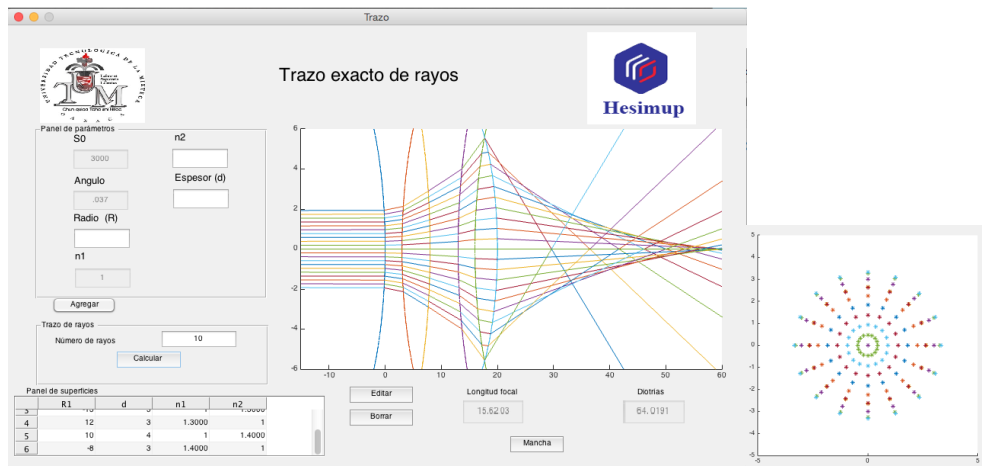
**Tabla 3.1:** Parámetros del sistema óptico con dos lentes, (4 superficies).



**Figura 3.15:** Simulación del sistema de dos lentes en Zemax. La distancia focal efectiva es de 11.61 mm, y la imagen paraxial se forma en  $z=32.57$  mm.

### 3.5.3. Simulación de un sistema óptico de tres lentes

En esta parte se simula un sistema óptico formado por tres lentes, dos divergentes y una convergente (6 superficies). Se proyectan 10 rayos desde un objeto situado en  $S_0 = 3000$  mm, incidiendo con un ángulo de  $0.037^\circ$ , datos para los cuales tendríamos rayos casi paralelos. La herramienta calcula una distancia focal efectiva de 15.62 mm. El resumen de los parámetros de este sistema se muestran en la tabla 3.2. El mismo ejemplo se simuló en Zemax para corroborar nuestros resultados (figura 3.17).

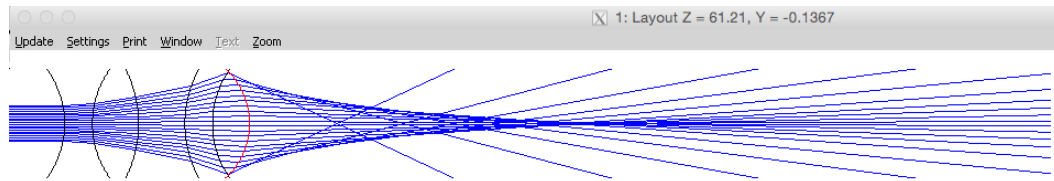


(a) Un sistema óptico de 3 lentes y 6 superficies con 10 rayos incidentes. La distancia focal efectiva calculada por la herramienta es de 15.62 mm, y la imagen paraxial se forma en una distancia de 31.5  $z=61.2094$  mm. (b) Diagrama de manchas obtenido a mm

**Figura 3.16:** Trazo en un sistema óptico de tres lentes

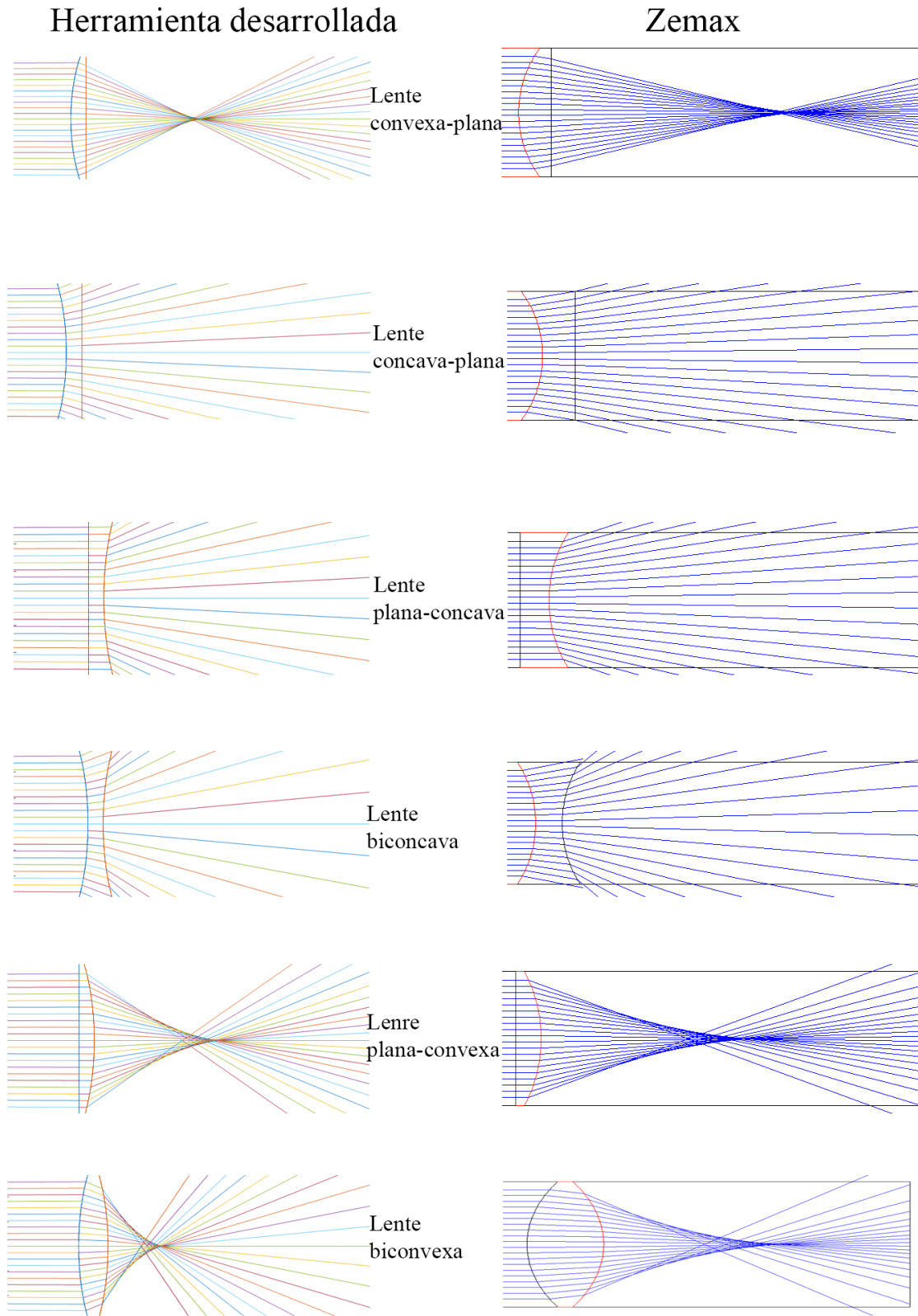
No	$R_1(mm)$	$d(mm)$	$n_1$	$n_2$
1	-10	3	1.00	1.40
2	10	5	1.40	1.00
3	-13	5	1.00	1.30
4	12	3	1.30	1.00
5	10	4	1.00	1.40
6	-8	<i>inf</i>	1.40	1.00

**Tabla 3.2:** Parámetros del sistema óptico con tres lentes (6 superficies).



**Figura 3.17:** Simulación en Zemax del sistema óptico con tres lente. La distancia focal efectiva es de 15.62 mm, y la imagen paraxial se forma en  $z=61.21$  mm.

Para finalizar este capítulo, presentamos en la figura 3.18 una serie de simulaciones de los tipos de lentes más comunes en óptica realizadas con la herramienta propuesta, y la comparación con simulaciones en Zemax.



**Figura 3.18:** Simulación de varios tipos de lentes con la herramienta desarrollada (columna izquierda) y con Zemax (columna derecha).

<i>Lente</i>	$R_1(mm)$	$R_2(mm)$	$d(mm)$	$n$
convexa-plana	11	<i>inf</i>	3	1.3
concava-plana	-10	<i>inf</i>	3	1.3
plana-concava	<i>inf</i>	10	3	1.3
biconcava	-10	8	3	1.3
plana-convexa	<i>inf</i>	-10	3	1.3
biconvexa	10	-10	3	1.3

**Tabla 3.3:** Parámetros de las lentes de la figura 3.18.

### 3.6. Conclusiones del capítulo

Se desarrolló una herramienta computacional para el trazo no-paraxial de rayos que pasan a través de una o más superficies esféricas, que en conjunto forman una lente o un sistema de lentes. La herramienta obtenida en este capítulo permite visualizar la aberración esférica, algo que sólo es posible con el trazo de rayos exacto; además las simulaciones fueron comparadas con las obtenidas con un software comercial, confirmando la similitud de los resultados. Por tanto, podemos concluir que esta herramienta es más eficaz para simular la propagación de rayos a través de sistemas ópticos compuestos, da resultados más precisos y tiene menos limitaciones que la presentada en el capítulo 2. Sin embargo, esto no significa que la herramienta paraxial sea inservible, ya que puede ser utilizada en otro tipo de aplicaciones, como se verá en el siguiente capítulo.

# Capítulo 4

## Técnicas de Inteligencia Artificial aplicadas a sistemas ópticos simulados

### 4.1. Introducción

En este capítulo se muestra la aplicación de técnicas de Inteligencia Artificial (IA) a sistemas ópticos simulados con las herramientas computacionales presentadas en los capítulos 1 y 2. Como primera aplicación proponemos el desarrollo de una herramienta para clasificar los errores refractivos del ojo humano más comunes llamados ametropías, como son: miopía, hipermetropía y astigmatismo. Esto se hace mediante la implementación de tres clasificadores: los  $k$  vecinos más cercanos, Redes Neuronales Artificiales y un sistema Neurodifuso. De este modo lo que se muestra es una propuesta para obtener una base de datos sintética donde se clasifican los errores refractivos del ojo humano de acuerdo a la variación de los parámetros que los producen. Los datos manejados en esta parte se obtienen a través de la herramienta paraxial presentada en el capítulo 2. Como segunda aplicación se propone un algoritmo de optimización, aplicado al modelo no-paraxial o



exacto, cuya finalidad es encontrar los parámetros adecuados de una lente o sistema óptico, que generen una longitud focal o posición específica de la imagen sobre el eje óptico. Se presenta también una primera aproximación de la corrección de errores refractivos con lentes oftálmicas colocadas en anteojos, mediante la simulación con nuestra herramienta para el trazo de rayos no-paraxial.

## 4.2. Aprendizaje automático

Inteligencia Artificial (IA) o también llamada inteligencia computacional, es un término que se usa cuando una máquina imita las funciones cognitivas que los humanos asocian con otras mentes humanas, como por ejemplo, el razonamiento [36, 37]. Dentro de esta disciplina se encuentra la rama del aprendizaje automático o aprendizaje de máquinas (machine learning), donde se aplican fundamentos y técnicas de computación que engloban a las Redes Neuronales Artificiales, la Lógica Formal, la Computación Evolutiva, etc. Todas estas técnicas permiten realizar aprendizajes y resolver problemas, además de tener como base fuentes biológicas.

El aprendizaje automático es una disciplina que estudia cómo construir sistemas computacionales con base al análisis de datos que en forma de ejemplos puede mejorar automáticamente la toma de decisiones mediante la experiencia. A grandes rasgos esto es Reconocimiento de Patrones (RP), que es la capacidad de extraer patrones a partir de un conjunto de información, comúnmente llamado conjunto de entrenamiento [38]. Los patrones que se extraen de un conjunto de entrenamiento suelen utilizarse para la categorización de nuevos objetos. A este proceso se le llama clasificación, el cual es uno de los problemas de los que se encarga el RP.

### 4.2.1. Los $k$ vecinos más cercanos

$k - NN$  del inglés *k-Nearest Neighbours* es un método de clasificación supervisado del tipo perezoso basado en instancias [39]. La analogía de este algoritmo se basa en clasificar individuos o instancias dentro de una misma población que comparten algunas características, dicho esto, la idea es la siguiente: dado una nueva instancia  $O_i$  a clasificar, el algoritmo calcula la distancia de  $O_i$  que existe con cada uno de los elementos de la población que se designa para el entrenamiento. Finalmente, se le asigna una etiqueta o clase a  $O_i$ , la cual pertenece a la mayoría de los  $k$  vecinos más cercanos. Una cuestión importante de este algoritmo es el tipo de distancia que se asigna, ya que existen varias funciones de distancia que se pueden aplicar al mismo conjunto de entrenamiento, por lo que el resultado puede ser diferente, por esa razón es importante seleccionar una función que proporcione buenos resultados. Por último, también es importante determinar el número de vecinos  $k$  que se tomará para una buena predicción.

### 4.2.2. Redes Neuronales

Las Redes Neuronales Artificiales (RNA's) son una implementación de modelos matemáticos que están inspirados en la forma de procesamiento de la información en sistemas nerviosos biológicos, principalmente por la forma del funcionamiento del cerebro humano.

El cerebro humano es un sistema altamente complejo y paralelo que puede realizar muchas tareas de manera simultánea a diferencia de los ordenadores convencionales que son de tipo secuencial y que sólo realizan una operación a la vez. En este sentido, el cerebro humano está constituido por una red de muchas unidades sencillas interconectadas llamadas neuronas que permiten aprender y procesar información. El aprendizaje biológico se da a través de la experiencia, la cual se almacena en el cerebro, lo que genera nuevas conexiones entre ellas, estas nuevas conexiones permiten un alto nivel de tolerancia a

fallas, es decir, pueden tener un gran daño considerable y continuar teniendo el mismo desempeño. De la misma manera que funciona el cerebro humano, se ha tratado de introducir un modelo de éste con las RNA's, el cual no pretende modelar toda la naturaleza del cerebro sino sólo sus características más relevantes. Las RNA's se clasifican por su topología la cual consiste en la organización y disposición de las neuronas en la misma, formando capas o agrupaciones de neuronas más o menos alejadas de la entrada y salida de dicha red. En este sentido, los parámetros fundamentales de la red son: el número de capas, el número de neuronas por capa, el grado de conectividad y el tipo de conexiones entre neuronas. Las más comunes son: las redes multicapa, las redes recurrentes, las redes de propagación hacia atrás (back-propagation networks), etc. [40,41].

### 4.2.3. Lógica difusa

La lógica difusa es una técnica de soft-computing [42] que trata de simular el mecanismo de razonamiento humano basado en el conocimiento. El razonamiento humano emplea reglas lingüísticas vagas para comunicarse. Por ejemplo, un piloto de la MotoGP podría dar instrucciones de cómo tomar curvas como:

1. Cuando estés por tomar la curva inclínate *ligeramente*
2. Si trazaste mal la curva frena *progresivamente*
3. Para salir de la curva acelera a *fondo*

El uso de esos términos lingüísticos en cursiva podrían ser seguidos sin problema por un ser humano, que es capaz de interpretar estas instrucciones rápidamente, pero difícilmente representables en un idioma que pueda ser entendido por un ordenador, ya que *ligeramente*, *progresivamente* y *a fondo*, no tienen fronteras bien definidas, estos términos generan incertidumbre puesto que, *ligeramente* o *progresivamente* no tienen intervalos discretos. Para el tratamiento de esta incertidumbre surgen varios métodos [43,44] de los

cuales sólo nos enfocaremos en la lógica difusa. Básicamente esta técnica es una extensión de la lógica clásica que representa matemáticamente la incertidumbre y la vaguedad proporcionando herramientas formales para su tratamiento.

La lógica difusa en comparación con la lógica clásica permite trabajar con información que no es exacta para poder definir evaluaciones convencionales, contrario con la lógica tradicional que permite trabajar con información definida y precisa. En ese sentido, cualquier problema del mundo puede resolverse como dado un conjunto de variables de entrada, para obtener un valor adecuado de variables de salida, utilizando conjuntos difusos, funciones de membresía, operaciones borrosas, reglas, inferencia y defusificación para finalmente obtener la decisión final [45].

#### 4.2.4. Sistemas Neurodifusos

Los Sistemas Neurodifusos son una técnica híbrida que combina las RNA's y la lógica difusa, proporcionando mayor robustez en el manejo de la información imprecisa e incierta que existe en los problemas relacionados con el mundo real (por ejemplo: toma de decisiones, reconocimiento de formas, clasificación, predicción del clima, etc). Las técnicas que engloban a los sistemas Neurodifusos tienen características particulares que las hacen adecuadas para ciertos problemas específicos y para otros no. Por ejemplo, las RNA's ofrecen ventajas como el aprendizaje, la tolerancia a fallas, la adaptación y el paralelismo, pero estas no son buenas explicando como han alcanzado sus decisiones. Por otro lado, están los sistemas difusos, los cuales razonan con información imprecisa para tomar una decisión con base a reglas de inferencia, la desventaja de este sistema es que no puede adquirir las reglas de forma automática. Por esto, esta combinación híbrida ofrece métodos efectivos para ajustar las funciones de membresía con el entrenamiento de las RNA's [45].

Con esta idea, surge la arquitectura llamada ANFIS (Adaptive-Network-based Fuzzy

Inference System) o Sistema de inferencias Difuso basado en Redes Adaptativas, por su traducción al español, la cual sirve como base para construir un conjunto de reglas difusas del tipo “si...entonces”. con funciones de membresía apropiadas para generar los pares de datos de entrada y salida óptimos. Esto se logra usando una regla de aprendizaje híbrida, basada en los métodos de optimización comunes en las redes adaptativas (el gradiente descendiente y el estimador de mínimos cuadrados), la cual utiliza el algoritmo de retro-propagación a partir de datos de entrenamiento y su arquitectura de inferencia se basa en las reglas de tipo Sugeno [46].

#### 4.2.5. Algoritmo de búsqueda aleatoria

El algoritmo de búsqueda aleatoria es un algoritmo que tiene como objetivo obtener soluciones a problemas complejos disminuyendo el trabajo computacional. Éste genera aleatoriamente un conjunto grande de soluciones de acuerdo a las restricciones del problema dentro de un número definido de elementos  $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, x_{im})$  por medio de la distribución uniforme.

La búsqueda aleatoria la mayoría de las veces siempre converge a la solución óptima y es aplicable a casi la totalidad de los problemas de optimización debido a los pocos supuestos necesarios para su uso. La principal desventaja que presenta el método radica en que puede ser lento para encontrar una solución óptima o muy cercana al óptimo [47].

### 4.3. Clasificador de ametropías del ojo humano

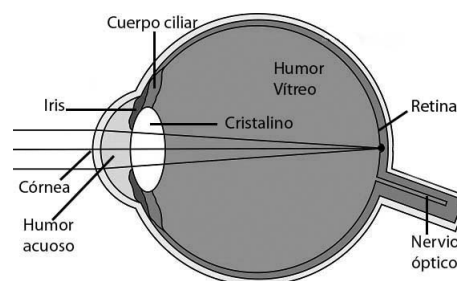
El ojo humano es un elemento biológico que ha sido objeto de estudio por investigadores de distintas áreas del conocimiento como la física, óptica, computación, robótica, y por supuesto la optometría y la oftamología, lo que hace de él un objeto de estudio multidisciplinario. En nuestro caso, se busca aplicar técnicas de IA al sistema óptico del ojo

humano que fue simulado anteriormente, de modo que podamos obtener herramientas computacionales que sean prototipos para aplicaciones en el área de óptica visual.

En esta sección se presenta la propuesta de una herramienta computacional que hace uso de técnicas de IA para clasificar los defectos de refracción del del ojo humano conocidos como ametropías. El objetivo es obtener una base de datos sintética que relacione las ametropías con los parámetros del ojo que las producen. Primero vamos a describir brevemente en qué consisten los defectos de refracción de ojo humano.

### 4.3.1. Ametropías del ojo humano

La forma más sencilla de analizar el funcionamiento correcto del ojo es considerando que se encuentra en estado de relajación (esto es, sin acomodación del cristalino), lo cual se logra asumiendo que la luz proviene de una fuente puntual lejana, que para casos prácticos se posiciona a una distancia de 6 metros desde la primera superficie de la córnea. De esta forma, los rayos de luz llegan casi paralelos al ojo, y en el plano de la retina se forma una imagen de la fuente puntual, como se esquematiza en la figura 4.1.



**Figura 4.1:** Ojo normal o emétrepe: Los rayos de luz provenientes de una fuente puntual lejana se enfocan perfectamente en la retina.

Cuando el sistema óptico no enfoca correctamente en la retina, se dice que el ojo tiene defectos de refracción, generalmente vinculados con anomalías presentes en las superficies

y espesores de sus elementos ópticos, o con la posición de la retina. Estos defectos de refracción se conocen como ametropías, y entre las más comunes se encuentran la miopía, la hipermetropía y el astigmatismo, las cuales se describen a continuación.

#### 4.3.1.1. Miopía.

El tipo de miopía más común es aquella causada por un globo ocular más grande, lo que significa que la posición de la retina respecto al sistema óptico del ojo es mayor a lo que se considera como normal. Esto provoca que el ojo relajado enfoque un objeto puntual lejano antes de la retina, como se esquematiza en la figura 4.2, lo que conlleva a una deficiencia visual.

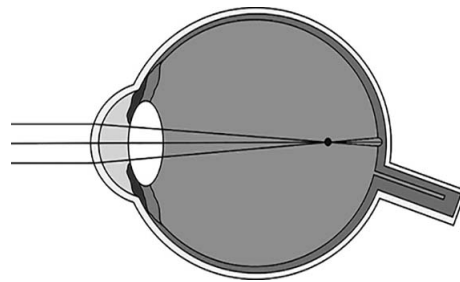


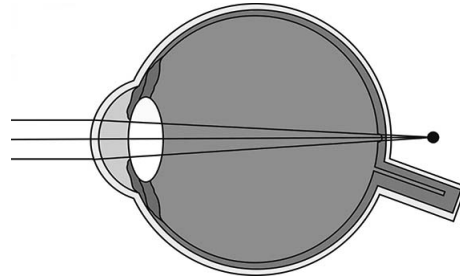
Figura 4.2: Ojo con miopía.

#### 4.3.1.2. Hipermetropía.

Contrario a la miopía, la hipermetropía más común es la causada por un globo ocular más pequeño, lo que significa que la posición de la retina respecto al sistema óptico del ojo es menor a lo normal. Esto provoca que el ojo relajado enfoque un objeto puntual lejano después de la retina, como se esquematiza en la figura 4.3.

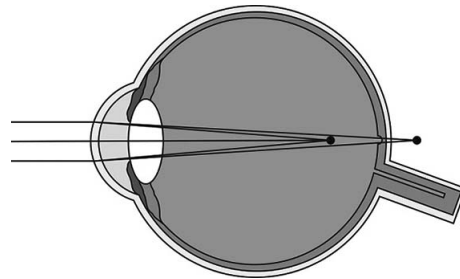
#### 4.3.1.3. Astigmatismo

El astigmatismo es causado generalmente por la córnea, cuando es más curvada en un plano que en otro. Esto provoca que exista una refracción diferente entre los dos meridianos oculares, y entonces lo que era una simetría refractante de los rayos se vuelve un



**Figura 4.3:** Ojo hipermetrope.

componente cilíndrico e inconsistente, lo que impide que los objetos se enfoquen claramente en la retina. En otras palabras, cuando un ojo tiene astigmatismo se forman al menos dos puntos focales en regiones diferentes cercanas a la retina, como se muestra en la figura 4.4.



**Figura 4.4:** Ojo con astigmatismo.

#### 4.3.1.4. Corrección de ametropías

Es bien sabido que para corregir defectos de la visión se debe recurrir a lentes colocados en anteojos, lentes de contacto, o a cirugías con láser, por lo que es deseable saber qué parámetros del ojo están involucrados en dichos defectos, así como los parámetros del elemento corrector.

Conocer la distancia a la que se forma el punto focal dado por el sistema óptico del ojo es primordial, ya que con ella se calcula la potencia refractiva. Ambas cantidades son utilizadas por optometristas y oftalmólogos para saber el tipo y grado de corrección que

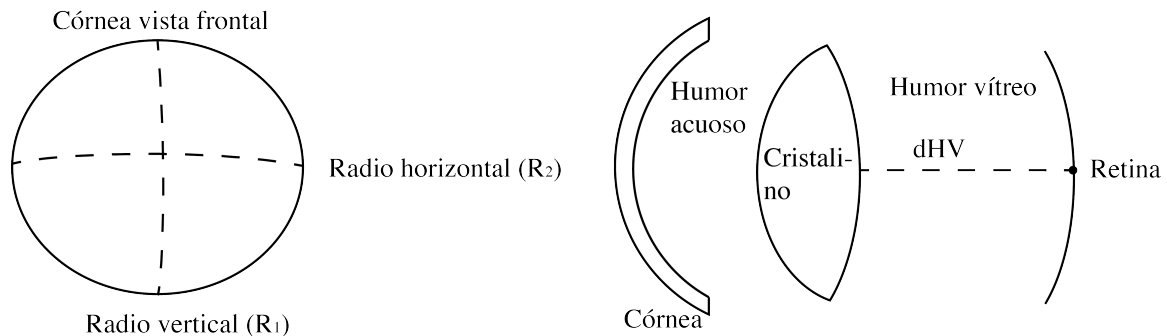


se le dará al paciente que padezca alguna ametropía. Como vimos en el capítulo 2, la distancia focal y la potencia refractiva están relacionadas de acuerdo a la ecuación (2.15).

Uno de los métodos modernos para corregir ametropías es por medio de cirugía con láser, la cual consiste en cambiar la forma de la córnea para cambiar la potencia refractiva. El parámetro involucrado en este proceso es el radio de curvatura anterior de la córnea. Este debe ser modificado de acuerdo a las necesidades del paciente, de modo que a cada grado de ametropía le corresponde un valor de radio de curvatura modificado. Con el modelo paraxial presentado en el capítulo 2 se puede calcular fácilmente esta correspondencia; los resultados y el análisis detallado al respecto se encuentran publicados en [27].

La córnea es el elemento que más potencia refractiva aporta al ojo humano, siendo su primera superficie la más importante. La córnea tiene la forma de una lente divergente formada por dos superficies esféricas de radios de curvatura positivos con un medio de índice de refracción constante entre ellas. Por otra parte, el cristalino es una lente convergente formada por dos superficies esféricas, una con radio de curvatura positivo y la otra con radio negativo, y con un medio de índice de refracción gradiente entre ellas. Entre la córnea y el cristalino se encuentra un medio con un cierto espesor e índice de refracción constante, y entre el cristalino y el plano de la retina se encuentra otro medio con características similares. Los valores de los parámetros para un ojo relajado, es decir, sin acomodación, son los que se dieron en las tablas 2.3 y 2.4. Los índices de refracción de cada uno de los medios que componen el ojo se presentan en la tabla 2.2. Para los fines de este trabajo consideraremos al cristalino como un medio de índice de refracción constante. Los radios de curvatura de la córnea (tanto en su eje horizontal como vertical) y la distancia entre la superficie posterior del cristalino (la profundidad de la cámara que contiene al humor vítreo), son los parámetros que causan las ametropías más comunes. Estos elementos junto con los demás componentes del ojo se esquematizan en la figura 4.5,

donde se presenta un esquema de utilidad para el desarrollo del clasificador de ametropías.



**Figura 4.5:** Sistema óptico del ojo humano

Como hemos mencionado, el modelo del ojo con óptica paraxial permite introducir variaciones en los parámetros y calcular fácilmente la distancia focal y la potencia refractiva producida por el sistema óptico para determinados datos de entrada. Estos datos son suficientes para deducir si el ojo presenta alguna tipo de ametropía como las mencionadas anteriormente. Por tanto, utilizaremos los datos calculados con la herramienta computacional presentada en el capítulo 2.

### 4.3.2. Desarrollo del clasificador

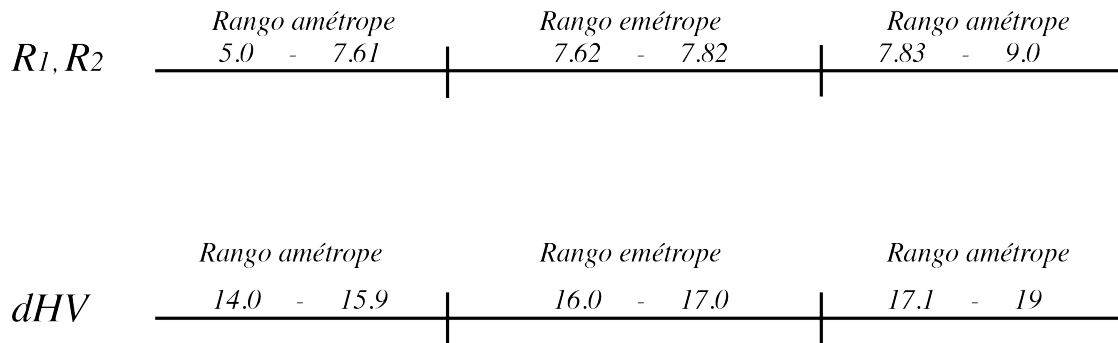
El sistema de ojo humano está formado por varios elementos ópticos, que en conjunto constituyen un elemento refractivo, pero no todos los componentes tienen el mismo poder de refracción. La córnea es un elemento transparente con forma ovalada, con un radio central horizontal de 7.7 a 7.8 mm y un radio vertical de 6.8 mm [15,33]. El poder refractivo de éste se sitúa entre 42 a 42.5 dioptrías, aproximadamente el 70 % de refracción del sistema óptico. Tomando en consideración que la córnea es el elemento más significativo para la refracción de todo el sistema óptico, la tomaremos como referencia para generar

una base de datos sintética, al igual que la profundidad del humor vítreo respecto al eje óptico, que como vimos es el que define el tamaño del globo ocular. Entonces, para identificar una ametropía, se necesitan tres variables, el radio de curvatura de la córnea anterior vertical (al que denotaremos como  $R_1$ ), el radio de curvatura horizontal (que denotaremos como  $R_2$ ) y la profundidad del humor vítreo (que denotaremos como  $dHV$ ), esquematizados en la figura 4.5. Lo que presentamos a continuación es una propuesta para deducir una base de datos sintética, generada a partir de valores dentro de un rango que indica que existe una ametropía.

Los ejemplos que contiene la base de datos sintética cuenta con tres características y seis clases, éstas se muestran a continuación:

- Clase 1, pertenece al ojo normal.
- Clase 2, pertenece al ojo miope.
- Clase 3, pertenece al ojo hipermetrope.
- Clase 4, pertenece al ojo con astigmatismo.
- Clase 5, pertenece al ojo con astigmatismo-hipermetrope.
- Clase 6, pertenece al ojo con astigmatismo-miopía.

Para generar los ejemplos que se utilizaron para la clasificación de los algoritmos, se tomó como base los parámetros del ojo emétrope como se muestran en la tabla 2.3 con un margen de 10 mm de tolerancia con base al punto medio de 7.72 mm. Para ilustrar el rango de valores de un ojo amétrope y emétrope se presenta la siguiente figura:



**Figura 4.6:** Rangos de valores para un ojo emétrope y amétrope.

En el siguiente vector se muestra el orden de las variables que tiene cada ejemplo de la base sintética:

$$\begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ dHV \\ clase \end{bmatrix}$$

A continuación se presenta los rangos definidos para cada clase

#### 4.3.2.1. Rangos para el ojo emétrope

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1, R_2 \quad |7.62 - 7.82| \\ dHV \quad |16.0 - 17.0| \end{array} \right.$$

Ejemplo:

$$\begin{bmatrix} 7.8 \\ 7.8 \\ 16.0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7.7 \\ 7.8 \\ 16.5 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7.8 \\ 7.82 \\ 16.3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

## 4.3.2.2. Rangos para un ojo miope

$$\begin{cases} R_1, R_2 & |7.62 - 7.82| \\ dHV & |17.1 - 19.0| \end{cases}$$

Ejemplo:

$$\begin{bmatrix} 7.63 \\ 7.72 \\ 17.71 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7.77 \\ 7.8 \\ 17.2 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7.8 \\ 7.81 \\ 17.5 \\ 2 \end{bmatrix}$$

## 4.3.2.3. Ojo hipermetrope

$$\begin{cases} R_1, R_2 & |7.62 - 7.82| \\ dHV & |14.0 - 15.9| \end{cases}$$

Ejemplo:

$$\begin{bmatrix} 7.8 \\ 7.8 \\ 14.5 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7.7 \\ 7.8 \\ 15.9 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7.8 \\ 7.81 \\ 15.5 \\ 3 \end{bmatrix}$$

## 4.3.2.4. Ojo con astigmatismo

$$\begin{cases} R_1, R_2 & |5.0 - 9.0| \\ dHV & |16.0 - 17.0| \end{cases}$$

Ejemplo:

$$\begin{bmatrix} 5.1 \\ 6.6 \\ 16.0 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7.7 \\ 7.8 \\ 16.9 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8.8 \\ 7.81 \\ 16.5 \\ 4 \end{bmatrix}$$

#### 4.3.2.5. Ojo con astigmatismo-hipermetropía

$$\begin{cases} R_1, R_2 & |5.0 - 9.0| \\ dHV & |14.0 - 15.9| \end{cases}$$

Ejemplo:

$$\begin{bmatrix} 6.1 \\ 7.6 \\ 14.6 \\ 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8.7 \\ 5.8 \\ 15.9 \\ 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8.8 \\ 7.81 \\ 14.66 \\ 5 \end{bmatrix}$$

#### 4.3.2.6. Ojo con astigmatismo-miopía

$$\begin{cases} R_1, R_2 & |5.0 - 9.0| \\ dHV & |17.1 - 19.0| \end{cases}$$

Ejemplo:

$$\begin{bmatrix} 5.6 \\ 8.6 \\ 17.6 \\ 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7.7 \\ 7.8 \\ 18.9 \\ 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8.8 \\ 7.81 \\ 17.5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Con los rangos propuestos se generó la base de datos sintética para el entrenamiento

y la validación simple cruzada para los sistemas: los  $k$  vecinos más cercanos ( $k - NN$ ), la Red Neuronal Back-propagation y un sistema Neurodifuso, posteriormente se compara la exactitud de cada uno de estos.

### 4.3.2.7. Configuración de los parámetros de los clasificadores

Se utilizó Matlab 2014-b y los Toolbox para la implementación de estos clasificadores.

#### Sistema clasificador Neurodifuso

**Base de datos:** ametropías.csv (sintética).

**Tipo de validación:** validación cruzada simple.

**Número de folds:** 10.

**Número de de entradas:** 3 características.

**Número de salidas:** 1 (6 clases).

**Número de funciones de membresía:** 4 por cada característica.

**Tipo de función:** psigmf (función de membresía sigmoideal)

**Número de épocas:** 800.

**Método:** híbrido, mínimos cuadrados y Back-propagation.

#### Sistema clasificador Back-propagation

**Base de datos:** ametropías.csv (sintética).

**Tipo de validación:** validación cruzada simple.

**Número de folds:** 10.

**Estructura de la red:** [10 10 10 10 10 3 3 3], donde cada elemento representa la capa y sus neuronas.

**Función de entrenamiento:** traingd, el gradiente descendente.

**Constante de aprendizaje:** 0.01.

**Número de épocas:** 20,000.

**Sistema clasificador**  $k - NN$

**Base de datos:** ametropías.csv (sintética).

**Tipo de validación:** validación cruzada simple.

**Número de folds:** 10.

**Número de vecinos ( $k$ ):** 3.

**Distancia:** euclidiana.

### 4.3.3. Resultados

Como ya se ha mencionado anteriormente, no existen bases de prueba consensuados y bien definidos que permitan realizar una comparación efectiva entre algoritmos. Para resolver esta dificultad se optó por aplicar una estrategia comúnmente aceptada la cual consiste en utilizar datos sintéticos o simulados.

En el siguiente cuadro se muestran los resultados obtenidos por cada clasificador empleado, así como el promedio de la exactitud de cada uno de estos.



<i>Fold</i>	<i>k - NN (k=3)</i>	<i>tiempo(s)</i>	<i>BP</i>	<i>tiempo(m)</i>	<i>Neurodifuso</i>	<i>tiempo(m)</i>
1	0.9900 %	0.40	0.9388 %	4.18	0.9933 %	28.3697
2	0.9933 %	0.41	0.9556 %	3.58	0.9867 %	25.0433
3	0.9900 %	0.42	0.9667 %	3.58	0.9867 %	23.3629
4	0.9933 %	0.42	0.9611 %	3.95	0.9833 %	24.3598
5	0.9900 %	0.43	0.9611 %	3.16	0.9800 %	24.8843
6	0.9900 %	0.42	0.8944 %	3.13	0.9867 %	23.5514
7	0.9967 %	0.41	0.9278 %	3.21	0.9700 %	24.2909
8	0.9933 %	0.42	0.9722 %	3.19	0.9800 %	23.4939
9	0.9867 %	0.43	0.9778 %	3.16	0.9800 %	23.8860
10	0.9933 %	0.41	0.9222 %	3.10	0.9867 %	24.0309
promedio	0.9917 %	0.41	0.9477 %	3.42	0.9833 %	24.8273

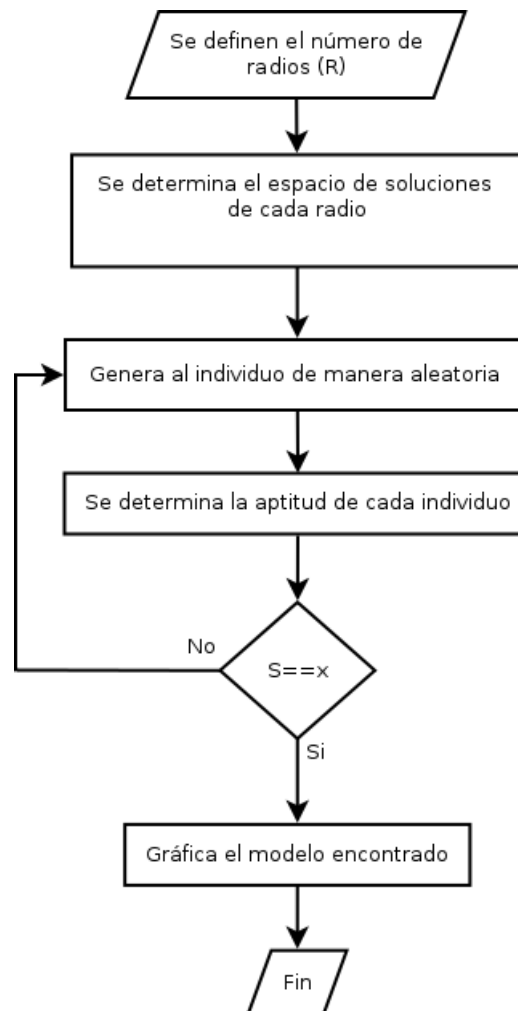
**Tabla 4.1:** Comparación de tres algoritmos de clasificación: *k - NN*, Back-propagation (*Bp*) y Neurodifuso.

## 4.4. Algoritmo de búsqueda aleatoria

En esta sección se presenta el desarrollo de un algoritmo de búsqueda aleatoria aplicado a la herramienta no-paraxial, cuya finalidad es la optimización de un sistema óptico para producir una longitud focal deseada.

El algoritmo de búsqueda aleatoria es un algoritmo que tiene como objetivo obtener soluciones a problemas complejos disminuyendo el trabajo computacional, éste cuenta con un número finito de elementos, los cuales interactúan en un espacio de soluciones finitas.

A continuación se presenta un algoritmo de búsqueda aleatoria para determinar la configuración de un sistema dado. El algoritmo propuesto tiene como objetivo encontrar una solución óptima para un sistema de superficies específico, la optimización se basa en hallar una configuración dada una distancia  $S$ , es decir, se desea buscar los parámetros que cumplan una distancia determinada desde la última superficie a la imagen  $I$ . En la figura 4.7 se muestra el diagrama de flujo del algoritmo propuesto.



**Figura 4.7:** Diagrama de flujo del algoritmo por búsqueda aleatoria, donde  $x$  es el objetivo.

---

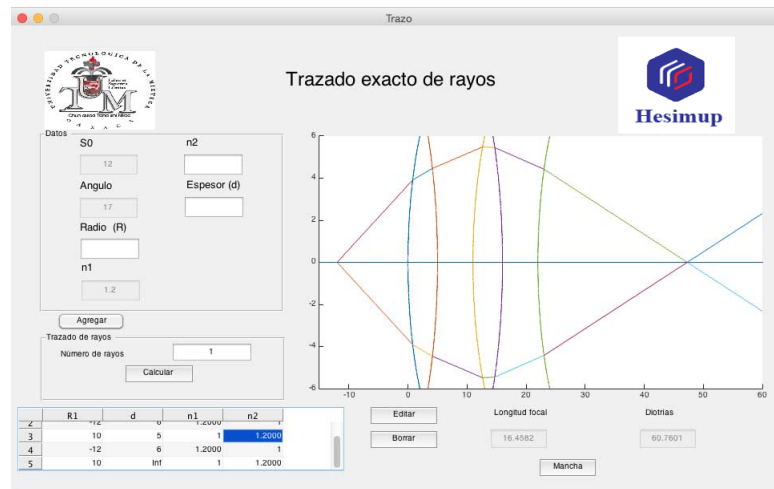
**Algoritmo 1** Pseudocódigo del Algoritmo de búsqueda aleatoria.

---

- 1: Definir variables, ángulo y distancia.
  - 2: Leer la configuración del archivo generado por la herramienta no-paraxial y definir el número de radios.
  - 3: Crear el espacio de soluciones.
  - 4: **Hacer mientras** Hacer hasta  $n$  generaciones o hasta que se encuentre la solución.
  - 5:    Seleccionar una configuración del espacio de soluciones.
  - 6:    Evaluar cada individuo con la función objetivo (modelo no-paraxial).
  - 7:    **Si** se encontró la solución **entonces**
  - 8:       Gráficar al individuo con los datos obtenidos.
  - 9:    **si no**
  - 10:       No se encontró configuración para el sistema.
  - 11:    **Fin**
  - 12: **Fin-mientras**
- 

Cada superficie ( $R_m$ ) tiene un espacio de soluciones independientes y finitas, este espacio de soluciones se determina tomando como base a la configuración previa del sistema, es decir, si la primera superficie tiene un radio  $x$ , las soluciones estarán incluidas dentro del rango  $x - 5$  y  $x + 5$ , así sucesivamente hasta terminar con todas las superficies.

La aptitud de cada individuo se genera con el modelo exacto no-paraxial, posteriormente se evalúa, si éste cumple la condición se regresa el modelo encontrado y se gráfica. En la siguiente imagen se presenta un sistema óptico compuesto por 5 superficies cuya imagen se forma a una distancia de  $S = 25.2870$  mm desde la última superficie, al sumar todas las distancias de una superficie a otra, se obtiene la imagen a una distancia de 47.2870 mm sobre el eje óptico.



**Figura 4.8:** Sistema de 5 superficies cuya imagen se forma a una distancia de 47.2870 mm.

En la tabla siguiente se muestra los parámetros del sistema, el rayo se proyecta desde una distancia  $S_0 = 12$  mm y un ángulo de  $17^\circ$ .

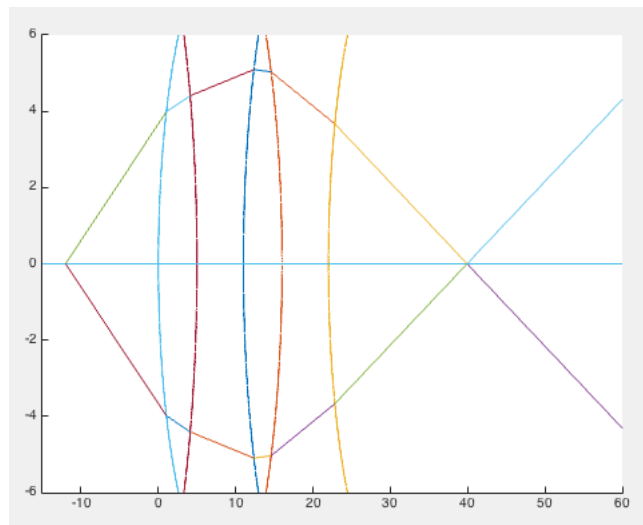
$R_1(mm)$	$d(mm)$	$n_1$	$n_2$
10	5	1	1.2000
-12	6	1.2000	1
10	5	1	1.2000
-12	6	1.2000	1
10	<i>Inf</i>	1	1.2000

**Tabla 4.2:** Parámetros del sistema óptico.

El algoritmo de búsqueda aleatoria crea el espacio de soluciones con base a la primera columna de la tabla anterior, a partir de esto, se crean varias soluciones, las cuales son evaluadas para determinar el modelo correcto.

### 4.4.1. Resultados

$S$  es la distancia que existe desde la última superficie a la imagen, por lo que la distancia  $S$  de la figura 4.8 es de 25.287 mm, al sumar el espesor de todas las superficies, se obtiene la distancia desde la primera superficie hasta la imagen, por lo cual, la imagen está a una distancia de 47.287 mm sobre el eje óptico. En este ejemplo se desea encontrar una imagen sobre el eje óptico a una distancia de 40 mm, entonces, el objetivo  $S = 18$  mm. A continuación se muestran los resultados obtenidos por el algoritmo aleatorio de la figura 4.8.



**Figura 4.9:** Sistema de 5 superficies cuya imagen se forma a una distancia de 40.0191 mm.

Finalmente, ya que se ha encontrado la imagen especificada, el algoritmo devuelve la configuración de este sistema (ver tabla 4.3).

$R_1(mm)$	$d(mm)$	$n_1$	$n_2$
8.9101	5	1	1.2000
-14.3800	6	1.2000	1
9.7096	5	1	1.2000
-9.1411	6	1.2000	1
10.1187	<i>Inf</i>	1	1.2000

**Tabla 4.3:** Parámetros del sistema óptico.

En la tabla 4.4 se muestran cuatro simulaciones más. Se presenta la distancia de la imagen original (*Dio.*), la distancia de la imagen deseada (*Did.*), el tiempo de ejecución y los parámetros obtenidos.

No de superficie	$S_0$	Ángulo	$Dio(mm)$	$Did(mm)$	$tiempo(s)$	Parámetros
1	<i>inf</i>	0.09°	33.1493	25.00	0.99	(4.5)
2	<i>inf</i>	0.09°	67.3541	45.00	9.02	(4.6)
3	<i>inf</i>	0.09°	89.58	50.00	11.4	(4.7)
4	<i>inf</i>	0.09°	49.55	70.00	40.0	(4.8)
5	12 mm	17°	47.287	40.00	23.4	(4.2,4.3)

**Tabla 4.4:** Experimentos de 1 a 5 superficies

$R_1(mm)$	$d(mm)$	$n_1$	$n_2$
10.00	inf	1.00	1.40

**(a)** Datos originales

$R_1(mm)$	$d(mm)$	$n_1$	$n_2$
7.8875	<i>inf</i>	1.20	1.40

**(b)** Datos encontrados**Tabla 4.5:** Parámetros del sistema óptico con 1 superficies.

$R_1(mm)$	$d(mm)$	$n_1$	$n_2$
7.00	10.00	1.00	1.20
-10.00	<i>inf</i>	1.20	1.20

(a) Datos originales

$R_1(mm)$	$d(mm)$	$n_1$	$n_2$
6.3670	10.00	1.00	1.20
-11.81	<i>inf</i>	1.20	1.20

(b) Datos encontrados

**Tabla 4.6:** Parámetros del sistema óptico con 2 superficies.

$R_1(mm)$	$d(mm)$	$n_1$	$n_2$
10.00	4.00	1.00	1.20
-8.00	2	1.20	1.40
-10.00	<i>inf</i>	1.40	1.20

(a) Datos originales

$R_1(mm)$	$d(mm)$	$n_1$	$n_2$
7.56	4.00	1.00	1.20
-10.03	2	1.20	1.40
-12.97	<i>inf</i>	1.40	1.20

(b) Datos encontrados

**Tabla 4.7:** Parámetros del sistema óptico con 3 superficies.

$R_1(mm)$	$d(mm)$	$n_1$	$n_2$
10.00	3.00	1.00	1.20
-12.00	3.00	1.20	1.40
11.00	4.00	1.40	1.30
-11.00	<i>inf</i>	1.30	1.00

(a) Datos originales

$R_1(mm)$	$d(mm)$	$n_1$	$n_2$
9.47	3.00	1.00	1.20
-11.72	3.00	1.20	1.40
8.00	4.00	1.40	1.30
-13.16	<i>inf</i>	1.30	1.00

(b) Datos encontrados

**Tabla 4.8:** Parámetros del sistema óptico con 4 superficies.

## 4.5. Conclusiones del capítulo

En este capítulo se utilizaron las herramientas computacionales para el trazo de rayos paraxial como no-paraxial aunados a técnicas de IA, con la finalidad de generar algoritmos de clasificación y optimización.

Se realizaron tres algoritmos para clasificar ametropías del ojo humano:  $k - NN$ ,  $Bp$  y Neurodifuso, obteniendo una base de datos sintética generada de manera aleatoria. La mejor alternativa fue  $k - NN$  por el tiempo en que tardó en hacer la predicción, además, la búsqueda de la  $k$  óptima resulta un problema lineal, por lo que no hay muchas complicaciones. La siguiente alternativa es el clasificador Neurodifuso, su predicción fue buena, pero el tiempo que se llevo para ajustar las funciones de membresía fue muy elevado, la ventaja de este, esta en que la red neuronal ajusta los parámetros para una mejor predicción. Por último, está  $Bp$ , su predicción fue buena pero no mejor que las demás, su convergencia fue rápida, sin embargo, el valor adecuado de todos los parámetros debe ser asignado a prueba y error.

Por otra parte, se propuso un método de búsqueda aleatoria para encontrar la imagen de una o más superficies. Este algoritmo probó ser muy efectivo, además de ocupar pocos recursos y un tiempo de ejecución muy pequeño.



# Capítulo 5

## Conclusiones generales

En este trabajo se desarrollaron cuatro herramientas computacionales orientadas al campo de la óptica. La primera de ellas fue una herramienta gráfica para el trazo de rayos de luz dentro de la aproximación paraxial. En esta parte se simularon algunos sistemas ópticos, entre los más destacados está el sistema del ojo humano. Para hacer la simulación se utilizaron los parámetros típicos conocidos para un ojo relajado, además, con la ayuda de la interfaz gráfica es posible modificar fácilmente estos parámetros.

La segunda herramienta está basada en una teoría que utiliza ecuaciones exactas para hacer el trazo de rayos, o dicho de otra forma, el trazo de rayos no-paraxiales. Esta herramienta permite obtener las trayectorias fuera de la zona paraxial que siguen los rayos proyectados desde un objeto puntual que se encuentra sobre el eje óptico a una distancia cualquiera. De la misma manera que la herramienta paraxial, ésta cuenta con una interfaz gráfica que permite manipular los parámetros para obtener diversos resultados. Esta herramienta también permite visualizar las aberraciones ópticas, algo de suma importancia en el diseño de lentes y sistemas ópticos

Las dos herramientas para el trazo de rayos dieron resultados similares a los de un

software comercial. El diseño de ambas permite simular  $n$  superficies, pero la interfaz gráfica limita este proceso por el espacio de visualización, por lo que las herramientas sólo permite un máximo de 7 superficies.

La herramienta de clasificación es una propuesta que parte como idea para crear una herramienta de apoyo para diagnosticar las ametropías. En la literatura y en la red no hay registros de bases de datos que contengan ejemplos de las ametropías y su relación con los parámetros del ojo, es por ello que se propuso una base de datos sintética basada en rangos específicos de un ojo emétrope. Para crear dicha base se consideraron tres variables, el radio vertical y horizontal de la córnea y la profundidad de la cavidad del humor vítreo, parámetros clave en los padecimientos de ametropías comunes.

Para realizar la clasificación de los elementos de la base de datos se aplicó el algoritmo k-NN el cual dio una exactitud del 99 %, seguido de éste se aplicaron dos algoritmos más, el algoritmo de Back-propagation con una exactitud del 94 % y un sistema Neurodifuso cuya exactitud fue del 98 % y el

Finalmente, la implementación de un algoritmo de búsqueda aleatoria proporciona buenos resultados y un costo de tiempo mínimo al buscar los parámetros de una o más superficies a partir de la distancia de la imagen deseada.

Las características de las herramientas las convierten en instrumentos con potencial para ser aplicados dentro del campo de la óptica geométrica como medio de enseñanza, o bien, en el área de la optometría, ya que la gente que trabaja en esta área se interesa en cálculos de la potencia refractiva del ojo, longitud focal del sistema óptico y los parámetros relacionados con defectos refractivos más comunes.

## 5.1. Trabajo a futuro

Para realizar las dos herramientas de simulación del trazo de rayos nos basamos en el hecho de que el objeto fuera una fuente puntual ubicada sobre el eje óptico. Como continuación de este trabajo está implementar un modelo que permita hacer el trazo de los rayos de un objeto fuera de eje, para posteriormente obtener resultados validos respecto a la imagen formada por el sistema.

En este trabajo se desarrolló una herramienta para el trazo no-paraxial de rayos en superficies esféricas. Sin embargo, en óptica surge con frecuencia la necesidad de tratar con superficies conocidas como superficies asféricas. Por ejemplo, en el caso del ojo humano, estudios a fondo de la córnea la consideran como una superficie asférica. Por lo que, como trabajo futuro se propone integrar en la herramienta el uso y manipulación de este tipo de superficies. De esta forma también estaríamos tratando el problema de reducir la aberración esférica.

Adicionalmente se propone un estudio más afondo del modelo del ojo humano considerando al cristalino como un elemento de índice gradiente, ya que con esta consideración estaríamos más cerca de imitar el comportamiento de un ojo real.

Otra propuesta es agregar un módulo para el análisis de espejos, con esto se espera poder hacer simulaciones que combinen superficies esféricas y superficies reflectoras, por ejemplo, la simulación del sistema óptico de un telescopio.

Finalmente se espera corroborar la validez de la base de datos sintética para posteriormente establecer un modelo de clasificación y seguido de esto crear una herramienta de diagnostico de ametropías con este modelo.

Para terminar, es importante implementar otros modelos para el análisis no-paraxial, esto con el fin de estudiar el comportamiento y complejidad de cada uno de los modelos y así proponer el más adecuado, o bien, aplicar técnicas híbridas que mejoren los resultados para diversos escenarios del objeto.

# Apéndice A

## Corrección de la miopía con la herramienta no-paraxial

Se presenta una simulación para la corrección de una ametropía común del ojo humano: la miopía. Recordemos que la miopía se caracteriza por formar la imagen antes de llegar a la retina, esto se debe a que la cavidad del humor vítreo es mayor al considerado como valor promedio para un ojo emétrope.

Para hacer esta simulación vamos a suponer que la longitud sobre el eje óptico del humor vítreo es de 19 mm, por consiguiente la retina se encontrará a una distancia de 26.6 mm desde la primera superficie de la córnea (a diferencia de los 24 mm para un ojo emétrope), por lo que el ojo miope enfocaría un objeto puntual lejano antes de la retina. Entonces la corrección consiste en hacer que la imagen se forme en el plano de la retina a 26.6 mm.

Para alcanzar la distancia de la imagen mencionada agregamos al sistema óptico del ojo una lente tipo menisco con características oftalmológicas. En la literatura se hace mención de los índices de refracción del material del cual se construyen estas las lentes [48].

Para esta simulación nosotros elegimos el índice de refracción de la lente de 1.6, radios de curvatura  $R_1=13$  mm y  $R_2=10.15$  mm, espesor  $d=4$  mm y una distancia de 17 mm entre la lente y la primera superficie de la córnea. En la siguiente figura se presenta la corrección de la miopía con una lente menisco, donde se puede observar que la región focal se forma en 47.6 mm, es decir, los 26.6 mm del globo ocular más los 21 mm de los elementos complementarios.

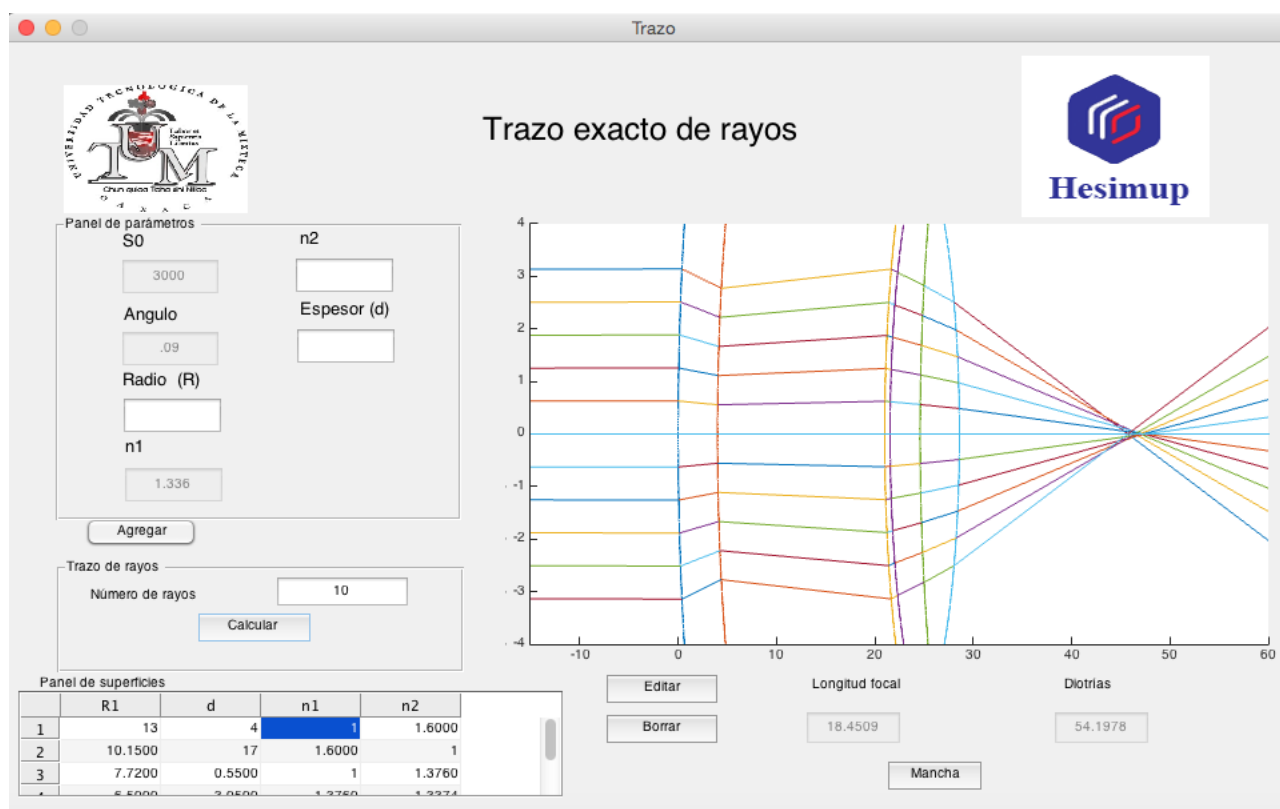


Figura A.1: Corrección de la miopía con una lente oftalmológica tipo menisco.

# Apéndice B

## Código de las funciones de la herramienta no-paraxial

Se presentan los códigos de las funciones que se emplearon en el capítulo 3 para la herramienta no-paraxial: **exacto** y **drawRay**.

**Listing B.1:** Código Matlab

```
1 function lente=exacto(lente,numLente)
2 if numLente==1 % Rutina para una sola superficie
3     aux=lente(numLente).R/lente(numLente).k;
4     if aux<0
5         %Se determina el valor de B
6         B=(-lente(numLente).n2/lente(numLente).n1)*(cosd(lente(
            numLente).angulo)-sqrt((lente(numLente).R/lente(numLente)
            .k)^2-sind(lente(numLente).angulo).*sind(lente(numLente).
            angulo)));
7     else
8         B=(-lente(numLente).n2/lente(numLente).n1)*(cosd(lente(
            numLente).angulo)+sqrt((lente(numLente).R/lente(numLente)
            .k)^2-sind(lente(numLente).angulo).*sind(lente(numLente).
```

```

        angulo));
9
10     end
11     lente(numLente).h=(lente(numLente).n1/lente(numLente).n2)*lente(
        numLente).k*B*sind(lente(numLente).angulo); %Determina la
        altura
12     if lente(numLente).R>0
13         lente(numLente).kprima=+(lente(numLente).R)^2/(sqrt(B^2*
        lente(numLente).R^2-lente(numLente).h^2)-sqrt(lente(
        numLente).R^2-lente(numLente).h^2)); %Determina k'
14
15     else
16         lente(numLente).kprima=- (lente(numLente).R)^2/(sqrt(B^2*
        lente(numLente).R^2-lente(numLente).h^2)-sqrt(lente(
        numLente).R^2-lente(numLente).h^2)); %Determina k'
17
18     end
19     lente(numLente).S=lente(numLente).kprima+lente(numLente).R; % S es
        la distancia de la \ultima superficie a la imagen
20     MB=[1 0; -(lente(numLente).n2-lente(numLente).n1)/(lente(
        numLente).n2*lente(numLente).R) lente(numLente).n1/lente(
        numLente).n2];
21     MC=[1 lente(numLente).d; 0 1];
22     lente(numLente).matriz=MC*MB;
23     else %Rutina para vaias superficies
24     theta1=(lente(numLente-1).n1/lente(numLente-1).n2)*(lente(numLente
        -1).k/lente(numLente-1).kprima)*sind(lente(numLente-1).angulo);
        % Calcula el angulo siguiente
25
26     lente(numLente).angulo=asind(theta1); %Asigna el nuevo angulo
27     lente(numLente).k=lente(numLente-1).kprima-lente(numLente-1).d+
        lente(numLente-1).R-lente(numLente).R; %Calcula la distancia de
        las superficies

```



```
28     aux=lente(numLente).R/lente(numLente).k;
29     if aux<0
30         B=(-lente(numLente).n2/lente(numLente).n1)*(cosd(lente(
                numLente).angulo)-sqrt((lente(numLente).R/lente(numLente).k
                )^2-sind(lente(numLente).angulo).*sind(lente(numLente).
                angulo)));
31     else
32         B=(-lente(numLente).n2/lente(numLente).n1)*(cosd(lente(
                numLente).angulo)+sqrt((lente(numLente).R/lente(numLente).k
                )^2-sind(lente(numLente).angulo).*sind(lente(numLente).
                angulo)));
33     end
34     lente(numLente).h=(lente(numLente).n1/lente(numLente).n2)*lente(
                numLente).k*B*sind(lente(numLente).angulo);
35     if lente(numLente).R>0
36         lente(numLente).kprima+=(lente(numLente).R)^2/(sqrt(B^2*
                lente(numLente).R^2-lente(numLente).h^2)-sqrt(lente(
                numLente).R^2-lente(numLente).h^2));
37
38     else
39         lente(numLente).kprima=-((lente(numLente).R)^2/(sqrt(B^2*
                lente(numLente).R^2-lente(numLente).h^2)-sqrt(lente(
                numLente).R^2-lente(numLente).h^2)));
40
41     end
42     lente(numLente).S=lente(numLente).kprima+lente(numLente).R; % La
                distancia de la ultima superficie a la imagen
43
44 end
```

Listing B.2: Código Matlab

```

1 function [distancia_focal,diotrias,S,lente]=drawRay(lente,numRay,angulo,
    S0)
2 decremento=angulo/numRay;
3 allMancha=[];
4 allAlturas=[];
5 angulos=[];%Guarda los angulos por cada rayo
6 for h=1:numRay
7     alturas=[];
8     for i=1:length(lente)
9         lente=exacto(lente,i);
10        alturas=[alturas,lente(i).h];
11    end
12    allAlturas=[allAlturas;alturas];
13    save('allAlturas','allAlturas');
14    %%Recalcula las distancias de la lente
15    lente=recalcular(lente);%Determina la distancia exacta para trazar
        el punto en la superficie
16    %%—
17    mancha=trazoRays(lente,S0);
18    angulos=[angulos;lente(1).angulo];
19    lente(1).angulo=lente(1).angulo-decremento;%Guarda el decremeneto
        del angulo
20    allMancha=[allMancha;mancha];
21
22 end
23 save('lente','lente');
24 S=lente(end).S;
25 tam=size(allAlturas);
26 allAlturas(:,tam(2)+1)=angulos
27 for h=1:numRay+1% Este for traza los rayos de la parte baja
28     for i=1:length(lente)
29         lente=exacto(lente,i);

```

```
30     end
31     %%Recalcula las distancias de la lente
32     lente=recalcular(lente);
33     %%—
34     mancha=trazoRays(lente,S0);
35     lente(1).angulo=lente(1).angulo-decremento;
36     allMancha=[allMancha;mancha];
37
38 end
39
40 save('allMancha','allMancha')
41     %%se calcula la distancia focal
42     num_lentes=length(lente);
43     n2=lente(num_lentes).n2;
44     result=1;
45     while num_lentes>=1
46         result=result*lente(num_lentes).matriz;
47         num_lentes=num_lentes-1;
48     end
49     B=result(2,1)*n2
50     distancia_focal=-1/B
51     diotrias=1/distancia_focal*1000
```

# Bibliografía

- [1] ZEMAX™ es un producto de Zemax, LLC. [www.zemax.com](http://www.zemax.com).
- [2] OSLO™ es un producto de Lambda Research Corporation. [www.lambdaresearch.com](http://www.lambdaresearch.com).
- [3] CODE V™ es un producto de Synopsys Optical Solutions Group. [www.synopsys.com](http://www.synopsys.com).
- [4] A. Cruz-Félix, A. Santiago-Alvarado, F. Iturbide-Jiménez, y B. Licona-Morán. Physical-chemical properties of pdms samples used in tunable lenses. *International Journal of Engineering, Science and Innovative Technology*, 3(2):563–571, 2014.
- [5] Agustin Santiago-Alvarado, Angel S. Cruz-Félix, F. Iturbide-Jiménez, M. Martínez-López, M. Ramírez-Como, V. Armengol-Cruz, y I. Vásquez-Báez. Design and analysis of an adaptive lens that mimics the performance of the crystalline lens in the human eye. En *SPIE Optical Engineering+ Applications*, páginas 919207–919207. International Society for Optics and Photonics, 2014.
- [6] Daniel Malacara. *Óptica básica*. Fondo de Cultura Económica, 2015.
- [7] Hecht Eugene. *Óptica*. Addison-Wesley, 2000.
- [8] Francis Weston Sears, A. Lewis Ford, y Roger A. Freedman. *Física universitaria: con física moderna*, volumen 2. Pearson educación, 2005.
- [9] Karl D. Möller. *Optics: Learning by Computing with Model Examples Using MathCad, MATLAB, Mathematica, and Maple*. Springer, second edition, 2007.

- 
- [10] Bahaa E. A. Saleh y Malvin C. Teich. *Fundamentals of photonics*. Wiley, second edition, 2007.
- [11] Ting-Chung Poon y Taegeun Kim. *Engineering optics with MATLAB<sup>®</sup>*. World Scientific Publishing Co Inc, 2006.
- [12] David A. Atchison y George Smith. *Optics of the human eye*. 2002.
- [13] Allvar Gullstrand y Hermann Von Helmholtz. *Handbuch der physiologischen Optik. 1. Die Dioptrik des Auges*. Voss, 1909.
- [14] Harold H. Emsley. *Visual optics*. Hatton Press, 1948.
- [15] Yves LeGrand y Sami G. ElHage. *Physiological optics*, volumen 13. Springer, 2013.
- [16] Aart C. Kooijman. Light distribution on the retina of a wide-angle theoretical eye. *JOSA*, 73(11):1544–1550, 1983.
- [17] Rafael Navarro, Javier Santamaría, y J. Bescós. Accommodation-dependent model of the human eye with aspherics. *JOSA A*, 2(8):1273–1280, 1985.
- [18] Arthur G. Bennett y Ronald B. Rabbetts. *Clinical visual optics*. Elsevier/Butterworth-Heinemann, fourth edition, 1989.
- [19] David A. Atchison y George Smith. Continuous gradient index and shell models of the human lens. *Ophthalmic Literature*, 3(49):221, 1996.
- [20] Hwey-Lan Liou y Noel A. Brennan. Anatomically accurate, finite model eye for optical modeling. *JOSA A*, 14(8):1684–1695, 1997.
- [21] Agnieszka Popiolek-Masajada y Henryk Kasprzak. Model of the optical system of the human eye during accommodation. *Ophthalmic and Physiological Optics*, 22(3):201–208, 2002.

- 
- [22] Barbara K. Pierscionek, D. Siedlecki, y H. Kasprzak. Schematic eye with a gradient-index lens and aspheric surfaces. *Optics letters: A publication of the Optical Society of America*, (11):1197–1199, 2004.
- [23] M. V. Pérez, C. Bao, M. T. Flores-Arias, M. A. Rama, y C. Gómez-Reino. Gradient parameter and axial and field rays in the gradient-index crystalline lens model. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, 5(5):S293, 2003.
- [24] José Antonio Díaz. Abcd matrix of the human lens gradient-index profile: applicability of the calculation methods. *Applied optics*, 47(2):195–205, 2008.
- [25] Mehdi Bahrami y Alexander V. Goncharov. Geometry-invariant grin lens: isodispersive contours. *Biomedical optics express*, 3(7):1684–1700, 2012.
- [26] G. Diaz-Gonzalez, Agustín Santiago-Alvarado, y Ángel S. Cruz-Félix. Simulation of the optical performance of refractive elements to mimic the human eye focusing. En *SPIE Optical Engineering+ Applications*, páginas 957802–957802. International Society for Optics and Photonics, 2015.
- [27] J. A. Jiménez-Hernández, G. Diaz-Gonzalez, F. Trujillo-Romero, M. D. Iturbe-Castillo, R. Juárez-Salazar, y A. Santiago-Alvarado. Three-dimensional ray tracing for refractive correction of human eye ametropies. En *SPIE Optical Engineering+ Applications*, páginas 99471F–99471F. International Society for Optics and Photonics, 2016.
- [28] J. F. Aguilar-Gutiérrez, M. L. Arroyo Carrasco, y M. D. Iturbe-Castillo. Slices method to describe ray propagation in inhomogeneous media. *Optics Communications*, 383:208–214, 2017.
- [29] G. Díaz González y M. David Iturbe Castillo. Model of the human eye based on abcd matrix. En *AIP Conference Proceedings*, volumen 992, páginas 108–113. AIP, 2008.

- 
- [30] Francisco Sorroche, José A. Díaz, José Fernández-Dorado, y Josep Arasa. Abcd matrix for calculating third-order aberrations gradient index optical elements. En *International Optical Design Conference*, páginas JMB28. Optical Society of America, 2010.
- [31] María C. P. Marín y Margarita S. Brabo. *Óptica fisiológica*. Editorial Complutense, 2006.
- [32] María E. Díaz Enciso. *Óptica programada*. Instituto Politécnico Nacional, 1999.
- [33] Jim Schwiegerling. *Field guide to visual and ophthalmic optics*. Spie, 2004.
- [34] Max Born y Emil Wolf. *Principles of Optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*. Elsevier, seventh (expanded) edition, 1999.
- [35] Hassan A. Elagha. Exact ray tracing formulas based on a nontrigonometric alternative to snell,s law. *JOSA A*, 29(12):2679–2687, 2012.
- [36] Luis Álvarez Munárriz. *Fundamentos de inteligencia artificial*, volumen 1. Editum, 1994.
- [37] Stuart Russell y Peter Norvig. *Inteligencia artificial un enfoque moderno*. 2004.
- [38] Christopher M. Bishop. Pattern recognition. *Machine Learning*, 128:1–58, 2006.
- [39] Naomi S. Altman. An introduction to kernel and nearest-neighbor nonparametric regression. *The American Statistician*, 46(3):175–185, 1992.
- [40] Raúl Rojas. *Neural networks: a systematic introduction*. Springer Science & Business Media, 2013.
- [41] Damián Jorge Matich. *Redes neuronales: Conceptos básicos y aplicaciones*. *Cátedra de Informática Aplicada a la Ingeniería de Procesos-Orientación I*, 2001.

- 
- [42] Piero P. Bonissone. Soft computing: the convergence of emerging reasoning technologies. *Soft computing*, 1(1):6–18, 1997.
- [43] Carlos González Morcillo. Lógica difusa, una introducción práctica: técnicas de softcomputing.
- [44] K. L. I. R. George J y Yuan Bo. Fuzzy sets and fuzzy logic, theory and applications. -, 2008.
- [45] José C. Chahuara Quispe. Control neuro-difuso aplicado a una grúa torre. 2005.
- [46] Jyh-Shing Roger Jang, Chuen-Tsai Sun, y Eiji Mizutani. Neuro-fuzzy and soft computing, a computational approach to learning and machine intelligence. 1997.
- [47] Leyuan Shi y Sigurdur Ólafsson. Nested partitions method for global optimization. *Operations research*, 48(3):390–407, 2000.
- [48] Materiales de lentes oftálmológicas. Centro Óptico ALOMAR, web: <http://www.opticaalomar.com/files/Materiales>



# Publicaciones derivadas de la tesis

1. J. A. Jiménez-Hernández, G. Diaz-Gonzalez, F. Trujillo-Romero, M. D. Iturbe-Castillo, R. Juarez-Salazar, y A. Santiago-Alvarado. Three-dimensional ray tracing for refractive correction of human eye ametropies. En *SPIE Optical Engineering+ Applications*, páginas 99471F-99471F. International Society for Optics and Photonics, 2016.